УДК 681. 306

**В.Ю. Кучерук, В.С. Маньковська**
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця
кафедра метрології та промислової автоматики
E-mail: Torichka_M@mail.ru

# МЕТОД ГЕНЕРАТОРА ХАОТИЧНИХ КОЛИВАНЬ: КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНИХ ХАОТИЧНИХ СИСТЕМ

***Анотація***
***Кучерук В.Ю., Маньковська В.С. Використання деяких характеристик атрактора для визначення параметрів динамічної системи.*** *Розглянуто основні підходи визначення параметрів нелінійних динамічних систем по реалізації хаотичного процесу.*
***Ключові слова:*** *"дивний атрактор", динамічний хаос, фрактальна розмірність.*

**Постановка задачі.**

Одним із самих значних наукових відкриттів останніх десятиліть є відкриття детермінованого хаосу в динамічних системах. Суть цього відкриття полягає в тому, що повністю визначена (детермінована) динамічна система, при відсутності будь-яких випадкових впливів на неї, починає вести себе непередбаченим (хаотичним) чином. Явища детермінованого хаосу можливі тільки в нелінійних системах.

Математичним образом детермінованого хаосу найчастіше виступають так звані "дивні атрактори" - складним чином утворені граничні множини у фазових просторах динамічних систем, тому для контролю параметрів динамічної системи найкраще використовувати характеристики атракторів.

**Аналіз стану досліджень та публікацій.**

В літературі розглядається багато різних стійких характеристик просторово-динамічної структури атрактора, наприклад, динамічні властивості "дивного атрактора" виражаються за допомогою ентропії Колмогорова або тісно з нею пов'язаних показників Ляпунова. Міру просторової неоднорідності структури "дивного атрактора" можна описати множиною його розмірностей (Хаусдорфа, інформаційна, кореляційна). Крім цього, об'єм прямокутного паралелепіпеда, описаного навкруг атрактора, також характеризує просторову структуру атрактора, так як є неперервною функцією параметра.

**Формування цілей статті.**

З огляду на вище сказане, метою статті є розгляд основних підходів контролю параметрів нелінійних динамічних систем по реалізації хаотичного процесу.

**Викладення основного матеріалу.**

В [1, 2] представлено метод вимірювання, який базується на нелінійній схемі генератора хаотичних коливань (ГХК).

Нагадаємо суть метода генератора хаотичних коливань В його основі лежить використання в якості вимірювального кола нелінійної електричної схеми в режимі хаотичних коливань, тобто генератора хаотичних коливань. Сенсор вимірювальної фізичної величини (чи безпосередній сигнал цієї величини) підключається до схеми ГХК таким чином, щоб його вихідне значення змінювало значення одного з параметрів ГХК.

Вимірювальною інформацією в методі хаотичного генератора є дискретна реалізація хаотичного процесу, яка знімається з генератора хаотичних коливань, яка далі поступає на опрацювання в обчислювальний блок.

Найпростіша структурна схема вимірювального пристрою на базі генератора хаотичних коливань (рис.1), складається з двох частин: нелінійної вимірювальної схеми, до якої підключений датчик вимірювальної фізичної величини, і оброблюючого обчислювального пристрою, в якому реалізовані алгоритми контролю параметра вимірювального генератора.

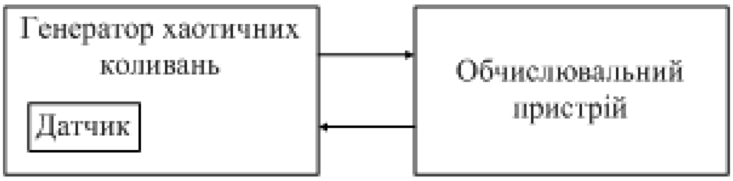


Рисунок 1 – Структурна схема вимірювального пристрою на базі метода ГХК

При виборі практичної реалізації генератора хаотичних коливань враховувався ряд обставин, а саме: простота реалізації, наявність діапазону зміни параметрів, які забезпечують хаотичний режим, наявність математичної моделі, яка дозволяє достатньо просто моделювати хаотичний процес.

