

Кулик Я.А.

## РАЗРАБОТКА КОРРЕКТОРА КАНАЛА НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРА ВИНЕРА

### Аннотация

В работе разрабатываются трансверсийный фильтр линейной с задержкой на основе фильтра Винера с целью компенсации влияния канала связи, и исследуются, как влияет использование данного фильтра на передачу информации в нелинейном канале. Разработанный корректор канала удаляет искажения, вызванные каналом связи, не требуя какой-либо конкретной модели или информации о пространстве состояний. Метод основан на рекурсивной процедуре фильтрации Винера и использует уравнения Винера – Хопфа. Для сравнения двух схем выполнено моделирование, результаты представлены в виде дискретной характеристики. Сравнение выполняется при различных уровнях искажения и значениях сигнал-шум через импульсную характеристику, амплитудно-частотную характеристику и моделирования вероятности ошибки на бит.

Ключевые слова: фильтр Винера-Хопфа, адаптивный трансверсийный фильтр, коррекция канала.

### Вступ

Точность оценки канала связи сильно влияет на эффективность систем связи, работающих на высоких и средних скоростях. Сигнал, передаваемый по каналу с затухающими характеристиками, зависит от многих видов искажений, приводящих как к амплитудным, так и фазовым отклонениям [1], [2]. Кроме того, задержка при распространении сигнала в канале вводит такой вид помех как межсимвольное наложение в принятом сигнале, которое является одним из основных препятствий на пути к надежной и высокоскоростной передаче данных. Коррекция канала является процесс компенсации негативного влияния канала на переданный сигнал и удаление полученного межсимвольного наложения. Для достижения этой цели корректор (эквалайзер) использует оценку амплитудно-частотной характеристики канала, однако затухающий канал меняется на протяжении всего цикла передачи, что требует коррекции, чтобы узнать частотную характеристику в адаптивный способ для постоянного смягчения негативного эффекта от канала. Подготовка коррекции выполняется отправкой последовательность фиксированной длины известных бит по каналу и использования учебной последовательности, чтобы определить оптимальные нагрузки отводов для коррекции [3].

Способы коррекции можно разделить на две большие категории: линейные и нелинейные. Линейные методы, как правило, простые в реализации и понятные концептуально. Однако линейные методы выравнивания обычно ухуд-

шают характеристики при повышении шума, и поэтому они не используются в большинстве беспроводных приложений. Среди нелинейных методов коррекции наиболее распространенным является коррекция с обратной связью, поскольку его достаточно просто реализовать и этот метод не ухудшает характеристики при повышении шума. Оптимальный метод коррекции использует критерий максимального правдоподобия оценки последовательности. К сожалению, сложность этого метода возрастает экспоненциально при росте объема используемой памяти, поэтому они являются непрактичными для большинства каналов связи [4].

В этой статье исследуется использование адаптивных фильтров в разработке корректора канала. В схеме адаптивный алгоритм, представленный на рисунке 1, разработан на основе уравнений Винера-Хопфа [3]. Метод проверяется по критерию эффективности для различных соотношений сигнал/шум и уровня помех. Под эффективностью рассматривается способность системы передавать входную информацию без искажений. Целью статьи является разработка метода коррекции канала, который бы компенсировал нелинейность его характеристик, таким образом уменьшая искажения сигнала, и оценка эффективности метода.

### Система и модель фильтра

Модель передачи информации через канал связи можно определить в виде уравнения (1), определяющий связь между принятым сигналом  $r(n)$  и нужным сигналом  $d(n)$

$$r(n) = h(n)d(n) + v(n), \quad (1)$$

где  $h(n)$  – импульсная характеристика канала,

$v(n)$  – аддитивный гауссовский шум с математическим ожиданием, равным 0, и среднеквадратичным отклонением  $\sigma_n^2=0.01$ .

Импульсную характеристику канала  $H(N)$  можно представить как [2]

$$h(n) = \begin{cases} 0.5 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\zeta}(n-2)\right) \right], & \text{если } n = 1, 2, 3, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

где  $\zeta$  – параметр искажения, который контролирует амплитуду возмущения, вызванного каналом связи (искажения канала увеличивается при увеличении  $\zeta$ ).

