

Вінницький національний технічний університет  
Факультет радіотехніки, зв'язку та приладобудування  
Кафедра радіотехніки

**Дослідження шумових властивостей генераторів електричних  
коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором**

магістерська кваліфікаційна робота за спеціальністю  
8.05090101 – Радіотехніка

Розробив студент гр. РТ-14м Луцький Є. Ф.  
керівник – к.т.н., доц., професор каф. РТ Семенов А. О.

Вінниця ВНТУ 2015

## Мета, об'єкт, предмет дослідження та задачі МКР

**Мета роботи** полягає в удосконаленні математичної моделі Ван-дер-Поля для опису хаотичних і шумових сигналів у генераторах електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором.

**Об'єктом дослідження** є процеси перетворення енергії джерела живлення у незатухаючі в часі періодичні та неперіодичні коливання.

**Предметом дослідження** є математичні моделі генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур із від'ємним опором.

**Задачами магістерської кваліфікаційної роботи є:**

- аналіз сучасних генераторних пристроїв, що працюють в осциляторному та релаксаційному режимах;
- удосконалення математичної моделі Ван-дер-Поля генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором;
- дослідження хаотичних і шумових режимів роботи генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором;
- дослідження шумових параметрів і характеристик генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором.

## Наукова та практична новизна, апробація результатів МКР

**Наукова новизна одержаних результатів** – отримав подальший розвиток метод Ван-дер-Поля дослідження генераторів електричних коливань на основі приладів із від'ємним опором.

**Практична новизна одержаних результатів** – полягає в отриманих нових результатах модельних досліджень шумових властивостей генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором.

**Апробація результатів роботи.** Основні ідеї роботи доповідалися та обговорювалися на:

- 1) XLIII-XLIV науково-технічній конференції професорсько-викладацького складу співробітників та студентів університету за участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (м. Вінниця, ВНТУ 2014-2015 р.р.);
- 2) Міжнародній науково-технічній конференції “Modern problems of radio engineering, telecommunications, and computer science” (TCSET'2014), 15 лютого – 1 березня 2014 року, Славськ;
- 3) II міжнародній конференції «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах», 29-31 жовтня 2013 року, Вінниця;
- 4) Всеукраїнській науково-практичній on-line конференції аспірантів, молодих учених та студентів, присвячена Дню науки, м. Житомир, 14-16 травня 2014 р.
- 5) Міжнародній науково-практичній конференції «Стандартизація, сертифікація, метрологія і менеджмент», 25 вересня м. Київ.

**Модельне дослідження суперкритичної біфуркації  
Андропова-Хопфа в м'якому режимі збудження  
генераторів електричних коливань на основі  
транзисторних структур з від'ємним опором**

Класична математична модель Ван-дер-Поля

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt_H} = z - \varepsilon \left( \frac{x^3}{3} - x \right), \\ \frac{dz}{dt_H} = -x, \end{cases} \quad \frac{d^2x}{dt_H^2} + \varepsilon (x^2 - 1) \frac{dx}{dt_H} + x = 0$$

Класична математична модель Релея

$$\frac{d^2z}{dt_H^2} + \varepsilon \left[ \left( \frac{dz}{dt_H} \right)^2 - 1 \right] \frac{dz}{dt_H} + z = 0$$

де  $x = \sqrt{3} \frac{dz}{dt_H} = u \sqrt{3h / \left( g - \frac{1}{R} \right)}$  - змінна, яка являє собою напругу генерації  $u(t)$  нормовану до напівширини ділянки від'ємного опору;

$z = \omega_0 [I_s + i(t)] \sqrt{h / \left( g - \frac{1}{r} \right)}$  - безрозмірна змінна, яка пропорційна струму індуктивності  $i(t)$  коливального контуру генератора;

# Параметри класичної математичної моделі Ван-дер-Поля

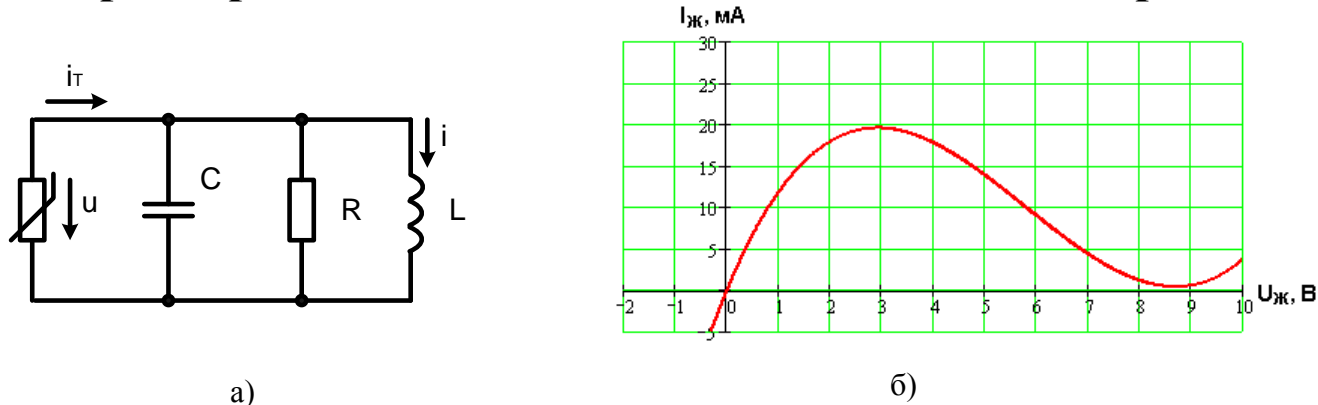


Рисунок 1 – Еквівалентна схема (а) та апроксимована ВАХ ТСВО (б) генератора електричних коливань

