Министерство образования и науки Украины
Винницкий национальный технический университет

В.А. Огородников, И.А. Деревенько, Л.И. Алиева

РЕСУРС ПЛАСТИЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ ПРИ ХОЛОДНОМ ОБЪЁМНОМ ФОРМОИЗМЕНЕНИИ

Монография

Винница ВНТУ 2016

УДК 651.7
ББК 34.54

Рекомендовано к изданию Учёным советом Винницкого национального технического университета Министерства образования и науки Украины (протокол №10 от 31.03.2016 г.)

Рецензенты:
В.А. Титов, доктор технических наук, профессор
И.О. Сивак, доктор технических наук, профессор

Огородников, В.А.
Ресурс пластичности металлов при холодном объёмном формоизменении: монография / Огородников В.А., Деревенько И.А., Алиева Л.И. -Винница: ВНТУ, 2016. - 176 с.

Монография посвящена решению проблемы деформируемости заготовок в условиях объёмного напряженного состояния. Развит расчётный аппараттеории деформируемости, создана модель разрушенияметаллов при их форморазрушении. Рассмотрены феноменологические критерии разрушения, оценена их точность, что позволяет на стадии проектирования технологических процессов прогнозировать качество изделий и управлятьего формированием.

Предназначена для инженерно-технических и научных работников, занимающихся обработкой металловдавлением а также преподавателей, аспирантов и студентов.

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

e_u – интенсивность деформаций;

e_p – накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения;

$\dot{e}_u$ – интенсивность скоростей деформации;

$\overline{e}_u$ –накопленная интенсивность деформаций;

e_1, e_2, e_3 – главные деформации;

σ_{ij} – компоненты тензора напряжений;

σ_u – интенсивность напряжений;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – нормальные напряжения на площадках перпендикулярных к координатным осям yz, xz, xy;

$\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$ – то же в цилиндрической системе координат;

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ – касательные напряжения в плоскостях xy, yz, zx;

$\tau_{z\varphi}, \tau_{\varphi r}, \tau_{rz}$ – то же в цилиндрической системе координат;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные нормальные напряжения; σ_1 – наибольшее; σ_3 – наименьшее; σ_2 – промежуточное;

σ – гидростатическое давление;

σ_{ij} – компоненты тензора напряжений в сокращенной записи;

S_{ij} – компоненты девиатора напряжений в сокращенной записи;

$I_1(T_\sigma), I_2(T_\sigma), \quad I_3(T_\sigma)$ – главные инварианты тензора напряжений, соответственно первый, второй, третий;

$I_1(D_\sigma), \; I_2(D_\sigma), \; I_3(D_\sigma)$ – главные инварианты девиатора напряжений, соответственно первый, второй, третий;

χ – показатель напряжённого состояния, учитывающий влияние третьего инварианта тензора напряжений на пластичность;

z_0, r_0 – Лагранжевы координаты;

z, r – Эйлеровы координаты;

ψ_p – использованный ресурс пластичности;

ψ_{ij} – компоненты девиатора напряжений;

β_{ij} – компоненты направляющего тензора скоростей деформаций;

A_{ij} – компоненты тензора Альманси;

μ_0 – параметр Надаи-Лоде;

V_z – скорость движения частиц вдоль линий тока;

η – показатель напряженного состояния;

$\eta = \eta(e_p)$ – путь деформирования частиц материала;

$e_p = f(\eta)$ – диаграмма пластичности;

$\sigma_u = f(e_u)$ – кривая течения материала;

ω – коэффициент, учитывающий влияние истории деформирования на пластичность;

m – коэффициент неравномерности деформаций;

δ – относительное обжатие, осадка, вытяжка

– условная характеристика величины пластической деформации в относительных единицах или %;

λ – коэффициент, характеризующий «чувствительность» пластичности материалов к схеме напряженного состояния.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Математическаятеория пластичности, развиваемая с начала 60-х годов прошлого столетия, ставит основной задачей – исследованиенапряжённо-деформированного состояния в процессах, сопровождающихся конечными деформациями, это, в первую очередь, в процессах обработки металлов давлением, а также в строительной механике. Однако при этом, в период становления математической теории пластичности, главной её задачей являлось определение деформирующих усилий, энергосиловых параметров в процессах обработки металлов давлением, а также предельных (разрушающих) нагрузок при расчётах конструкций минимального веса. Начиная с 70-х годов прошлого столетия, в связи с появлением новых труднодеформируемых материалов и композитных сплавов, задачей теории пластичности становится не определение деформирующих усилий и на этой основе подбор оборудования, а возможности осуществления технологических операций пластического формоизменения заготовок из различных материалов без разрушения. В этот период появляются первые публикации, посвящённые созданию и развитию феноменологической теории деформируемости, которая базируется на экспериментальных данных о механических характеристиках материала и информации о напряжённо-деформируемом состоянии при операциях обработки металлов давлением. Феноменологическая теория деформируемости позволяет на стадии проектирования технологических процессов прогнозировать качество изделий и управлять их формированием.

Предлагаемая монография посвящена развитию расчётного аппарата теории деформируемости и созданию моделей формирования качества, в частности, моделей разрушения металлов и сплавов при их обработке давлением.

Кроме перечисленных задач обработки металлов давлением, феноменологическая теория деформируемости позволяет оценить работу деформации и разрушения при столкновении транспортных средств.

Авторы монографии в качестве практических примеров приложения теории деформируемости рассмотрели, главным образом, процессы холодного формоизменения заготовок в условиях деформации металла при монотонном и немонотонном нагружении. При этом металл испытывает сложное деформирование вплоть до проявления эффекта Баушингера.

Оценка использованного ресурса пластичности при этом становится трудной, порой непреодолимой задачей, что вызывает необходимость классификации процессов холодной объёмной штамповки по параметрам, определяющим выбор критериев разрушения, обеспечивающим надёжный, более точный результат расчёта предельных деформаций.

Такими примерами в монографии рассмотрены технологические процессы холодной объёмной штамповки, которыеможно отнестик разряду наукоёмких технологий. Размеры, форма, качество поверхностей у заготовок (деталей, поковок) максимально приближены к аналогичным параметрам готовых деталей, вследствие чего отпадает необходимость дальнейшей механической обработки, либо она сведена до минимума.

Развитие аэрокосмической, электронной, автомобильной и других высокотехнологических отраслей промышленности требует совершенствования процессов обработки давлением для получения деталей с малой массой, высокой прочностьюи точностью с малыми затратами средств и времени, отсутствием загрязнения окружающей среды. Технологии формирования новых наноструктурированныхматериалов, новых изделий базируются на излагаемой в монографии феноменологической теории деформируемости.

РАЗДЕЛ I

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ МЕТАЛЛОВ

1.1 Модели материалов, подвергаемых холодному пластическому формоизменению

При холодном пластическом деформировании, в частности при холодной объёмной штамповке, основным определяющем параметром, обеспечивающем получение качественной заготовки, является материал, его способность подвергаться пластическому формоизменению без разрушения.

Основным фактором технологического отказа является деформируемость заготовки, а она в свою очередь, кроме параметров процесса зависит от механических свойств материала. Механические свойства материала, его пластичность существенно зависит от показателей напряженного состояния и других факторов, поэтому принятая модель материала играет определяющую роль при прогнозировании технологических отказов. Известна, важная роль конечно-элементного моделирования в современной теории обработки металлов давлением. Конечно-элементное моделирование нашло широкое применение в технологиях изготовления изделий машиностроения [24, 62, 79]. В конечно-элементных моделях определяющую роль играет паспорт материала (карта материала). Карта материала основывается на модели материала и параметрах модели. Модель материала включает модель деформирования и модель технологических отказов в виде неустойчивости пластического деформирования, разрушение различных видов (отрывом, сдвигом, смешанные виды разрушения).

Карта материала является наиболее чувствительным звеном, определяющим точность и надежность моделирования.