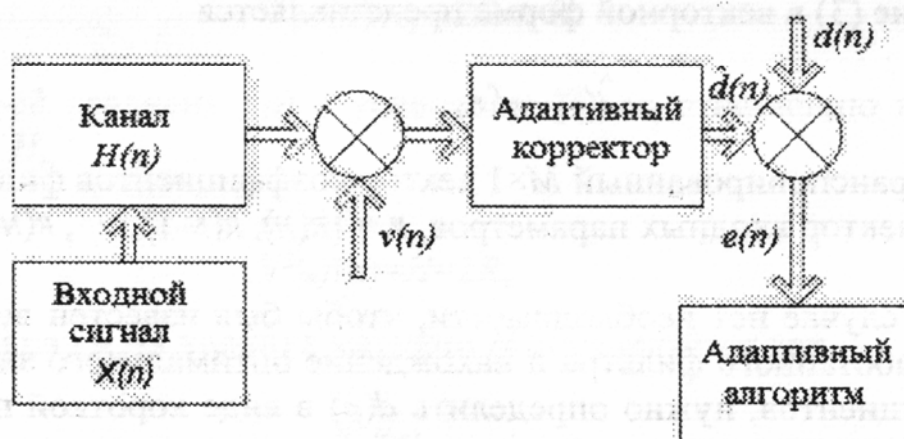


Рисунок 1. Схема использования коррекции канала.

На рисунке 1 представлена схема канала с использованием коррекции на основе адаптивного трансверсального фильтра, использующего алгоритм адаптации к параметрам канала связи, используя негативная обратная связь.

Разработка корректора на основе алгоритма Винера-Хопфа

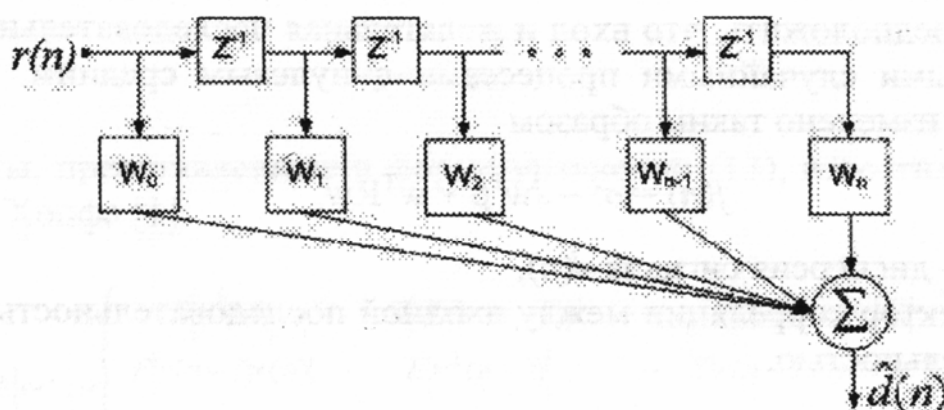


Рисунок 2. Фильтр с конечной импульсной характеристикой, используется для оценки  $\hat{d}(n)$ .

КИХ-фильтр, показанный на рисунке 2, используется для оценки импульсной характеристики канала  $h(n)$  для определения  $\hat{d}(n)$ . Соотношение вход/выход для фильтра можно показать

$$\hat{d}(n) = \sum_{k=0}^M w_k r(n-k) \quad (3)$$

где  $\{w_0, w_1, \dots, w_M\}$  – коэффициенты фильтра,  $M$  – порядок КИХ-фильтра.

шают характеристики при повышении шума, и поэтому они не используются в большинстве беспроводных приложений. Среди нелинейных методов коррекции наиболее распространенным является коррекция с обратной связью, поскольку его достаточно просто реализовать и этот метод не ухудшает характеристики при повышении шума. Оптимальный метод коррекции использует критерий максимального правдоподобия оценки последовательности. К сожалению, сложность этого метода возрастает экспоненциально при росте объема используемой памяти, поэтому они являются непрактичными для большинства каналов связи [4].

В этой статье исследуется использование адаптивных фильтров в работе корректора канала. В схеме адаптивный алгоритм, представленный на рисунке 1, разработан на основе уравнений Винера-Хопфа [3]. Метод проверяется по критерию эффективности для различных соотношений сигнал/шум и уровня помех. Под эффективностью рассматривается способность системы передавать входную информацию без искажений. Целью статьи является разработка метода коррекции канала, который бы компенсировал нелинейность характеристик, таким образом уменьшая искажения сигнала, и оценка эффективности метода.