В якості такої найпростішої схеми генератора хаотичних коливань вибрана схема Чуа (рис. 2).

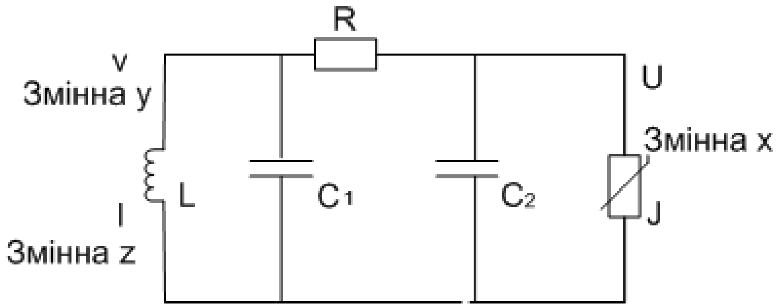


Рисунок 2 – Схема Чуа

Схема Чуа складається з індуктивності L , двох ємностей $c_1$ і $c_2$, резистора R і елемента з кусково– лінійною вольт – амперною характеристикою J(U).Безрозмірні змінні, які фігурують в рівняннях, x, y, z, пропорційні, відповідно, напрузі на нелінійному елементі, напрузі на індуктивності і струму через індуктивність.

Динаміка описується рівняннями

$$C_1 \frac{dV_{C2}}{dt} = -g(V_{C2} - V_{C1});$$
$$C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = -g(V_{C2} - V_{C1}) - i_L; \qquad (1)$$
$$L \frac{di_L}{dt} = V_{C2}.$$

Функція g(V) описує вольт – амперну характеристику нелінійного резистора і має вигляд:

$$g(V) = -m_0 V + 0{,}5(m_0 + m_1)\left[\left|V + E_1\right| - \left|V - E_1\right|\right]. \qquad (2)$$

Розглянемо спочатку властивості хаотичних режимів нелінійних динамічних систем. Процес в таких системах носить хаотичний характер, так як передбачити стан системи в заданий момент часу можна тільки статично, однак спектр процесу, хоч і є неперервним, містить окремо виражені лінії. “Фазовий портрет” системи, яка працює в режимі хаотичних коливань має назву “дивного атрактора”.

Ідея використання нелінійних систем в режимі хаотичних коливань для вимірювання основана на властивостях “дивних атракторів”:

- він є атрактором, тобто займає обмежену область фазового простору $\{x\}$, до якого по завершенню великого інтервалу часу притягуються все достатньо близькі траєкторії із так названої області протягування. Відмітимо, що область протягування може мати дуже складну структуру. Крім цього сам атрактор складається якби з однієї траєкторії, тобто траєкторія з плином часу повинна пройти через кожну точку атрактора. Набір ізольованих нерухомих точок не є єдиним атрактором;

- властивість, яка робить атрактор дивним, – чутливість до початкових умов, тобто не дивлячись на стискання в об’ємі, не відбувається скорочення довжин у всіх напрямках і відстань між першочергово скільки завгодно близькими точками на атракторі через достатньо великий час стають кінцевими. Це призводить до позитивної колмогоровської ентропії;

- щоб описати фізичну систему, атрактор повинен бути структурно стійким і типовим. Іншими словами, малі зміни параметра в $F\,(x = F(x)\,, x = (x_1, x_2, ..., x_d\,))$ змінюють структуру атрактора неперервним чином (наприклад хаусдорфова розмірність атрактора) і множина параметрів, для яких породжується дивний атрактор, не повинна бути множиною міри 0 – в іншому випадку атрактор не є типовим і фізично значимим. Всі виявлені до даного часу атрактори мають дробову хаусдорфову розмірність.

Звичайно дивний атрактор виникає, коли фазовий потік стискає елементарний об’єм в одних напрямках і розтягує його в інших. Щоб залишатись в обмеженій області, елементарний об’єм одночасно складається. Цей процес розтягування і складання породжує хаотичний рух траєкторії на дивному атракторі подібно тому, як це було в випадку кусково-лінійних відображень [3].