В 90-х годах в конечно-элементных программах использовали модели пластичности, параметры которых определяли испытаниями плоских образцов на растяжение. Это модели Мизеса, Хилла [90]. Оценка технологических отказов производилась на основе экспериментальных данных, в частности, на основе диаграмм предельных устойчивых либо предельных разрушающих деформаций. Появляются модели более высокого порядка, модель Барлата с восемью коэффициентами анизотропии [21, 22]. При этом в работе Г. Д. Деля [34] предлагается усложнить технологические модели отказов, появляется возможность прогнозирования неустойчивости растяжения, разрушение отрывам и срезом. Число параметров этих моделей возрастает, потребовались новые виды испытаний материалов и методики определения параметров новых моделей. Число моделей материалов продолжает расти в связи с возрастающим разнообразием материалов, используемых в обработке металлов давлением.

Основными технологическими отказами в процессах холодной объемной штамповки являются: локализация деформации в виде потери устойчивости пластического деформирования, разрушение металла при различных механизмах его протекания.

Все перечисленные технологические отказы предопределяют необходимость создания модели материала, параметры которого определяются экспериментальным построением кривых течения $\sigma_u = f(e_u)$ в координатах: интенсивность напряжений σ_u – интенсивность деформаций e_u, диаграмм пластичности в координатах: накопленная интенсивность деформаций вплоть до разрушения e_p – безразмерные показатели напряжённого состояния, от которых существенно зависит пластичность.

Вопросы выбора показателей напряжённого состояния при построении диаграмм пластичности, обоснование единых, не зависящих от вида напряжённого состояния диаграмм пластичности все еще остаются открытыми.

1.2 Поверхности нагружения изотропных и анизотропных материалов

1.2.1 Критерии текучести

Определение условий перехода материала от упругого состояния до начала развития пластических деформаций является предметом экспериментальных исследований. Это исследования А. Надаи [65], В. Лоде проведенные на меди, железе и никеле, исследования стали П. Людвика.

А. М. Жуковым проведены испытания трубок из хромоникелевой стали и стали ЭИ415 на растяжение на фоне гидростатического давления [59].

При осевом растяжении пластическое состояние наступает, если $\sigma_{zz} = \sigma_T$, при чистом кручении, если $\tau_{\varphi z} = k$, где σ_T, k – соответствующие пределы текучести. Условия перехода материала из упругого состояния в пластическое, при сложном напряжённом состоянии, называют критериями текучести или критериями пластичности.

1.2.2 Изотропный материал

Для изотропных материалов критерий пластичности является симметричной функцией главных напряжений

$$F\left(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\right) = const = k, \tag{1.1}$$

где k – константа материала, связанная с пределом текучести, поскольку главные инварианты тензора напряжений I_1, I_2, I_3 также симметричные
относительно главных напряжений.

Условие (1.1) в этом случае запишем в виде

$$f\left(I_1, I_2, I_3\right) = k. \tag{1.2}$$

Первый инвариант I_1 пропорционален гидростатическому давлению $\sigma_0 = \dfrac{\sigma_{ii}}{3}$. Опыты Бриджмена и других исследователей показали, что гидростатическое давление практически не влияет на наступление пластичности в твердых непористых телах. Поэтому можно записать

$$f\left(I_2', I_3'\right) = k, \tag{1.3}$$

где I_2', I_3' – главные инварианты девиатора напряжений.

$$\left.\begin{aligned} & I_1' = 0 \\ & I_2' = \frac{1}{2}\sigma_{ij}'\sigma_{ij} = \frac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right] \\ & I_3' = \sigma_1'\sigma_2'\sigma_3', \end{aligned}\right\}, \tag{1.4}$$

где $\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \delta\sigma_0$.

Часто критерий пластичности записывают в виде

$$f\left(I_2', I_3'\right) = 0, \tag{1.5}$$

подразумевая наличие параметра – предела текучести.

Поверхность нагружения подчинена следующим условиям:

- поверхность непрерывна;
- поверхность выпукла;
- поверхность должна описывать одноосные напряженные состояния сжатия и растяжения.

Критерии пластичности будем рассматривать как поверхность в пространстве главных напряжений. Уравнение (1.5) не содержит гидростатическое давление, поэтому поверхность представляет прямой цилиндр с образующей, параллельной гидростатической оси. Цилиндр пересекает девиаторную плоскость по некоторой кривой, называемой кривой текучести.

В дальнейшем нами рассматривается условие постоянства максимального касательного напряжения (критерий Треска-Сен-Венана).

В общем случае имеем

$$\left|\sigma_1 - \sigma_2\right| \le \sigma_T, \left|\sigma_2 - \sigma_3\right| \le \sigma_T, \left|\sigma_3 - \sigma_1\right| \le \sigma_T. \tag{1.6}$$

Здесь могут не соблюдаться неравенства $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$ иначе условия (1.6) сводятся к одному

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3 \le \sigma_T. \tag{1.7}$$

В пространстве трех главных напряжений условию (1.7) соответствует правильная шестиугольная призма, равно наклоненная к координатным осям.

Условие постоянства интенсивности касательных напряжений (условие Губера - Мизеса) сводится к уравнению

$$\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2 = 2\sigma_T^2. \tag{1.8}$$

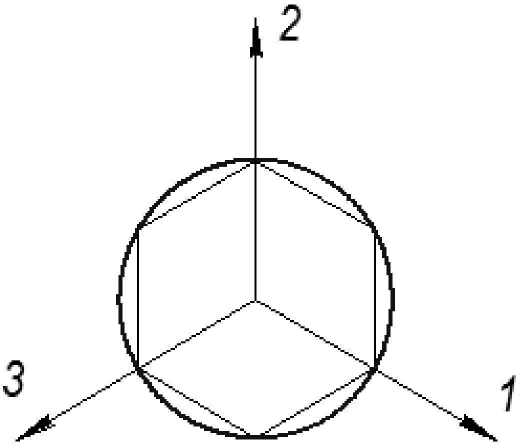


Рис. 1.1. След цилиндра Губера-Мизеса на девиаторную плоскость

Уравнение (1.8) в пространстве главных напряжений представляет собой цилиндр, пересекающий девиаторную плоскость по окружности. След цилиндра на девиаторной плоскости – окружность, описанная вокруг шестиугольника, соответствующего критерию Треска-Сен-Венана (рис. 1.1).

Согласно условию (1.8) пластическое состояние наступает, когда эквивалентное напряжение, называемое интенсивностью напряжений

$$\sigma_{экв} = \sigma_и = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2} \tag{1.9}$$

достигает предельного значения равного σ_T.

1.2.3 Анизотропный материал

Для случая ортотропии поверхность нагружения Мизеса обобщил Р. Хилл [90]

$$f(\sigma_x,\tau_{xy}...) = H\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2 + F\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2 + G\left(\sigma_z-\sigma_x\right)^2 + 2N\tau_{xy}^2 +$$
$$+2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 - 1 = 0. \qquad (1.10)$$

При двухосном напряжённом состоянии листа (1.10) можно записать в виде

$$f(\sigma_x,\tau_{xy}...) = \left(1-a_x\right)\sigma_x^2 - 2a_z\sigma_x\sigma_y + \left(1-a_y\right)\sigma_y^2 + 2a_{xy}\tau_{xy}^2 - \frac{2}{3}\sigma_s^2 = 0, \qquad (1.11)$$

где параметры анизотропии

$$\left.\begin{aligned} a_z &= 1-a_x-a_y \\ a &= a_x a_y + a_y a_z + a_z a_x \end{aligned}\right\} \qquad (1.12)$$

вычисляют через параметры Лангфорда r_0, r_{90}, r_{45}, которые соответствуют направлениям вдоль, поперек и под углом 45^0 к направлению прокатки:

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{r_0}{r_0+r_{90}+r_0 r_{90}} \\ a_y &= \frac{r_{90}}{r_0+r_{90}+r_0 r_{90}} \end{aligned}\right\}, \qquad (1.13)$$

$$a_{xy} = \left(a_x+a_y\right)\left(0,5+r_{45}\right). \qquad (1.14)$$

Значения параметров r определяют стандартными испытаниями на растяжение, как отношение деформации по ширине и толщине образца.