Рівняння апроксимації статичної ВАХ ТСВО поліномом третього степеня

$$i_T(u) = (I_S + gU_S - hU_S^3) - (g - 3hU_S^2)u - 3hU_Su^2 + hu^3$$

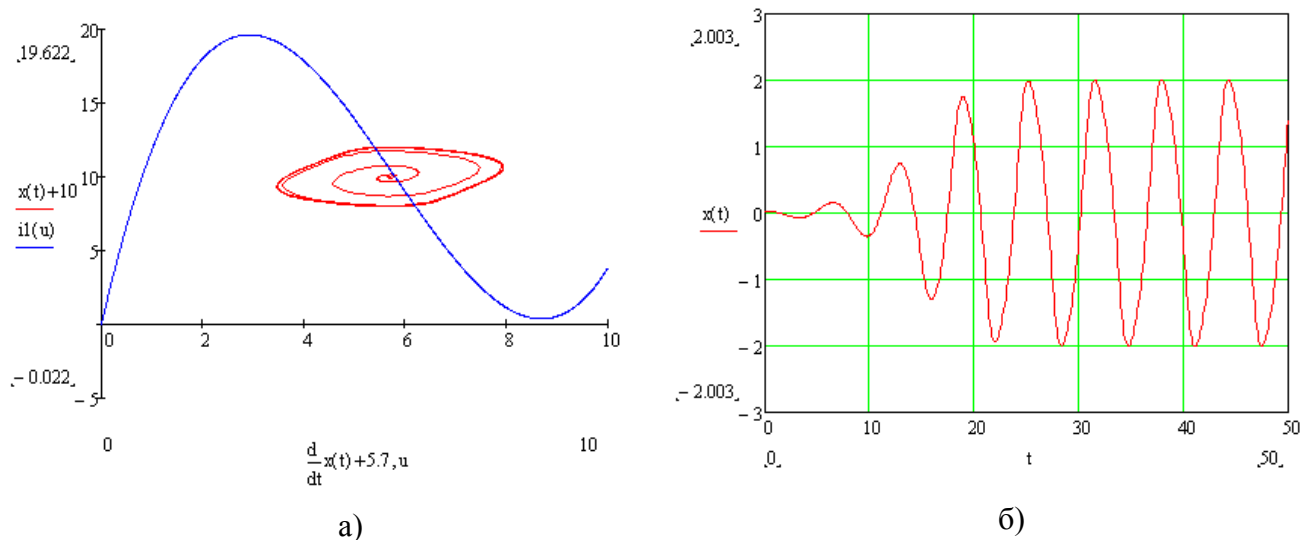
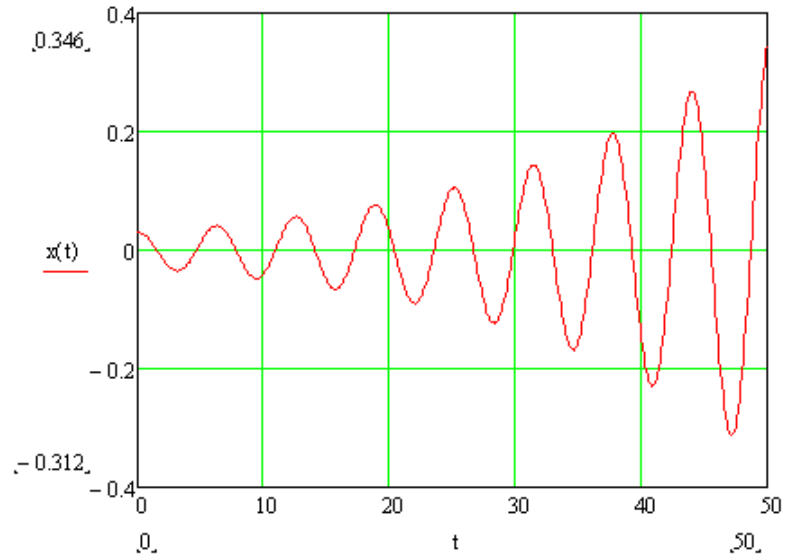
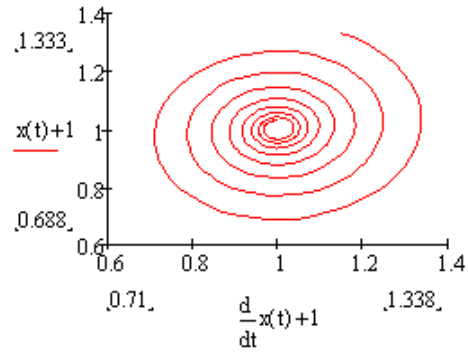
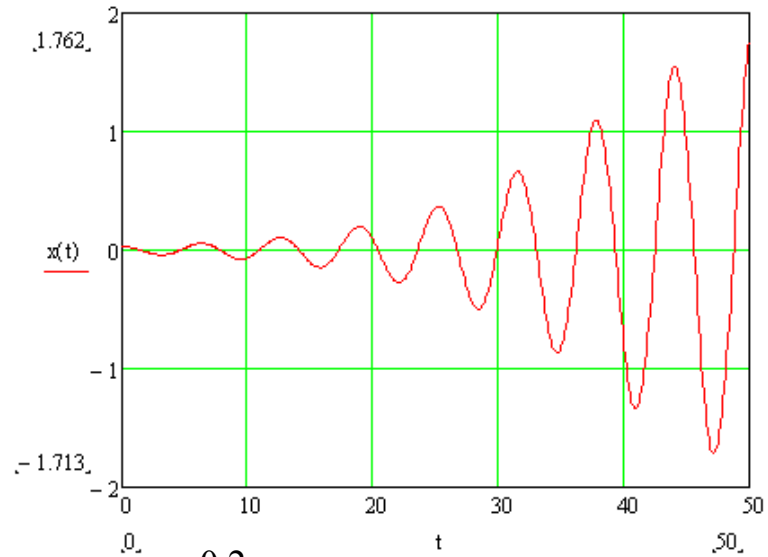
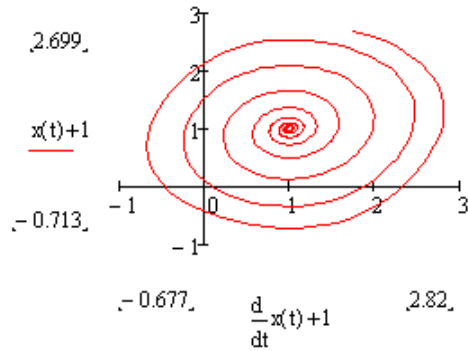