### Система и модель фильтра

Модель передачи информации через канал связи можно определить в виде уравнения (1), определяющий связь между принятым сигналом  $r(n)$  и исходным сигналом  $d(n)$

$$r(n) = h(n)d(n) + v(n), \quad (1)$$

ГДЕ  $h(n)$  – импульсная характеристика канала,  
 $v(n)$  – аддитивный гауссовский шум с математическим ожиданием, равным 0, и среднеквадратичным отклонением  $\sigma_n^2=0.01$ .

Импульсную характеристику канала  $H(N)$  можно представить как [2]

$$h(n) = \begin{cases} 0.5 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\zeta}(n-2)\right) \right], & \text{если } n = 1, 2, 3 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

где  $\zeta$  – параметр искажения, который контролирует амплитуду возмущения, вызванного каналом связи (искажения канала увеличивается при увеличении  $\zeta$ ).



Уравнение (3) в векторной форме представляется

$$\hat{d}(n) = w^T r, \quad (4)$$

где  $w^T$  – транспонированный  $M \times 1$  вектор коэффициентов фильтра,  $r$  –  $M \times 1$  вектор входных параметров,  $R = \{R(N), R(N-1), \dots, R(N-M)\}^T$ .

В общем случае нет необходимости, чтобы был известен вектор  $d(n)$ . Однако для разработанного фильтра и нахождения оптимального значения его весовых коэффициентов, нужно определить  $d(n)$  в виде короткой последовательности. На основе вышеуказанной модели системы среднеквадратичная ошибка для этой задачи оценивания может быть определена как

$$j(n) = E[(d(n) - \hat{d}(n))^2] = E[(d(n) - w^T r)(d(n) - r^T w)], \quad (5)$$

где  $j(n)$  – функция затрат, которую можно переписать в виде

$$j(n) = E[d^2(n)] - 2w^T E[rd(n)] + w^T E[rr^T]w. \quad (6)$$

Если предположить, что вход и желательная последовательность являются стационарными случайными процессами с нулевым средним, уравнение (6) может быть изменено таким образом

$$j(n) = \sigma^2 - 2w^T p + w^T R w, \quad (7)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия сигнала  $d(n)$ ,

$p$  – вектор корреляции между входной последовательностью и желанной последовательностью.

Корреляционный вектор выражается как

$$p = E[rd(n)] = \begin{pmatrix} E[r(n)d(n)] \\ E[r(n-1)d(n)] \\ E[r(n-2)d(n)] \\ \vdots \\ E[r(n-M)d(n)] \end{pmatrix}, \quad (8)$$

и матрица  $R$  является автокорреляционная матрица входной последовательности. Цель разработки заключается в определении коэффициентов фильтра  $w$  так, чтобы функция затрат  $j(n)$ , выраженная в уравнении (7), минимизировалась.

В уравнении (7) функция стоимости является квадратичной функцией  $w$  и может быть минимизирована путем взятия ее градиента по отношению к  $w$  и приравняв результат к нулю. Градиент  $j(n)|_w$  представляется как

$$\nabla_w j(n) = -p + 2Rw = 0. \quad (9)$$

Взяв второй градиент  $j(n)$  в уравнении (9) по отношению к  $w$ , получаем матрицу Гессе  $H$ ,

$$\nabla_w^2 j(n) = H = 2R, \quad (10)$$

где  $H_{i,j}$ ,  $i$ -й ряд и  $j$ -я колонка матрицы  $H$  определяется как

$$h_{i,j} = \frac{\partial^2 j(n)}{\partial \omega_i \partial \omega_j}. \quad (11)$$