1.3 Упрочнение материалов, подвергаемых конечным пластическим деформациям

1.3.1 Кривые течения материалов

Кривая течения $\sigma_u = f\left(e_u\right)$ является важнейшей универсальной механической характеристикой материала и строится в координатах: интенсивность напряжений σ_u – интенсивность деформаций e_u

$$e_u = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(e_1 - e_2\right)^2 + \left(e_2 - e_3\right)^2 + \left(e_1 - e_3\right)^2}, \qquad (1.15)$$

где e_1, e_2, e_3 – главные деформации.

Обычно ее получают простейшими испытаниями на растяжение, сжатие либо кручение. Если рассматривать модель материала с изотропным упрочнением, то кривая $\sigma_u = f\left(e_u\right)$ полностью характеризует это упрочнение. Следуя фундаментальной гипотезе о единой кривой течения – кривая течения определяется свойством материала и не зависит от вида напряженного состояния. Для использования кривой течения в задачах обработки металлов давлением применяют различные аппроксимирующие уравнения, на основе которых экстраполируют кривые течения в область больших деформаций.

Кривые течения можно описать с помощью уравнения П. Людвига

$$\sigma_u = Ae_u^n, \qquad (1.16)$$

где n – показатель упрочнения;

A – коэффициент, равный интенсивности напряжений при интенсивности деформаций равной единице.

Для изотропных материалов показатель n имеет также физический смысл, $n = e_u$ при достижении максимальной нагрузки на условной кривой растяжения. Основным недостатком аппроксимации (1.16) является несоответствие экспериментальным данным σ_u в области предела текучести (остаточные деформации 0,001 – 0,002).

В таких случаях используют другие варианты аппроксимирующих уравнений. Так в уравнении Свифта

$$\sigma_u = A\left(e_u + e_0\right)^n, \qquad (1.17)$$

где e_0 – смещение кривой течения вдоль оси деформаций.

Людвиг предлагает также следующий вариант уравнения кривой течения

$$\sigma_и = \sigma_T + Ae_и^n, \qquad (1.18)$$

где σ_T – предел текучести материала.

В уравнении Воке [27] используется не только экспоненциальные, но и показательные функции

$$\sigma_и = \sigma_T + \left(b + ce_и\right)\left(1 - \exp\left(-fe_и\right)\right). \qquad (1.19)$$

1.3.2 Модели эффекта Баушингера

Эффект Баушингера – снижение пределов пропорциональности, упругости и текучести материалов в результате изменения знака нагружения, если первоначальная нагрузка вызвала наличие пластических деформаций. Поверхность нагружения определена уравнением

$$f\left(S_{ij}, \bar{e}_и\right) = 0, \qquad (1.20)$$

где $\bar{e}_и$ – некоторая мера упрочнения [53], в качестве которой принимают параметр Одквиста или накопленную пластическую деформацию

$$\bar{e}_и = \int \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij}}, \qquad (1.21)$$

где ε_{ij} – компоненты тензора пластической деформации.

В качестве меры упрочнения иногда принимают удельную потенциальную энергию или работу пластического деформирования

$$W_p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \qquad (1.22)$$

где $d\varepsilon_{ij}$ – компоненты приращений пластической деформации. Интегрирование проводят по всему пути деформирования.

В случае равномерного расширения поверхности нагружения упрочнение является изотропным. Эффект Баушингера в этом случае отсутствует. Уравнение (1.20) имеет вид

$$2f\left(S_{ij}, q\right) = S_{ij}S_{ij} - \frac{2}{3}\sigma_и^2\left(q\right), \qquad (1.23)$$

где q – параметр упрочнения.

Данная модель не учитывает эффект Баушингера, т.е. не учитывает деформационную анизотропию. Уравнение поверхности нагружения, учитывающее анизотропию, следовательно, и смещение поверхности нагружения в направлении деформирования (трансляционное упрочнение) [53], имеет вид

$$2f\left(S_{ij},\alpha_{ij},\sigma_T\right)=\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)-\frac{2}{3}\sigma_T^2=0, \qquad (1.24)$$

где α_{ij} – координаты центра поверхности нагружения, образующие девиатор.

Координаты центра поверхности нагружения или добавочные напряжения в работе [50] предложено записать в виде

$$\alpha_{ij}=c\varepsilon_{ij}, \qquad (1.25)$$

где c – константа материала.

Теория трансляционного упрочнения не описывает свойства материалапри циклическом деформировании, т.е. как при полном изменении цикла деформаций координаты $\alpha_{ij}=0$, что противоречит эксперименту.

Если поверхность нагружения жестко смещается и расширяется во всех направлениях, то уравнение (1.20) приобретает вид

$$2f\left(S_{ij},\alpha_{ij},\overline{e}_u\right)=\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)-\frac{2}{3}\sigma_u^2\left(\overline{e}_u\right)=0. \qquad (1.26)$$

Такая теория лучше согласуется с экспериментом. В $(1.26)\,\sigma_u$ – эквивалентное напряжение, являющееся функцией накопленной интенсивности деформаций (параметр упрочнения). Уравнение состояния такой модели имеет вид

$$d\varepsilon_{ij}=\frac{3}{2}\frac{d\overline{e}_u}{2\overline{\sigma}_u}\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right), \qquad (1.27)$$

где $\bar{\sigma}_u = f\left(\bar{e}_u\right)$ – диаграмма деформирования, которую получают экспериментально путем сжатия предварительно растянутых образцов.

Один из вариантов расчета $\bar{\sigma}_u$ предложен в работе [35]

$$\bar{\sigma}_u = \frac{1+\beta\left(\bar{e}_u\right)}{2}\sigma_u\left(e_u\right), \tag{1.28}$$

где $\beta\left(\bar{e}_u\right) = \dfrac{\sigma_{0,2}}{\sigma}$ – параметр характеризующий эффект Баушингера [86].

Удобными при практическом применении, хорошо согласующимися с экспериментом, являются соотношения, предложенные Бакхаузом, с помощью которых рассчитывают добавочные напряжения [15]

$$\alpha_{ij} = \int_0^{e_u} B\left(\bar{e}_u^*\right)\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u^*}\,d\bar{e}_u^*. \tag{1.29}$$

Модель упрочнения, предложенная Бакхаузом, достаточно удовлетворительно описывает пластическое состояние сталей и некоторых цветных металлов [16–18].

В работе [36] уравнение координат центра поверхности нагружения, следуя теории Бакхауза, представлены в виде

$$\alpha_{ij} = \frac{1-\beta\left(\bar{e}_u\right)}{3}\sigma_u\left(\bar{e}_u\right)\frac{d\varepsilon_{ij}}{d\bar{e}_u} - \frac{1}{3}\int_0^{\bar{e}_u}\left[1-\beta\left(e_u^*\right)\right]\sigma_u\left(e_u^*\right)\varphi\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right)\frac{d^2\varepsilon_{ij}}{de_u^{*2}}\,de_u^*, \tag{1.30}$$

где $\varphi\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right)$ – функция наследственного влияния истории нагружения. Функции $\varphi\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right)$, $\sigma_u\left(\bar{e}_u\right)$, $\beta\left(\bar{e}_u\right)$ считают характеристиками материала, не зависимыми от вида напряжённого состояния и истории нагружения.

1.3.3 Модель Бакхауза

Модель Бакхауза [17, 19] учитывает наследственное влияние истории нагружения на текущее состояние материала при пластической деформации. Учет истории осуществляется с помощью функции $\varphi\left(e-e_0\right)$, где e_0 – накопленная интенсивность деформации, при достижении которой происходит изменение знака деформации. Вид этой функции им предложено определять испытанием трубчатых образцов [16].