Рисунок 2 – Процес виникнення коливань у генераторах електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним пором: а) суміщена ВАХ із фазовим портретом; б) осцилограми становлення коливань у нормованому часі

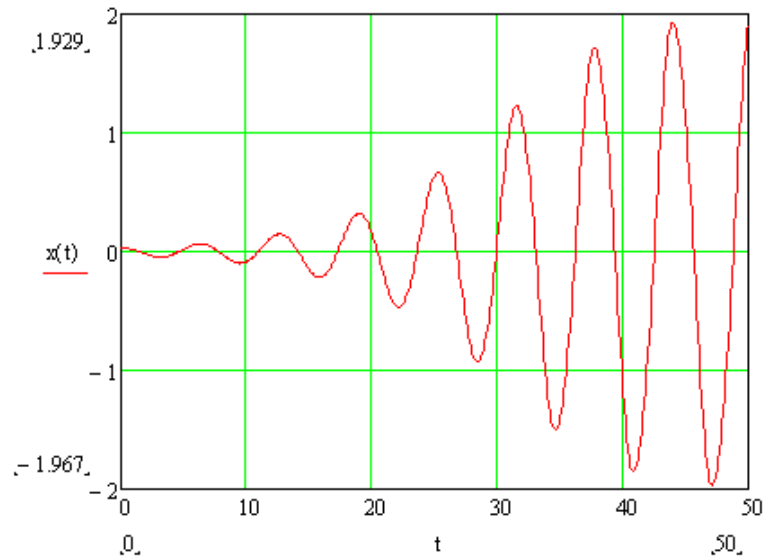
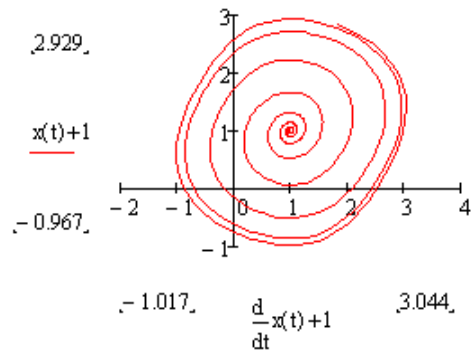


а) наростання коливань при  $\epsilon=0,1$

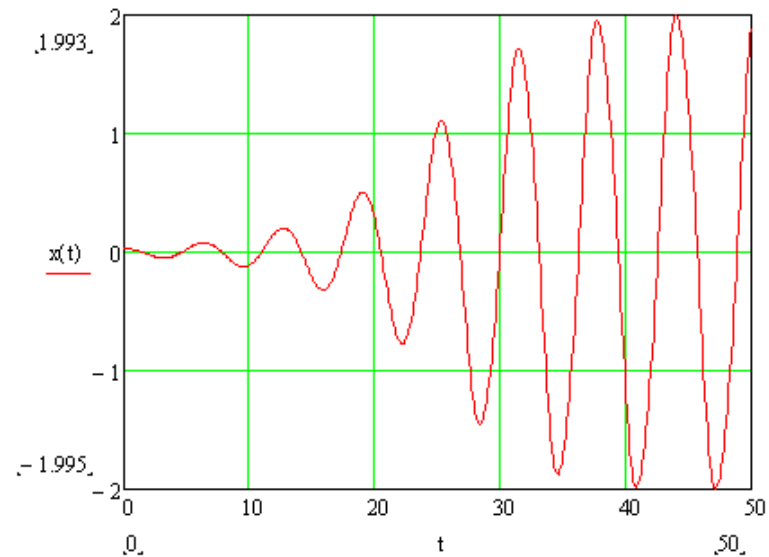
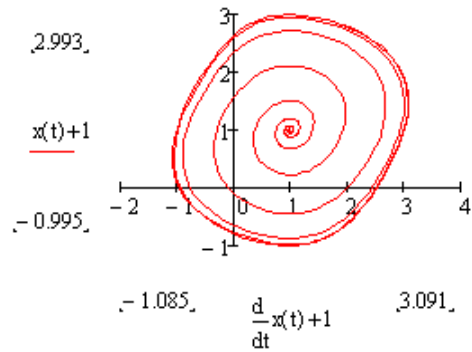


б) наростання коливань при  $\epsilon=0,2$

Рисунок 3 – Фазові портрети та осцилограми напруги генерованих коливань у нормованому часі при необмеженому наростанні коливань, що має місце при різних коефіцієнтах  $\epsilon$