Поскольку входная последовательность  $r(n)$  является стационарной, то автокорреляционная матрица  $R$  симметрична и неотрицательно-определенная. Это означает, что матрица Гессе также неотрицательно-определенная, следовательно, решение уравнения (9) определяет минимальные значения для функции стоимости  $j(n)$ . Решение уравнения (9) дает оптимальные весовые коэффициенты фильтра

$$w_0 = R^{-1}p. \quad (12)$$

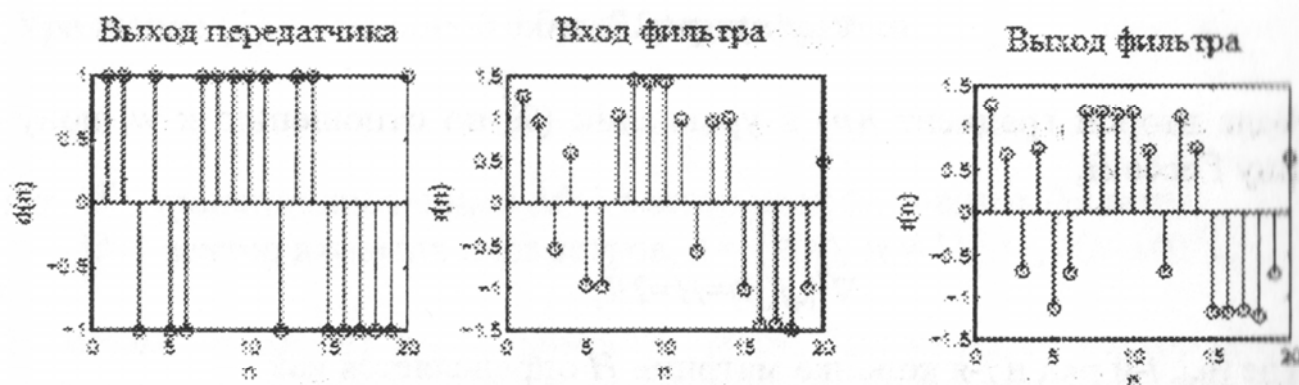
Результаты, представленные в форме уравнения (13), известные как уравнения Винера-Хопфа [1].

$$R = E\{rr^T\} = \begin{pmatrix} E\{r^2(n)\} & E\{r(n)r(n-1)\} & \dots & E\{r(n)r(n-M)\} \\ E\{r(n-1)r(n)\} & E\{r^2(n-1)\} & \dots & E\{r(n-1)r(n-M)\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E\{r(n-M)r(n)\} & E\{r(n-M)r(n-1)\} & \dots & E\{r^2(n-M)\} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

### Результаты моделирования

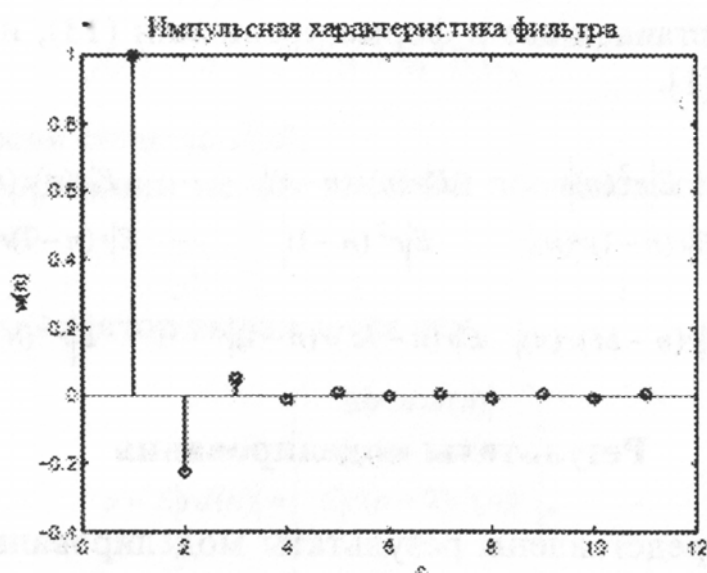
В этом разделе представлены результаты моделирования для канала с использованием коррекции на основе фильтра Винера и без нее. Качество передачи оценивалась для различных значений  $\zeta$ , отношение сигнал/шум. Порядок фильтра установлен  $M = 11$ .

Рисунок 3 показывает дискретную характеристику вход/выход сигнала для фильтра. Данные генерируются на основе равномерного распределения.



**Рисунок 3. Выходной сигнал передатчика, вход фильтра Винера, выход фильтра Винера**

Рисунок 4 представляет импульсную характеристику корректора Винера в дискретной форме. Импульсная характеристика фильтра не является симметричной, поэтому фильтр не приобретает линейной фазовой характеристики. Это усложняет работу корректора, так как нелинейно – фазовые фильтры больше искажают сигнал от непостоянной групповой задержки, и таким образом различные частотные компоненты получают разное время задержки. В результате выходной сигнал искажен, из-за чего уменьшается эффективность цифрового приемника.