Поверхность нагружения начально-изотропного материала с изотропным упрочнением имеет вид

$$\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right)=\frac{2}{3}\sigma_u^2\left(\overline{e}_u\right), \tag{1.31}$$

где S_{ij} – компоненты тензора девиатора напряжений;

α_{ij} – компоненты тензора дополнительных напряжений (смещение поверхности нагружения (рис. 1.2));

σ_u – эквивалентное напряжение изотропного упрочнения;

$\overline{e}_u$ – параметр Одквиста или накопленная интенсивность деформаций

$$\overline{e}_u=\int\sqrt{\frac{2}{3}d\varepsilon_{ij}d\varepsilon_{ij}}\,, \tag{1.32}$$

где ε_{ij} – компоненты тензора пластической деформации.

Следуя ассоциированному закону течения из (1.31)

$$d\varepsilon_{ij}=\frac{3}{2}\frac{d\overline{e}_u}{\sigma_u}\left(S_{ij}-\alpha_{ij}\right). \tag{1.33}$$

Параметры модели можно определить с помощью испытаний на растяжение с последующим сжатием. Так при растяжении выполняется условие

$$d\varepsilon_x=d\overline{e}_u, S_x=\frac{2\sigma_p}{3}. \tag{1.34}$$

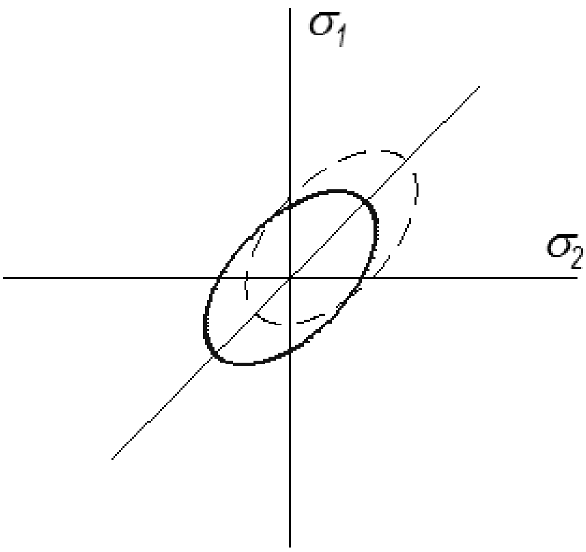


Рис. 1.2. Смещение поверхности нагружения

Здесь σ_p – напряжение растяжения перед нагрузкой. Введя обозначение σ_c – предел текучести при последующем сжатии после предварительного растяжения напряжением σ_p, получим

$$d\varepsilon_x = -d\overline{e}_u, S_x = -\frac{2\sigma_p}{3}. \quad (1.35)$$

Из (1.33–1.35) следует:

$$\sigma_з - \frac{3}{2}\alpha_x = \sigma_u. \quad (1.36)$$

Для сжатия

$$\sigma_c + \frac{3}{2}\alpha_x = \sigma_u. \quad (1.37)$$

Эквивалентное напряжение изотропного упрочнения σ_u и дополнительное напряжение α_x равны соответственно

$$\left.\begin{aligned} \sigma_u &= \frac{1+\beta}{2}\sigma_p \\ \alpha_x &= \frac{1-\beta}{3}\sigma_p \end{aligned}\right\}, \quad (1.38)$$

где

$$\beta = \frac{\sigma_c}{\sigma_p}, \quad (1.39)$$

где β – коэффициент Баушингера, является функцией эквивалентной деформации.

Модели кинематического упрочнения различают способами нахождения добавочных напряжений. Бакхауз [19] предлагает дополнительные (добавочные) напряжения представить в виде

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{3}\left[\left(1-\beta\right)\sigma_u\beta_{ij} - \int_0^{\bar{e}_u}\left(1-\beta^*\right)\sigma_u^*\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right)\left(\frac{d\beta_{ij}}{d\bar{e}_u}\right)^* de_u^*\right], \quad (1.40)$$

где $\beta_{ij} = \dfrac{d\varepsilon_{ij}}{d\bar{e}_u}$– зависимость параметров эффекта Баушингера от эквивалентной деформации.

Функцию $\beta\left(\bar{e}_u\right)$аппроксимируют с помощью:

$$\beta\left(\bar{e}_u\right) = \beta_m + \left(1-\beta_m\right)\exp\left(-c\bar{e}_u\right), \quad (1.41)$$

$$\varphi\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right) = \exp\left(-k\left(\bar{e}_u - \bar{e}_u^*\right)\right). \quad (1.42)$$

Преимуществом модели Бакхауза является введенная им функция влиянияφ, которая достаточно точно описывает поведение материала после изменения направления деформирования. Функцию влияния аппроксимируют с помощью (1.42).

В дальнейшем подход Бакхауза используем для описания анизотропного упрочнения предварительно растянутых и закручиваемых в последующем цилиндрических заготовок.

1.4 Предельные деформации материалов при различных схемах напряжённого состояния

Под пластичностью понимается способность материала к пластическому формоизменению без разрушения в виде макроскопического нарушения сплошности. Мерой пластичности является степень деформации, накопленная материалом к моменту разрушения (предельная деформация). В качестве меры пластичности примем параметр упрочнения или параметр Одквиста (1.32).

При простом нагружении и отсутствии поворота главных осей деформаций, накопленная интенсивность деформаций $\bar{e}_u$ равна интенсивности деформаций e_u (1.15).

Пластичность зависит от многих факторов, среди которых кроме природы материала основными являются термомеханические параметры процесса: температура, скорость деформирования, схема напряжённого состояния, масштабный фактор и др. При холодном пластическом деформировании влияние схемы напряжённого состояния оказывается одним из важнейших факторов, определяющих пластичность металлов [30, 31].

Пластичность, следовательно, существенно зависит от показателей напряженного состояния, и такие зависимости называют диаграммой пластичности [43, 55, 68, 84].

Нас в дальнейшем будут интересовать также предельные устойчивые деформации, т. е деформации, при которых не происходит разрушение, а происходит потеря устойчивости пластического деформирования. Это особый вид технологического отказа встречается в задачах обработки давлением, а также при испытаниях материалов в условиях растяжения.

1.4.1 Диаграммы устойчивости и пластичности

Предложены различные критерии устойчивости растяжения, не учитывающие историю деформирования, например критерий максимума нагрузки. Обзор инженерных критериев устойчивости приведен в монографии [35].

Устойчивость пластического растяжения существенно зависит от несовершенств деформируемого тела. З. Марциниак и К. Кучинский [60, 61] предложили модель неоднородного листа, позволяющую рассчитать предельную деформацию при двухосном растяжении листов.

Растяжение неоднородного листа моделируется растяжением однородного листа, ослабленного бесконечно узкой канавкой, отношение толщины которой к толщине вне канавки равно f_0.

Г. Д. Дель и сотрудники [37, 38] модель Марциниака-Кучинского усовершенствовали. Бесконечно узкую канавку заменили на канавку конечной ширины, а уравнение Марциниака о постоянстве скорости деформации вдоль канавки

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_y = \dot{\varepsilon}_y \tag{1.43}$$

заменено эмпирическим равенством. Этим было достигнуто хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

В дальнейшем под диаграммой устойчивости будем понимать зависимость предельно устойчивых деформаций от показателей напряжённого состояния. Зависимость пластичности от показателей напряжённого состояния, как уже было сказано выше, будем называть диаграммой пластичности.

Известные диаграммы пластичности отражают зависимость пластичности от безразмерных показателей напряжённого состояния, составленных из инвариантов тензора и девиатора напряжений. Как правило, эти диаграммы получают испытанием металлов в условиях простого нагружения при линейном или плоском напряжённом состояниях. Такие диаграммы являются механическими характеристиками материала, однако вопрос о том, является ли диаграмма пластичности единой для различных напряжённых состояний все еще остается открытым.

В работах [68, 84] получили широкое распространение показатели напряжённого состояния в виде

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}, \tag{1.44}$$

где $I_1(T_\sigma)$ – первый инвариант тензора напряжений;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения;

$I_2(D_\sigma)$ – второй инвариант девиатора напряжений или интенсивность напряжений

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}. \tag{1.45}$$

Удобстводиаграмм в координатах $e_p = f(\eta)$ в том, чтооони могутбытьпостроены по результатам простейшихиспытаний на растяжение –показатель η нормирован на единицу (η = 1), одноосное сжатие – показатель η = -1, сдвиг (кручение) – показатель η = 0, при двухосном растяжении η = 2. Кроме того предполагается, что диаграмма в координатах $e_p = f\left(\eta\right)$ определяется свойствами материала и не зависит от вида напряженного состояния. При этом параметр η не зависит от свойств материала.