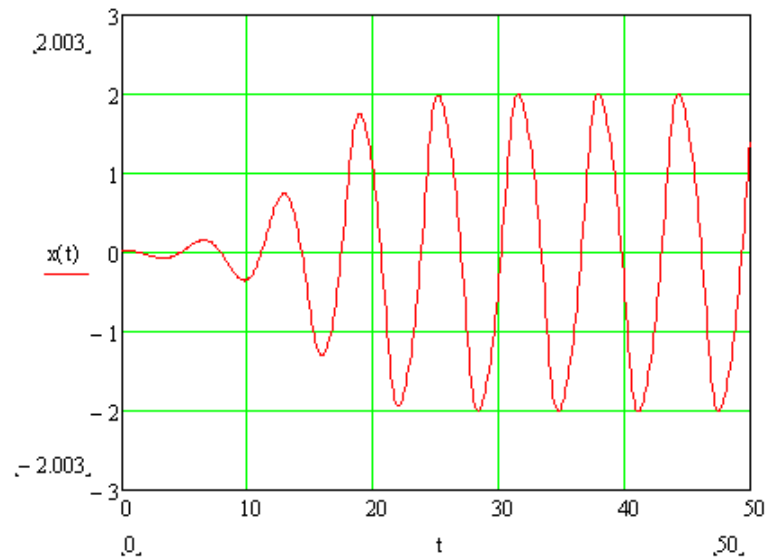
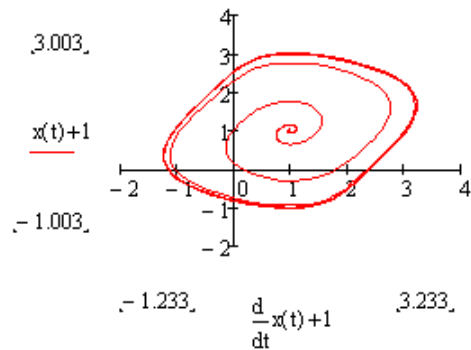


а)  $\varepsilon = 0,25$  – обмеження наростання коливаний і виникнення суперкритичної біфуркації Андронова-Хопфа

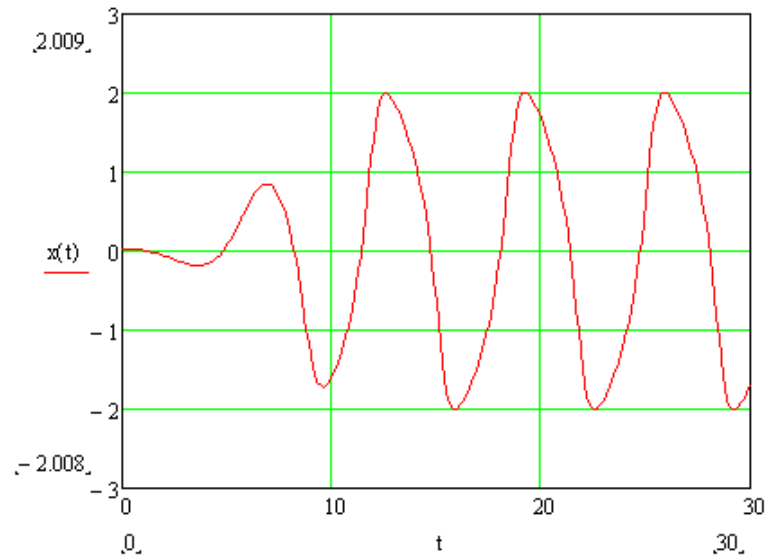
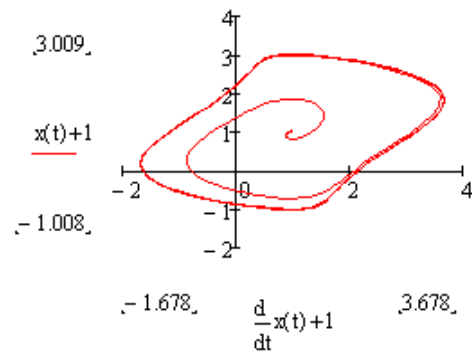


б)  $\varepsilon = 0,3$  – осциляторний режим (виникнення гармонійних коливаний)

Рисунок 4 – Обмеження наростання генерованих коливаний і виникнення суперкритичної біфуркації Андронова-Хопфа



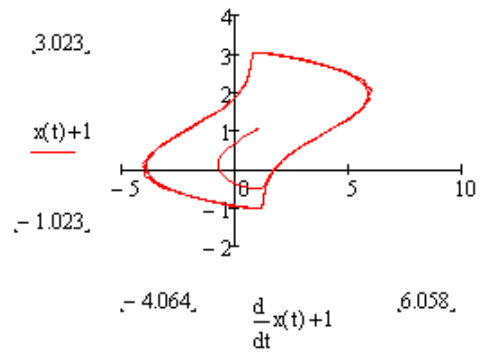
а) виникнення квазігармонійних коливань



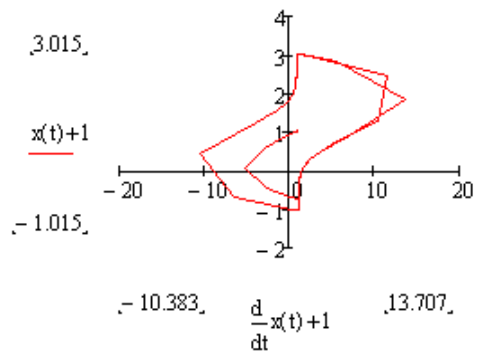
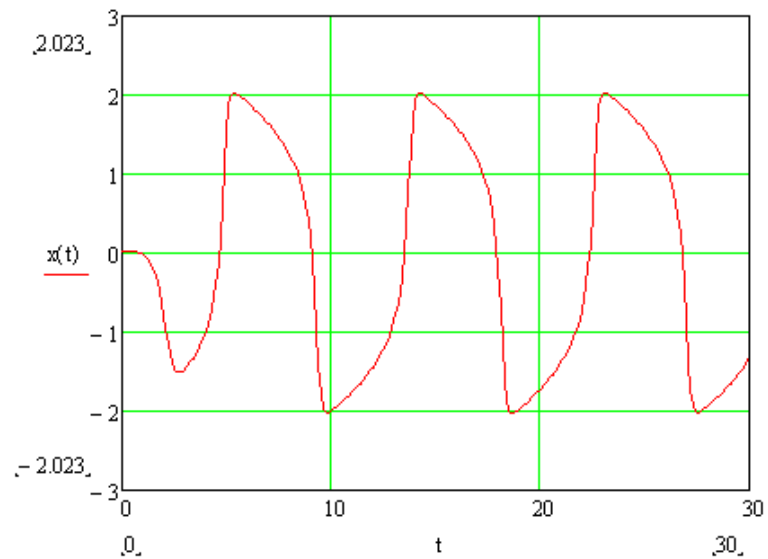
б) релаксаційні електричні коливання