Розглянемо деякі стійкі кількісні характеристики просторо-динамічної структури атрактора, які відображають ці властивості.

Не дивлячись на те, що будь-яку характеристику можна використати для однозначного опису системи, при створенні конкретного алгоритму контролю параметра необхідно вибрати характеристику, яка б забезпечувала б оптимальне співвідношення між ефективністю і точністю числової оцінки. Розглянемо деякі стійкі характеристики атрактора, які дають можливість отримати на їх основі ефективний і точний алгоритм обчислення оцінки характеристики “дивного атрактора”.

З всіх розмірностей найбільш простою, в тому числі і для отримання її числової оцінки, є звичайна (фрактальна) розмірність Хаусдорфа (ємність) атрактора, яка визначається формулою

$$D_0 = -\lim_{R \to 0} \frac{ln\, N(R)}{ln\, R}, \tag{3}$$

де R – довжина ребра куба, на які розбивається фазовий простір хаотичної динамічної системи; N(R) – кількість комірок, через які проходить фазова траєкторія.

Ідея, яка лежить в основі цього поняття, полягає в наступному: якщо провести “покриття” атрактора елементами об’єму (сферами, кубами і т.д.), кожний з яких має діаметр R, і позначити через N(R) число елементів об’єму, необхідних для покриття, тоді при зменшенні діаметра елемента покриття сума об’ємів прагне до об’єму атрактора. Для числового розрахунку цієї характеристики по виборці хаотичного процесу можна на пряму скористатись її визначенням.

Формули, за допомогою яких визначається розмірність більш високих порядків, значно складніші, і використання визначень для отримання їх числової оцінки практично неприйнятно із-за високої складності і трудомісткості.

Наприклад, кореляційна розмірність атрактора визначається як

$$D_2 = \lim_{R \to 0} \frac{ln(\sum_{i=0}^{N(R)} p_i^2)}{ln\, R}, \quad (4)$$

де $p_i$ – ймовірність попадання точки, яка належить атрактору, в $i$-у комірку.

Однак для кореляційної розмірності існує достатньо ефективний алгоритм отримання числової оцінки, якщо використовувати значення кореляційного інтервалу, який може бути оцінений безпосередньо для послідовності точок:

$$C(R) = \frac{1}{N^2} \lim_{N \to 0} \sum_{i,j} \Theta(R - |x_i - x_j|), \quad (5)$$

де $\Theta(x)$ – функція “одиничного скачка”.

Так як $C(R) = \sum_{i=0}^{N(R)} p_i^2$, то нахил графіка залежності ln C(R) від ln R дає значення кореляційної розмірності $D_2$.

Самою простою і зручною для обчислення характеристикою хаотичної системи є об’єм паралелепіпеда, в який вписаний атрактор (або діапазон змін фазових змінних і їх попарні похідні).Такий підхід може бути обґрунтований наступним чином:

- в будь-якому хаотичному процесі, оскільки він не є випадковим, атрактор завжди локалізований в деякій повністю визначеній області фазового простору;

- спектр хаотичного процесу є неперервним і його потужність також характеризує атрактор, а вписування атрактора в паралелепіпед чи прямокутник, по суті, дає оцінку потужності спектра [4, 5].

Проведені досліди хаотичного процесу показують рис.3, що при малій кількості вимірювань можливі випадкові зміни оцінки характеристики. Однак з подовженням вибірки хаотичного сигналу оцінка перестає суттєво змінюватись.