1.4.2 Разрушение отрывом

В работах [35, 69] показано, что в «жесткой» области, при изменении показателя $\eta \succ 1$ происходит «аномальное» возрастание пластичности, хотя с ужесточением схемы напряжённого состояния пластичность должна уменьшаться. «Аномальное» возрастание пластичности особенно характерно для материалов, образующих «шейку» при растяжении. В этих же работах [35, 69] этот факт объясняют характером разрушения. Далее цитируем, следуя работе [69]: «Наиболее высоким показатель η оказывается в центре «шейки» на оси симметрии образца. В соответствии с этим макротрещина зарождается именно в этом месте».

Наблюдения показывают, что деформация, определенная по диаметру шейки в момент ее зарождения, оказывается ниже определенной по этому же диаметру после разрыва образца. В связи с этим испытания на растяжение позволяют получать достаточно достоверные данные о пластичности лишь в тех случаях, когда перед разрушением не образуется развитая шейка. Для более строгого определения предельной деформации при растяжении образцов, разрушению которых предшествует потеря устойчивости пластического деформирования, необходимо располагать экспериментальными данными о развитии и накоплении повреждений и выявлении момента, предшествующего спонтанному развитию макротрещины.

Располагая такой информацией, можно рассчитать e_p по формуле

$$e_p = 2\ln\frac{d_0}{d_ш}. \tag{1.46}$$

Однако $d_ш$ в знаменателе формулы (1.46) следует, вероятно, определять для момента, предшествующего спонтанному разрушению. Показатель η в подобных случаях возрастает и может существенно отличается от единицы. Его можно рассчитатьпо соотношению,полученному на основании формулы П. Бриджмена

$$\eta = 1 + 3\ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R}\right), \tag{1.47}$$

где $d_ш$ – диаметр поперечного сечения образца по шейке;
R – текущий радиус кривизны меридионального сечения шейки.

В работе [73] дана методика расчёта $d_ш$ для момента, предшествующего спонтанному разрушению. В работе [51] подвергнут сомнению факт значительного изменения диаметра образца от начала появления макротрещины до полного разрыва образца, что вызывает необходимость дальнейших исследований в этом направлении.

Одним из направлений, позволяющих устранить указанные выше противоречия, является подход Г. Д. Деля [34], который разделяет механизмы разрушения отрывом и механизм разрушения срезом, как это принято в работах Фридмана [89], Одинга [77].

Рассматривая механизм разрушения с позиций теории дислокаций, Одинг отмечает, что так, как взаимодействуют силовые поля дислокаций, содержащие и касательные и нормальные напряжения, «то трудно говорить, какие же напряжения – растяжения, сжатия или сдвига ответственны за разрушение». Касательные напряжения вызывающие пластическую деформацию, приводят к увеличению дефектов кристаллической решетки. Нормальные растягивающие напряжения ускоряют процесс разрушения, сжимающие – подавляют процесс разрушения. Г. Д. Дель предполагает, что при появлении механизма разрушения отрывом в случае пропорционального деформирования, пластичность e_p является функцией параметра η. Диаграмму пластичности при этом аппроксимируют с помощью уравнения

$$e_p = \frac{e_t^{+} sh\left[c\left(\eta^{-} - \eta\right)\right] + e_t^{-} sh\left[c\left(\eta - \eta^{+}\right)\right]}{sh\left[c\left(\eta^{-} - \eta^{+}\right)\right]}, \qquad (1.48)$$

где $\eta^{+} = 2$– показатель напряжённого состояния при двухосном равномерном растяжении;

$\eta^{-} = -2$ – показатель напряжённого состояния при двухосном равномерном сжатии;

e_t^{+} – деформация разрушения при двухосном равномерном растяжении;

e_t^{-} – деформация разрушения при двухосном равномерном сжатии;

c – параметр аппроксимации, зависящий от направления наибольшего изменения главных деформаций.

Зависимость параметра c от угла ν между главной осью анизотропии x и направлением наибольшего изменения главных деформаций φ описывается уравнением

$$c = k_0 + k_1 \cos 2\nu + k_2 \cos 4\nu, \qquad (1.49)$$

удовлетворяющим условиям симметрии.

Для изотропного материала $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$. В этом случае три параметра разрушения e_t^{+}, e_t^{-}, k_0 определяют по результатам испытаний. В общем случае необходимо определять пять параметров.

1.4.3 Разрушение срезом

В работе [34] Г. Д. Дель предполагает, что в случае проявления механизма разрушения срезом предельная интенсивность деформаций e_p является функцией показателя напряжённого состояния

$$\theta = \frac{1 - k\eta}{\omega}, \tag{1.50}$$

где k – параметр материала;

ω – отношение максимального касательного напряжения к интенсивности напряжений

$$\omega = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_u}. \tag{1.51}$$

Диаграмма пластичности в этом случае аппроксимируется уравнением

$$e_p = \frac{\varepsilon_s^+ sh\left[f\left(\theta - \theta^-\right)\right] + \varepsilon_s^- sh\left[f\left(\theta^+ - \theta\right)\right]}{sh\left[f\left(\theta^+ - \theta^-\right)\right]}, \tag{1.52}$$

где $\theta^+ = 2\left(1 - 2k\right)$ – показатель θ при двухосном равномерном растяжении;

$\theta^- = 2\left(1 + 2k\right)$ – показатель θ при двухосном равномерном сжатии;

ε_s^+ – предельная интенсивность деформаций при двухосном равномерном растяжении;

ε_s^- – предельная интенсивность деформаций при двухосном равномерном сжатии;

f – параметр аппроксимации.

Четыре параметра разрушения k, $\varepsilon_s^-, \varepsilon_s^+$, f – определяются по результатам испытаний.

1.5 Диаграммы предельных устойчивых деформаций

1.5.1 Потеря устойчивости пластического деформирования

Мера устойчивости – накопленния интенсивностьдеформаций к моменту появленияпотериустойчивостипластическогодеформирования

$$e_{уст} = \int d\dot{e}_и = \int_0^{t_{уст}} \dot{e}_и dt \qquad (1.53)$$

Внимание к появлению неустойчивости пластического деформирования было привлечено образованием «шейки» при растяжении стержней из пластичных материалов. Многочисленные наблюдения показали, что при отсутствии ползучести «шейка» у растягиваемого стержня появляется при максимальной нагрузке. Г. Закс и Д. Лубан предположили, что и в общем случае пластическое деформирование становится неустойчивым при достижении одной из нагрузок экстремального значения. Согласно этому критерию пластическое деформирование устойчиво, если положительны добавочные нагрузки

$$d\left|P\right| \succ 0. \qquad (1.54)$$

Опубликован ряд работ, в которых при исследовании устойчивости пластического деформирования исходят из критерия, согласно которому деформирование устойчиво, если положительная работа добавочных нагрузок

$$\sum dP_i de_i \succ 0. \qquad (1.55)$$

Здесь e_i – обобщенные перемещения, на которых совершают работу обобщенные силы P_i. Такой подход к решению проблемы впервые использован Б. Старакерсом, который изучал устойчивость тонкостенных трубок, нагруженных осевой силой и крутящим моментом. В случае пропорционального нагружения, когда силы P_i изменяются пропорционально некоторому параметру, критерии (1.54) и (1.55) совпадают, поскольку в этом случае в критическом состоянии одновременно все $dP_i = 0$.