Рисунок 5 – Перехід від квазігармонійних до релаксаційних електричних коливань у генераторах на основі транзисторних структур з від'ємним опором





а)  $\epsilon=3$



б)  $\epsilon=9$

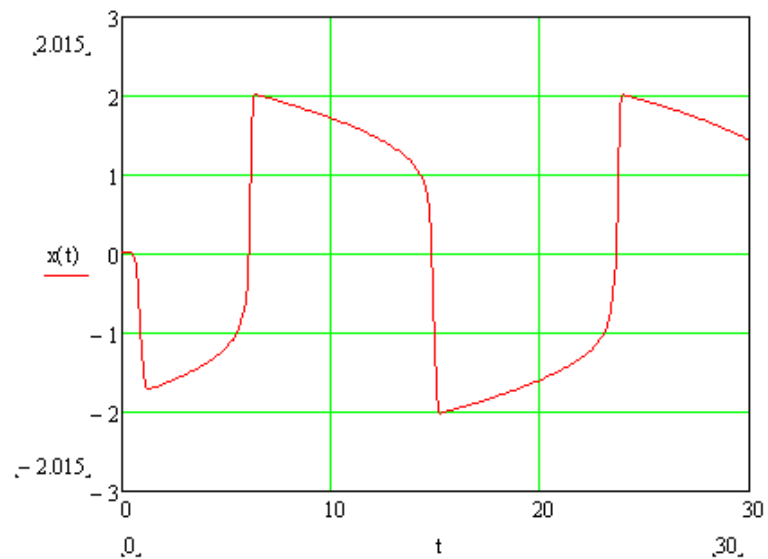


Рисунок 6 – Перехід від релаксаційних до імпульсних електричних коливань

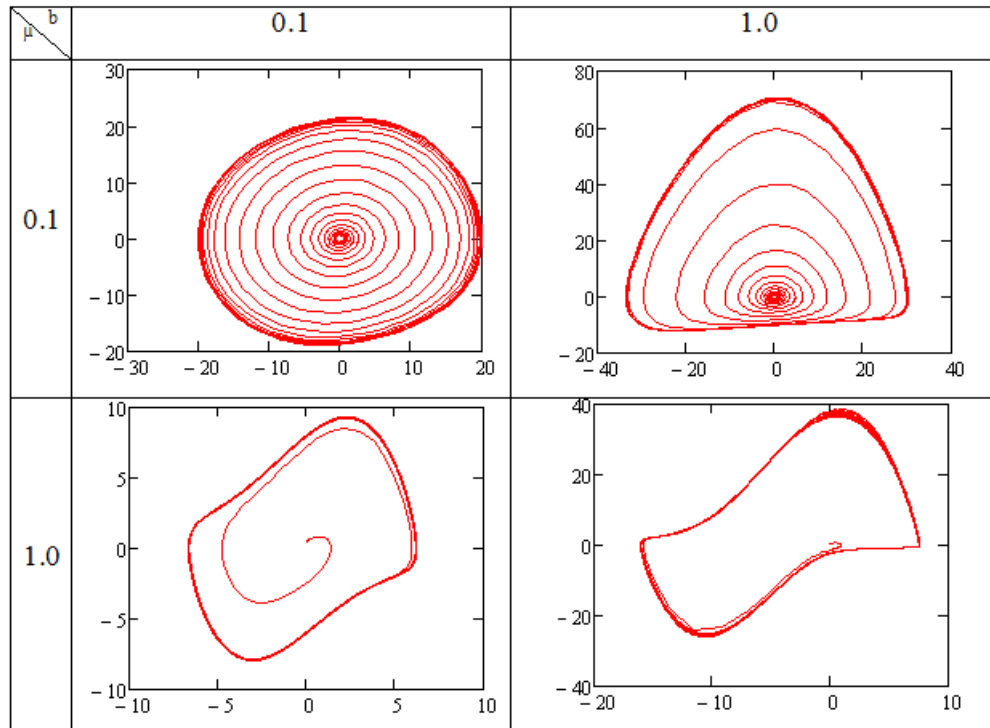
# Модифікована математична модель Ван-дер-Поля