**Рисунок 4. Импульсная характеристика корректора Винера с  $\zeta = 2,9$  и  $\sigma_n^2 = 0.01$ .**

Рисунок 5 и рисунок 6 показывают дискретные амплитудную и фазовую характеристики для корректора канала на основе фильтра Винера. Результаты на рисунке 5, показывают, что корректор Винера не является линейно-фазовым фильтром. Из рисунка 6 видно, что корректор Винера является полосовым фильтром, и характеристика фильтра стремится устранить искажения, вызванное ка-

налом. Однако, по рисунку 6 также видно, что фильтр не способен полностью устранять искажающее действие канала. Это один из наиболее серьезных сдерживающих факторов для использования корректора на основе фильтра Винера.

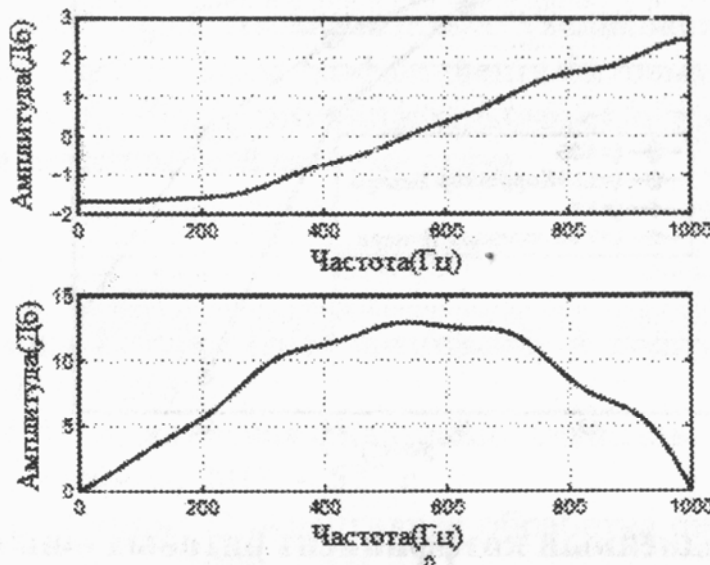


Рисунок 5. Амплитудная и фазовая характеристика корректора Винера.

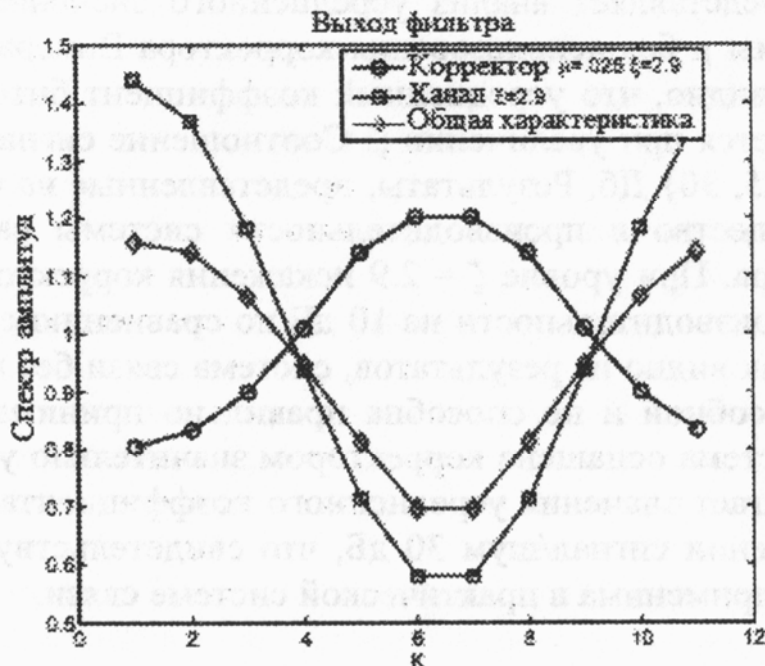
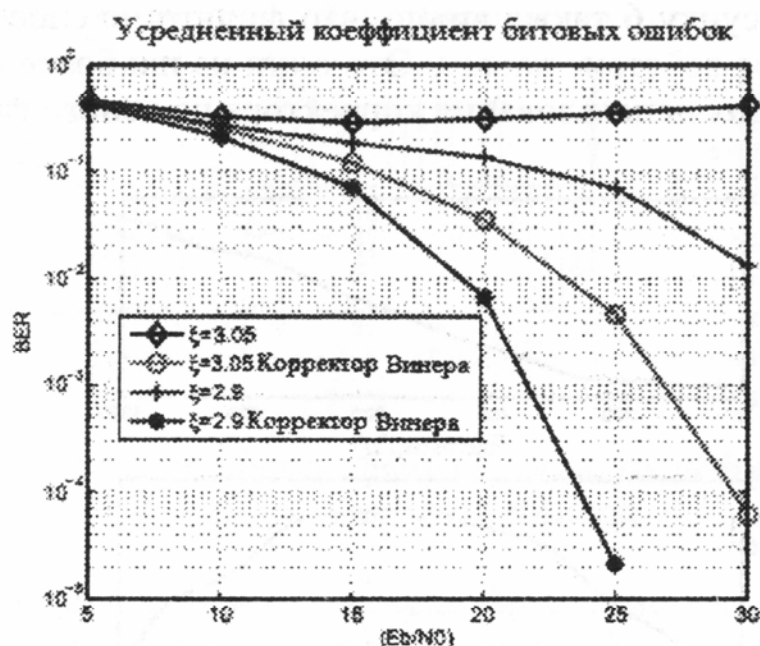