1.5.2 Устойчивость растяжения стержня

Наблюдения показывают, что при осевом растяжении стержня постоянного поперечного сечения он до некоторой деформации сохраняет свою первоначальную форму. При достижении критического удлинения пластическая деформация локализуется вблизи некоторого сечения, образуется так называемая «шейка», по которой, как правило, и происходит разрыв образца. Основываясь на критерии устойчивости (1.54) определим величину критической деформации стержня из несжимаемого материала с деформационным упрочнением. При растяжении $P = \sigma F$, где F – площадь поперечного сечения стержня. Согласно критерию (1.54) условие устойчивого деформирования запишем в виде

$$dP = \sigma dF + F d\sigma \succ 0. \qquad (1.56)$$

Поскольку $\frac{dF}{F} = -\frac{dl}{l} = -de_u$, где l – длина стержня в рассматриваемый момент деформирования, можно переписать условие (1.56) в виде

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{de_u} \succ 1. \qquad (1.57)$$

Из этого условия, взятого со знаком равенства, можно определить критическую деформацию $e_{кр}$. В момент начала образования шейки

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{de_u} = \frac{1}{z} = 1, \qquad (1.58)$$

где z – подкасательная кривой течения материала (рис. 1.3).

Таким образом, начало образования шейки соответствует точке кривой течения, в которой подкасательная z = 1. Если аппроксимировать кривую течения уравнением Людвига (1.16)

$$\sigma_u = Ae_u^n,$$

то из условия (1.58) получаем $\varepsilon_{кр} = n$.

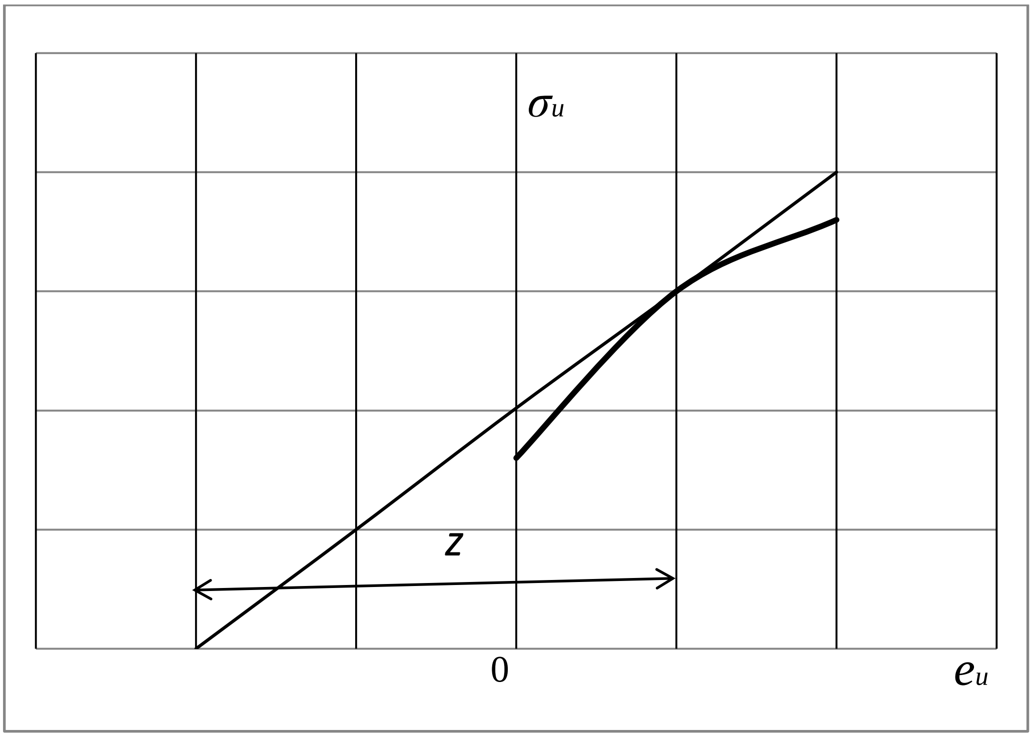


Рис. 1.3. Схема кривой растяжения образца для определения подкасательной кривой течения материала

При выполнении условия (1.58) нагрузка Р достигает максимального значения и происходит спонтанное удлинение стержня. Его равновесие неустойчиво, и для элемента конструкции, находящейся в этих условиях несущая способность исчерпана.

Для технологических процессов обработки давлением характерно, что обычно заданы не нагрузки на заготовку, а кинематика пластического деформирования. В связи с этим, при исследовании технологических процессов интерес представляет не пластическая неустойчивость (малое изменение нагрузки вызывает значительное изменение деформаций), а неустойчивость изменения формы заготовки (например, если прямой при устойчивом деформировании стержень после потери устойчивости искривляется, если у растягиваемого листа появляется локальное утонение, если при комбинированном выдавливании появляется утяжина и т. д.) в дальнейшем рассматривается локализация пластической деформации. В связи с этим важно выяснить насколько надежно предсказывают рассматриваемые критерии неустойчивости именно такого вида.

Анализ растяжения стержня показывает, что в этом случае наблюдаются оба типа неустойчивости – малое изменение нагрузки приводит к изменению формы и существенному росту деформаций. Это связано со следующим. Вследствие неизбежных неточностей изготовления образца площадь его сечения переменна. Пусть на рис. 1.4 кривые 1 и 2 изображают соответственно диаграммы растяжения стержней постоянного сечения с площадью равной минимальной и средней площади поперечного сечения образца, рассчитанные по кривой течения материала при условии устойчивого деформирования.

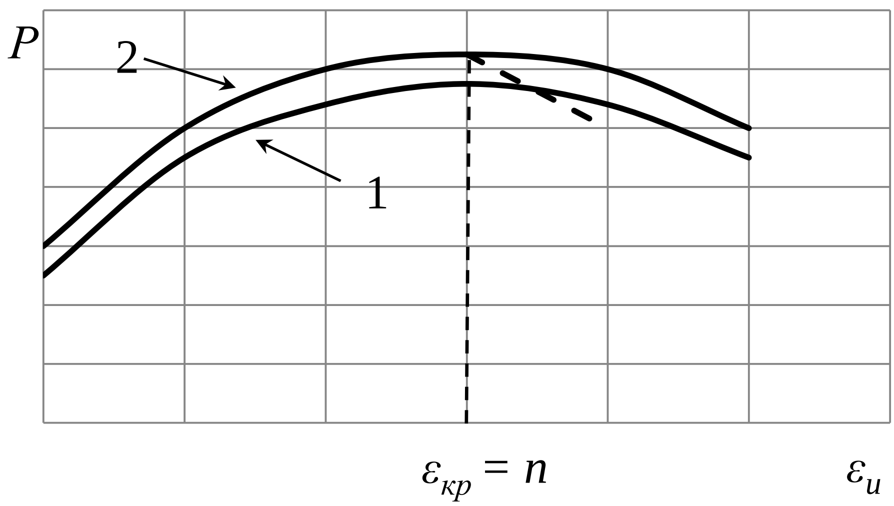


Рис. 1.4. Диаграммы растяжения стержней постоянного сечения

При деформации $\varepsilon_u \prec \varepsilon_{кр}$ диаграмма растяжения образца следует кривой 2. При деформации $\varepsilon_u \succ \varepsilon_{кр}$ усилие в наименьшем сечении образца уменьшается, а это значит, что прочие области разгружаются.

В этот момент пластическая деформация локализуется в окрестности наименьшего сечения, образуется «шейка». Диаграмма растяжения образца при этом соответствует штриховой линии на рис. 1.4. Аналогичным образом может привести к локализации деформации и неоднородность свойств материала. В случае если материал обладает не только деформационным, но и скоростным упрочнением, т. е. если $\sigma_u = \sigma_u\left(\bar{e}_u, \dot{\varepsilon}_u\right)$, то локализация деформаций приведет к возрастанию скорости деформаций в наименьшем сечении, материал интенсивнее упрочняется и может происходить дальнейшая пластическая деформация всего образца. При этом ожидается некоторый подъем кривой течения (кривая 2 на рис. 1.4), следовательно скоростной эффект может привести к возрастанию энергии деформации по сравнению со статическим нагружением. В дальнейшем будет показано, что скоростной эффект в процессах холодного пластического деформирования может играть существенную роль в законах динамического упрочнения. Благоприятная технологическая наследственность, при этом, может обеспечиваться изменением параметров скорости нагружения.