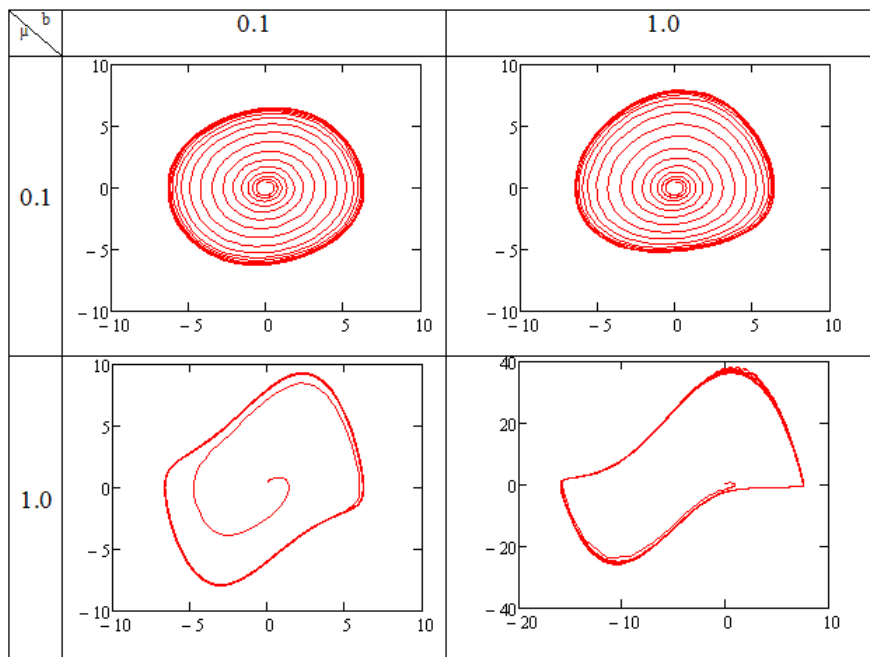
$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + \mu(1 - bu - qu^2) \frac{du}{d\tau} + u = 0$$

де безрозмірні коефіцієнти із урахуванням апроксимації

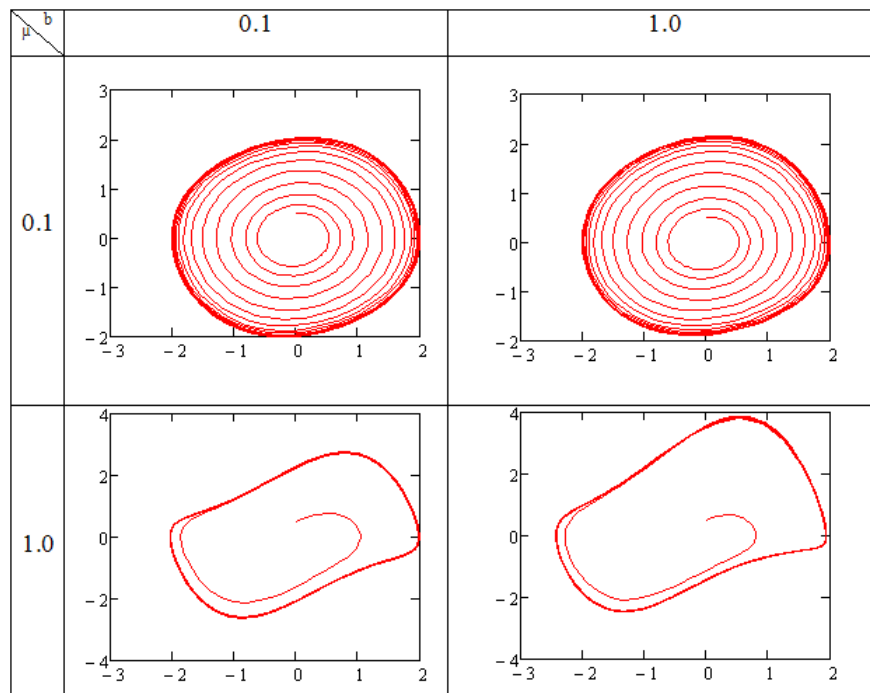
$$\mu = \sqrt{\frac{L}{C}}(g - 3hU_s) - R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad b = \frac{3hU_s}{\mu} \quad q = \frac{3h}{\mu} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Таблиця 4.1 – Фазові портрети генераторів при  $g=0.01$





Таблиця 2 – Фазові портрети генераторів при  $g=0.1$



Таблиця 3 – Фазові портрети генераторів при  $g=1.0$

# Модельне дослідження генераторів з адитивним Гауссовим шумом

Для випадку адитивного гауссового шуму авторами апробовано модифіковану математичну модель Ван дер Поля виду

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = (\varepsilon - x^2)y - \omega_0^2 x + \sqrt{2D}n(t), \end{cases}$$

де  $x$  - безрозмірна змінна, яка являє собою приведену напругу на коливальному контурі генератора;  
 $y$  - безрозмірна змінна, яка являє собою приведений струм індуктивності;

$\omega_0$  - частота власних коливань;

$n(t)$  - нормоване джерело білого Гауссового шуму;

$D$  - інтенсивність шуму.

Параметри нормованого джерела білого Гауссового шуму такі

$$\langle n(t) \rangle = 0 \quad \langle n(t)n(t-\tau) \rangle = \delta(\tau)$$

Шляхом математичних перетворень систему диференціальних рівнянь приведено до одного диференціального рівняння відносно напруги генерованих коливань

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = (\varepsilon - x^2) \frac{dx}{dt} + \sqrt{2D}n(t)$$

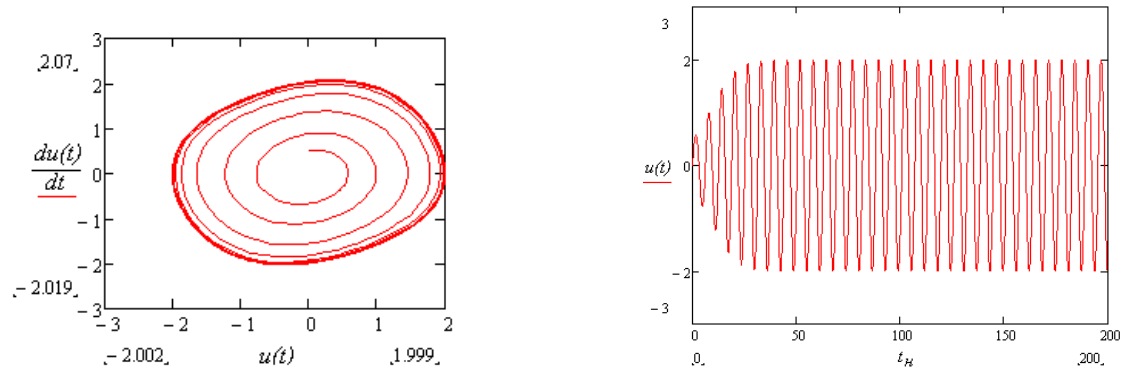


Рисунок 7 – Фазовий портрет і форма напруги власних коливань генератора (без шуму) в осциляторному режимі