Рисунок 6. Амплитудный спектр корректора Винера, канала и комбинированной системы





**Рисунок 7. Усредненный коэффициент битовых ошибок участка для цифровой системы, с корректором Винера и без него для уровня искажений  $\zeta = 2.9$  и  $\zeta = 3.05$ .**

Рисунок 7 представляет анализ усредненного значения вероятности на ошибку для системы и без использования корректора Винера для  $\zeta = 2.9$  и  $\zeta = 3.05$ . С рисунка 7 видно, что усредненный коэффициент битовых ошибок значительно уменьшается при увеличении  $\zeta$ . Соотношение сигнал/шум установлены {5, 10, 15, 20, 25, 30} Дб. Результаты, представленные на рисунке 7, демонстрируют преимущество в производительности системы связи, оснащенной корректором Винера. При уровне  $\zeta = 2.9$  искажения корректор Винера обеспечивает прирост производительности на 10 дБ по сравнению с системой без него. При  $\zeta = 3.05$ , как видно из результатов, система связи без корректора становится неработоспособной и не способна правильно принимать передаваемый сигнал. Однако система оснащена корректором значительно уменьшает эффект искажения и достигает значения усредненного коэффициента битовых ошибок  $\sim 10^{-4}$  при соотношении сигнал/шум 30 дБ, что свидетельствует о том, что система может быть применима в практической системе связи.

### Выводы

В этой статье оценивался канал с использованием и без использования метода коррекции на основе фильтра Винера. Цифровой сигнал, проходя через среду передачи, искажается, и цель коррекции – устранение влияния искажений в канале, что дает значительное повышение эффективности. Эксперименты, проведенные путем моделирования, показали, что использование коррекции канала всегда улучшает его характеристики и уменьшает значение коэффициента битовой ошибки. Система с коррекцией обеспечивает улучшение линейно-

сти амплитудной и фазовой характеристик. При уровне искажения  $\zeta = 2.9$  коррекция канала дает прирост эффективности на 10 дБ по сравнению с системой без коррекции. При  $\zeta = 3.05$  система связи без коррекции становится неработоспособной и не способна правильно принимать передаваемый сигнал. А система с использованием коррекции значительно уменьшает эффект искажения и достигает значения усредненного коэффициента битовых ошибок  $\sim 10^{-4}$  при соотношении сигнал/шум 30 дБ, что свидетельствует о том, что система может быть применима в практической системе связи.

### Литература

1. В.Н. Фомин, Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. М.: Наука, 1984. – 286 с.
2. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. – Киев: Техносфера, 2013. – 528 с.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
4. Шахнович И.В. Современные технологии беспроводной связи. М.: Техносфера, 2006 г. – 288 с.