1.5.3 Показатели напряжённого состояния и диаграммы пластичности некоторых материалов

В параграфе 1.1 отмечено, что при холодном пластическом деформировании основным определяющим фактором, обеспечивающим получение качественной заготовки, является материал, его способность подвергаться пластическому деформированию без разрушения. Механические свойства материала, его пластичность существенно зависят от параметров напряжённого состояния и других факторов, поэтому принятая для расчёта модель материала играет определяющую роль при прогнозировании технологических отказов. Основными технологическими отказами в процессах холодной объемной штамповки являются: потеря устойчивости пластического деформирования, а также разрушение металла при различных механизмах его протекания. Указанные технологические отказы и предопределяют необходимость создания модели материала, параметры которой определяют экспериментальным построением диаграмм пластичности в координатах: накопленная интенсивность деформации до разрушения (появление макротрещин) e_p – безразмерный показатель напряжённого состояния η от которого существенно зависит пластичность.

Рассмотрим полученные нами экспериментальные данные о диаграммах пластичности исследованных материалов и проанализируем их с позиций выбора безразмерных показателей напряжённого состояния, а также проверим гипотезу о существовании единой диаграммы пластичности, не зависящей от схемы напряженного состояния.

Пластичность металлов зависит от многих факторов, среди которых кроме природы самого металла основными являются термомеханические характеристики процесса: температура, скорость деформации, вид напряжённого состояния, история деформирования, градиент деформаций и др. Зависимость пластичности от вида напряжённого состояния при простом деформировании фиксированных температурно-скоростных условиях характеризуется диаграммой пластичности, являющейся его механической характеристикой. Для ее построения проводят испытания материала при различных напряжённых состояниях и условиях простого нагружения, которые определим как постоянное отношение некоторых инвариантов тензора и девиатора напряжений. При этом должно соблюдаться условие простого нагружения, когда инварианты тензора изменяются пропорционально одному параметру.

Показатели вида напряжённого состояния, как правило, конструируются из инвариантов тензора и девиатора напряжений, они должны соответствовать физическим процессам накопления пластических деформаций.

Поскольку напряжённое состояние характеризуется тремя основными инвариантами тензора и девиатора напряжений показатель вида напряженного состояния обычно описывают различными соотношениями, состоящими из инвариантов, являющимися постоянными при изменении напряжений в условиях простого нагружения. Согласно уравнениям пластического состояния простое нагружение возникает при простом деформировании, если $\frac{\sigma}{\sigma_u} = const$.

Следуя В. А. Бабичкову, это отношение обычно принимают за один из показателей напряжённого состояния

$$\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_u} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}, \qquad (1.59)$$

где σ – среднее нормальное напряжение;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения;

σ_u – интенсивность напряжений (1.46)

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2},$$

$$\eta = \frac{I_1\left(T_\sigma\right)}{\sqrt{3I_2\left(D_\sigma\right)}}, \qquad (1.60)$$

где $I_1\left(T_\sigma\right)$ – первый инвариант тензора напряжений;

$I_2\left(D_\sigma\right)$ – второй инвариант девиатора напряжений.

Показатель η удобен при использовании диаграмм пластичности в координатах $e_p = f\left(\eta\right)$, где e_p – длина дуги в пространстве вектора деформаций (накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения)

$$e_p = \int d\varepsilon_{ij}. \tag{1.61}$$

Диаграммы пластичности в указанных координатах $e_p = f(\eta)$ могут быть построены по результатам простейших испытаний: растяжение $(\eta_1 = +1)$, сдвиг (кручение) $(\eta_1 = 0)$, сжатие $(\eta_1 = -1)$. В условиях объемного напряжённого состояния учитывают также третий инвариант тензора напряжений в виде показателя [68]

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T_\sigma)}}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1\sigma_2\sigma_3}}{\sigma_u}. \tag{1.62}$$

В таких случаях используют объемные диаграммы пластичности $e_p = f(\eta, \chi)$. Указанные диаграммы пластичности не учитывают механизм разрушения срезом, при этом накопление деформаций происходит преимущественно в условиях сдвига.

В работе [34] предлагается в случае разрушения срезом представлять диаграмму пластичности функцией $e_p = f(\theta)$, в которой показатель напряжённого состояния

$$\theta = \frac{1 - k\eta}{\omega}, \tag{1.63}$$

где k – параметр материала, определяемый экспериментально.

Для сталей различных марок его можно принять равным k = 0,05; для алюминиевых сплавов k = 0,1 [34]. В случае растяжения – $\theta = 1{,}8$; сдвига – $\theta = \sqrt{3}$; одноосного сжатия – $\theta = 2{,}1$; двухосного растяжения – $\theta = 1{,}6$; двухосного сжатия – $\theta = 2{,}4$.

$$\omega = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_u}, \tag{1.64}$$

где $\tau_{\max}$ – максимальное касательное напряжение.

При моделировании разрушения отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости, на которой действуют максимальные нормальные напряжения в работе [34] предложено диаграммы пластичности представлять в виде единой для различных напряженных состояний функцией $\varepsilon_p = f\left(\beta\right)$в которой

$$\beta = \frac{1 - s\eta}{\nu}, \tag{1.65}$$

где η рассчитывают по (1.60),

$$\nu = \frac{\sigma_1}{\sigma_u}. \tag{1.66}$$

Здесь σ_1 – наибольшее из главных напряжений $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, s – параметр материала, который обычно принимают равным k и в случае растяжения, $\sigma_u = \sigma_1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\beta = \frac{\left[1 - s\left(1\right)\right]\sigma_u}{\sigma_u} = 1 - s = 0{,}95$. При сдвиге $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$, $\sigma_u = \sqrt{3}\tau$, $\beta = \sqrt{3}$. При сжатии $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\sigma$, $\beta = \frac{\left[1 - s\left(-1\right)\right]\sigma_u}{0} = \infty$. Показатель напряжённого состояния (1.62) χ = 0 в условиях растяжения, сжатия и кручения.

Для иллюстрации применения рассмотренных показателей напряжённого состояния при построении диаграмм пластичности проведены испытания стали 20 на растяжение, сжатие и кручение. Для построения кривой течения в области конечных деформаций испытывали цилиндрические образцы на сжатие, растяжение и кручение.

На сжатие испытывали цилиндрические образцы размерами h_0 = 15 мм,

d_0 = 10 мм. На боковую поверхность цилиндрических образцов вблизи среднего по высоте сечения наносили четыре отпечатка в виде ромба алмазной пирамидой. Подготовленный таким образом образец осаживали до разных степеней деформаций $e_u = \ln\frac{h_0}{h_i} =$ 0,076; 0,08; 0,083; 0,087; 0,09; 0,13; 0,29; 0,31 ; 0,40, 0,57; 0,72;

1,06; 1,22; 1,43 вплоть до появления видимых трещин, которые как правило возникают на экваторе боковой поверхности.

Интенсивность деформаций для степени деформации, при которой не образуется бочкообразование

$$e_u = 2\ln\frac{d}{d_0} \tag{1.67}$$

интенсивность напряжений

$$\sigma_u = \frac{P}{F_0 \exp\left(e_u\right)}. \tag{1.68}$$

При появлении «бочки» накопленная интенсивность деформации

$$\overline{e}_u = \frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^{\delta}\sqrt{\left(\frac{d\varepsilon_z}{d\delta}\right)^2 + \frac{d\varepsilon_z}{d\delta}\frac{d\varepsilon_\varphi}{d\delta} + \left(\frac{d\varepsilon_\varphi}{d\delta}\right)^2}\, d\delta\,, \tag{1.69}$$

где параметр $\delta = \dfrac{h_0 - h}{h_0}$ – характеризует стадию деформации цилиндра.

Если «бочка» незначительна

$$e_u = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\varepsilon_z^2 + \varepsilon_z\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\varphi^2}. \tag{1.70}$$

Интенсивность напряжений σ_u рассчитывают по (1.68).