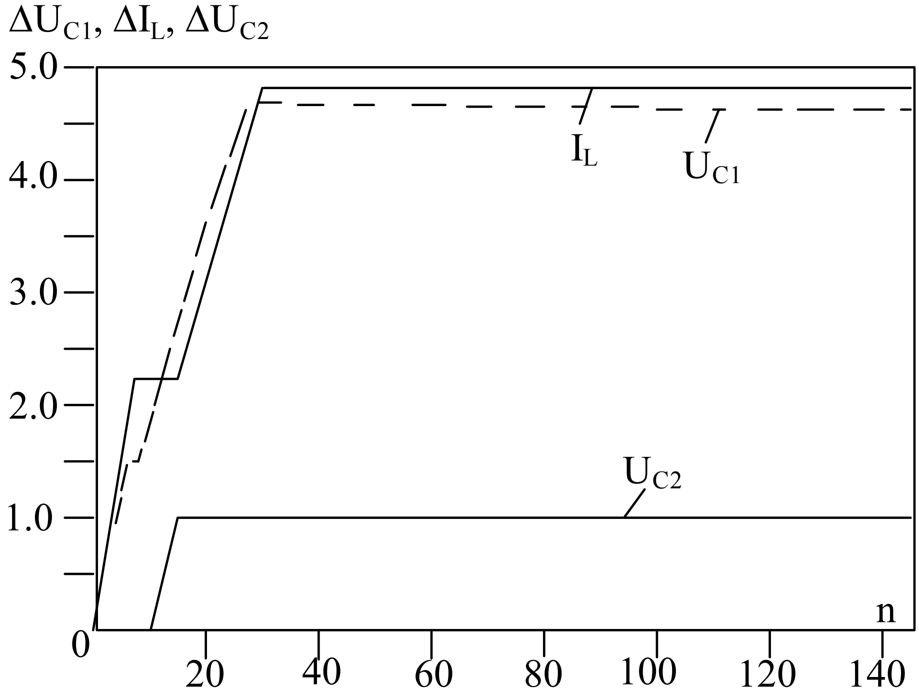


Рисунок 3 – Значення діапазону вимірювання фазових змінних $\Delta U_{C_1}, \Delta I_L, \Delta U_{C_2}$ від довжини $n$ реалізації хаотичного процесу

**Висновки.**

В даній статті було розглянуто деякі характеристики дивних атракторів, які використовуються для контролю параметрів динамічної системи.

Самою простою і зручною для обчислення характеристикою хаотичної системи є об'єм паралелепіпеда, в який вписаний атрактор.

Головною перевагою такого підходу є те, що він дозволяє суттєво знизити вимоги до обчислювальних засобів.

Оцінка атрактора виходить практично одразу після визначення дискретної реалізації хаотичного процесу.

## Література

1. Метод параметричних вимірювань з використанням генератора хаотичних коливань/ Кучерук В.Ю., Маньковська В.С.// Вісник Інженерної академії України. – 2009. - №1. - С. 116 – 120.
2. Разработка измерительных устройств на базе метода хаотического генератора/ Воронов С.С., Колпаков Л.В., Кузнецов В.А.// Измерительная техника. – 1996. - № 12. – С.16.
3. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение: пер. с англ./ Шустер Г. – М.: Мир. – 1988. – 240 с.
4. Мун Ф. Хаотические колебания: вводный курс для научных работников и инженеров: пер. с англ./ Мун Ф. – М.: Мир, 1990. – 312с.
5. Введение в теорию хаотических систем для инженеров [Электронный ресурс] / Т.С. Паркер, Л.О. Чуа // ТИИЭР, 1987. – Т.75, №8. – С. 6 – 40. –Режим доступу к журналу: http://it.fitib.altstu.ru/index.php?action=show&show=140.

***Abstract***

***Kucheruk V. Y., Mankovska V.S. Use of some descriptions of attractor for determination of parameters of the dynamic system.*** *Basic approaches of determination of parameters of the nonlinear dynamic systems are considered on realization of chaotic process.*

***Keywords:*** *"strange attractor", dynamical chaos, fractal dimension.*

***Аннотация***

***Кучерук В.Ю., Маньковская В.С. Использование некоторых характеристик аттрактора для определения параметра динамической системы.*** *Рассмотрено основные подходы определения параметров нелинейных динамических систем по реализации хаотического процесса.*

***Ключевые слова:*** *"странный аттрактор", динамический хаос, фрактальная размерность.*

Здано в редакцію: 19.04.10р.

Рекомендовано до друку: д.т.н, проф. Зорі А.А.