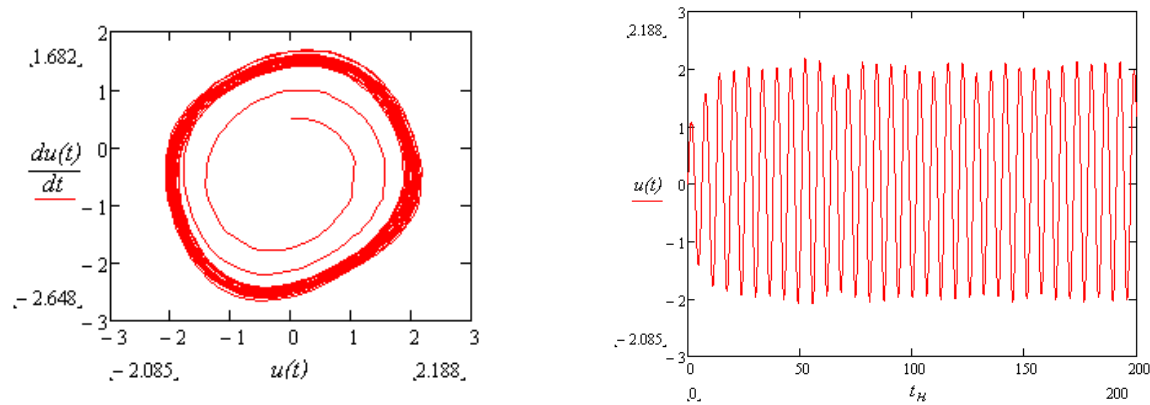


Рисунок 8 – Фазовий портрет генератора і форма напруги генерованих коливань із урахуванням адитивного гауссового шуму в осциляторному режимі

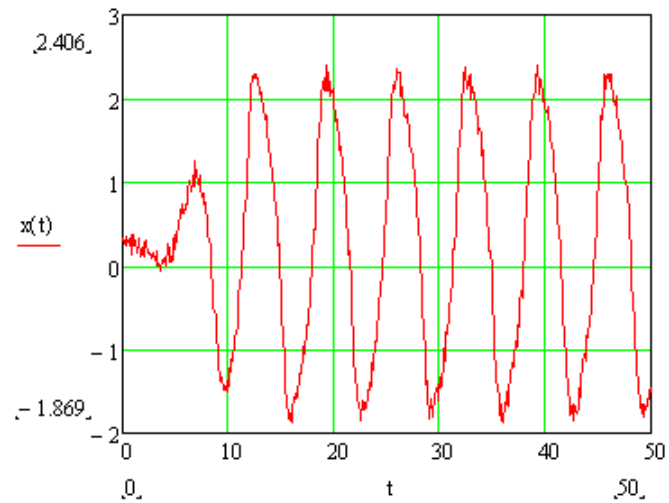
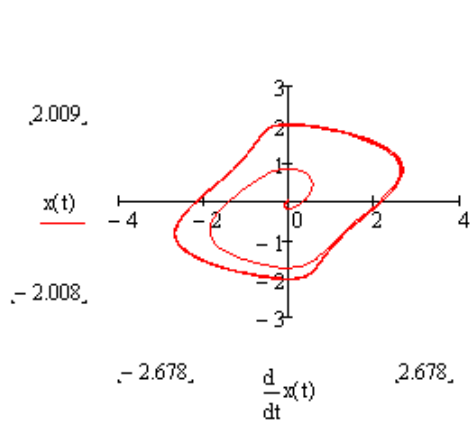


Рисунок 9 – Фазовий портрет генератора і часова діаграма напруги із адитивним гауссовим шумом в релаксаційному режимі

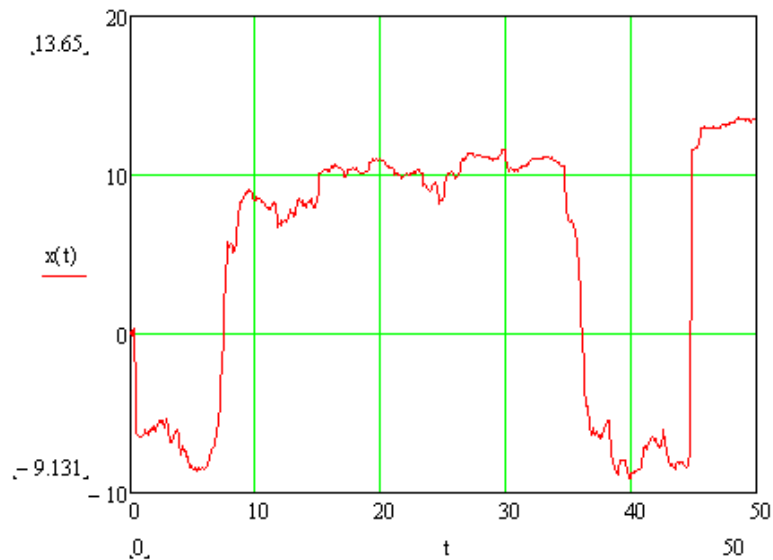
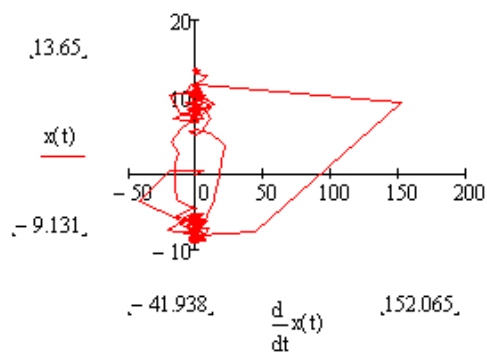


Рисунок 10 – Фазовий портрет генератора і часова діаграма напруги із адитивним гауссовим шумом в імпульсному режимі

# Автокореляційна функція напруги генератора електричних коливань із адитивним гауссовим шумом

Як були встановлено адитивний гаусів шум подвійно впливає на напругу генерованих коливань – він модулює амплітуду та вносить випадково флуктуований фазовий шум

$$u(t) = U_0 [1 + a(t)] \cos [\omega_0 t - \psi(t)]$$

де  $a(t)$  - описує модуляцію амплітуди шумом,  $\psi(t)$  - описує модуляцію фази шумом,

$U_0$  - амплітуда власних стаціонарних коливань напруги генератора за відсутності шуму.

За визначенням автокореляційна функція генерованої напруги усередненої по ансамблю

$$\overline{\varphi_u(\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t)u(t+\tau)dt$$

$$\begin{aligned} \overline{\varphi_u(\tau)} &\approx \frac{1}{2} \overline{R(t)R(t+\tau)} \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{2} (\overline{\psi^2(t+\tau)} + \overline{\psi^2(t)}) + \overline{\psi(t+\tau)\psi(t)} \right] \cos \omega_0 t + [\overline{\psi(t+\tau) - \psi(t)}] \sin \omega_0 t \right\} = \\ &= \frac{U_0^2}{2} \left\{ \left[ 1 - \overline{\varphi_\psi(0)} + \overline{\varphi_\psi(\tau)} + \overline{\varphi_a(\tau)} \right] \cos \omega_0 \tau + [\overline{\varphi_{\psi a}(\tau)} - \overline{\varphi_{a\psi}(\tau)}] \sin \omega_0 \tau \right\}, \end{aligned}$$

де  $\overline{\varphi_a(\tau)}$  і  $\overline{\varphi_\psi(\tau)}$  - автокореляційні функції флуктуацій амплітуди та фази відповідно, а

$$\overline{\varphi_{\psi a}(\tau)} = \overline{\varphi_{a\psi}(-\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi(t+\tau)a(t)dt$$

визначає взаємну кореляцію між  $a(t)$  і  $\psi(t)$

# Спектральна щільність напруги генератора електричних коливань із адитивним Гауссовим шумом

За допомогою інтегралу зворотного перетворення Вінера-Хінчіна, можна отримати спектральну щільність генерованої напруги

$$\overline{S_u(\omega)} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\varphi_u(\tau)} e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$\overline{S_u(\omega)} = \left( \frac{U_0^2}{4} \right) \left\{ 4\pi \left[ 1 - \overline{\varphi_\psi(0)} \right] \left[ \delta(\omega - \omega_0) + (\omega + \omega_0) \right] + \left[ \overline{S_a(\omega - \omega_0)} + \overline{S_a(\omega + \omega_0)} \right] + \left[ \overline{S_\psi(\omega - \omega_0)} + \overline{S_\psi(\omega + \omega_0)} \right] + \left[ \overline{C_{\psi a}(\omega - \omega_0)} - \overline{C_{a\psi}(\omega + \omega_0)} \right] \right\}.$$

Складова, що містить дельта-функцію описує вплив шуму на власні коливання. Послаблення впливу дельта-функції відбувається внаслідок флуктуацій фази.



# ВИСНОВКИ

Отримано такі основні наукові та практичні результати:

- 1) У роботі апробовано модифіковану математичну модель Ван-дер-Поля для дослідження впливу білого гауссівського шуму в генераторах детерміновано хаосу на основі транзисторних структур з від'ємним опором. Отримано часові діаграми та фазові портрети таких генераторів у різних режимах роботи.
- 2) За допомогою модифікованої математичної моделі Ван-дер-Поля проведено дослідження реалізації режиму суперкритичної біфуркації Андронова-Хопфа в генераторах на основі транзисторних структур з від'ємним опором і визначено її поріг виникнення. Проаналізовано зв'язок між біфуркаційним параметром та амплітудою генерованих квазігармонічних коливань.
- 3) За допомогою модифікованого рівняння Ван-дер-Поля отримано фазові портрети генераторів електричних коливань на основі транзисторних структур з від'ємним опором. Дослідження проведено для осциляторного і релаксаційного режимів роботи генераторів.
- 4) За допомогою модифікованої моделі Ван-дер-Поля встановлено, що адитивний гауссів шум подвійно впливає на напругу генерованих коливань – він модулює амплітуду генерованих коливань та вносить випадково флуктуований фазовий шум.
- 5) Отримала подальший розвиток математична модель Ван-дер-Поля для дослідження впливу шуму на фізичні процеси, які відбуваються в радіовимірювальних генераторах на основі транзисторних структур з від'ємним опором. Уточнено параметри шумової моделі Ван-дер-Поля таких генераторів за допомогою якої отримано фазові портрети та часові діаграми генерованих коливань за відсутності та при наявності адитивного білого шуму.
- 6) Встановлено, що при дослідженні хаотичних і шумових процесів у пакеті програм MathCad 15.0 методом Рунге-Кутта четвертого порядку модифіковану математичну модель Ван-дер-Поля зручно подавати системою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку.

За темою досліджень автором опубліковано **6 праць**, з яких **1 у виданні**, що входить до наукометричних баз **SCOPUS і IEEE Explore**, **1 у фаховому виданні** з переліку **ДАК України**, **2 у збірниках праць і 2 тези** міжнародних науково-технічних і науково-практичних конференцій.

Доповідь завершена.

Дякую за увагу!