В случае существенного бочкообразования:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_\varphi = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{e_u}\left(\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r\right) \\ \sigma_2 &= \sigma_r = 0 \\ \sigma_3 &= \sigma_z = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{e_u}\left(\varepsilon_z - \varepsilon_r\right) \end{aligned}\right\}, \tag{1.71}$$

интенсивность напряжений по формуле (1.46).

В соотношениях (1.71) $\varepsilon_\varphi = \ln\dfrac{d_i}{d_0}$, $\varepsilon_z = \ln\dfrac{a_0}{a_i}$, $\varepsilon_r = -\varepsilon_z - \varepsilon_\varphi$, a_0, a_i – размеры ромба по оси z до и после осадки.

На рис. 1.5 показана построенная по этой методике кривая течения стали 20. Кривая течения аппроксимирована уравнением Людвига (1.16)

$$\sigma_u = Ae_u^n,$$

гдеA и n– коэффициенты аппроксимации имеющие физический смысл. A – интенсивность напряжений при e_u = 1, n – показатель степени равный интенсивности деформаций на условной диаграмме растяжения при максимальной силе (момент локализации пластической деформации).

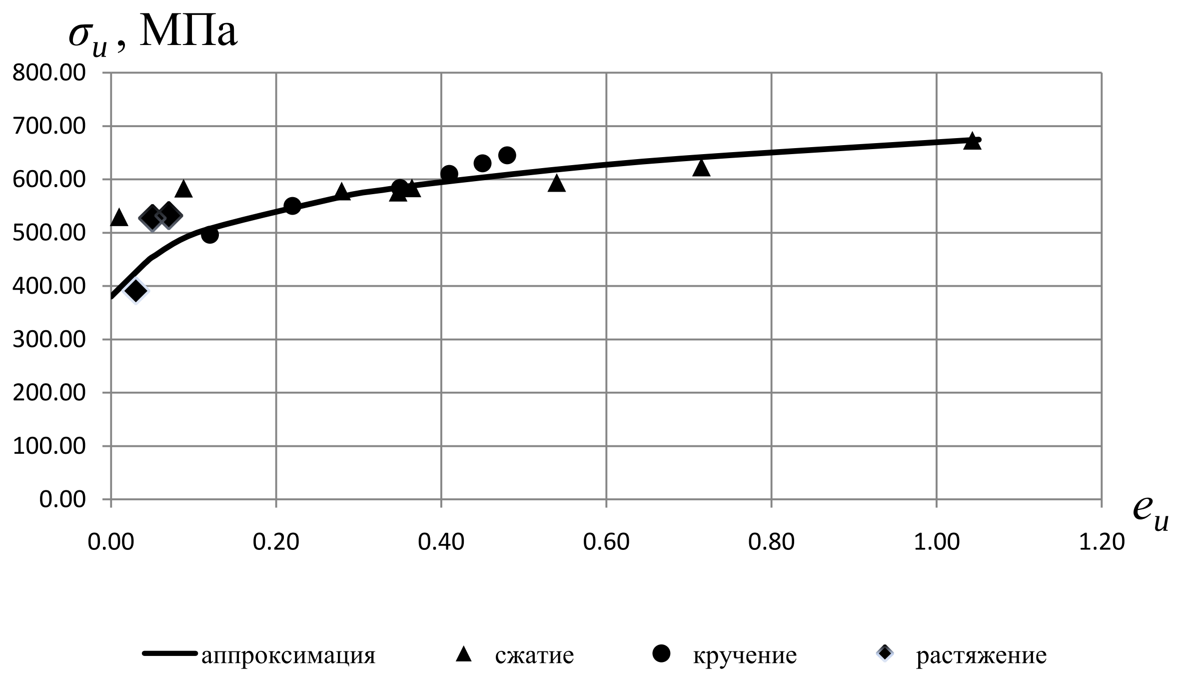


Рис. 1.5.Кривая течения стали 20

В нашем случае A =673 МПа, n= 0,15. Кривую течения σ_u= $f(e_u)$ строили по разработанному алгоритму:

1 Предварительно измеряли l_0, d_0, $d_{уст.}$, $d_ш$, $R_{ш.}$, где l_0, d_0– длина и диаметр образца до испытания, $d_{уст}$– диаметр образца за пределами шейки, $R_{ш.}$– радиус шейки, $d_ш$ – минимальный диаметр образца в зоне шейки.

2 Рассчитывали $\left(d_{\min}\right)_i$ – минимальный текущий диаметр образца в месте наибольшей локализации деформаций и последующего разрыва [29]

$$\left(d_{\min}\right)_i = \frac{\left(d_{уст} - d_{ш}\right)\Delta l_i + d_{ш}\Delta l_{уст} - d_{уст}\Delta l_{разр}}{\Delta l_{уст} - \Delta l_{разр}} \qquad .72)$$

Интенсивность деформаций

$$e_u = 2\ln\frac{d_0}{d_{\min}}, \qquad (1.73)$$

интенсивность напряжений

$$\sigma_u = \frac{4P_i}{\pi\left(d_{\min}\right)_i^2\left(1 + \frac{\left(d_{\min}\right)_i}{8R_i}\right)}, \qquad (1.74)$$

степень деформации при растяжении

$$e_p\left(\eta = 1\right) = 2\ln\frac{d_0}{d_{уст}}, \qquad (1.75)$$

где $d_{уст} = \frac{d_0 + d_{ш}}{2}$.

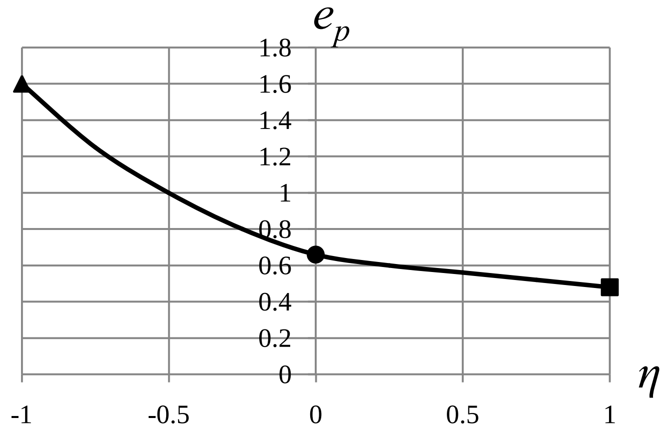
Исходя из рис. 1.5 можно сделать вывод о близком расположении кривых на растяжение, сжатие и кручение. Некоторое расхождение связано с влиянием сил трения при сжатии цилиндрических образцов и принятыми допущениями.

На рис. 1.6 – 1.9 показаны диаграммы пластичности сталей 20, 40Х, 35,10.

Экспериментальные точки$e_p(\eta$=1), $e_p(\eta$=0), $e_p(\eta$=-1). Диаграммы аппроксимированы формулой [68]

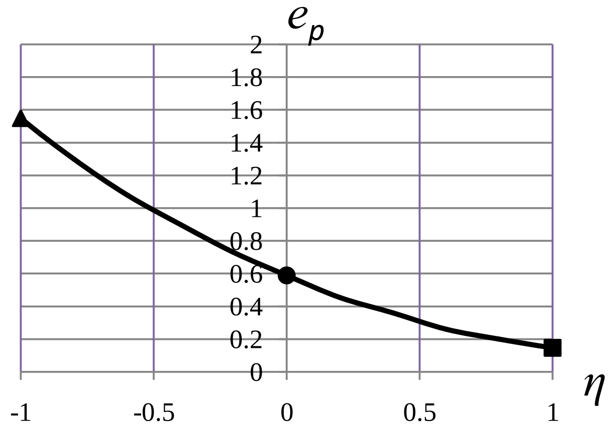
$$e_p(\eta) = e_p(\eta = 0)\exp(-\lambda_i\eta), \qquad (1.76)$$

где $e_p(\eta)$ – накопленная степень деформации к моменту разрушения при любом η, $e_p(\eta = 0)$– степень деформации при сдвиге, λ_i – коэффициенты чувствительности пластичности к изменению показателя η.



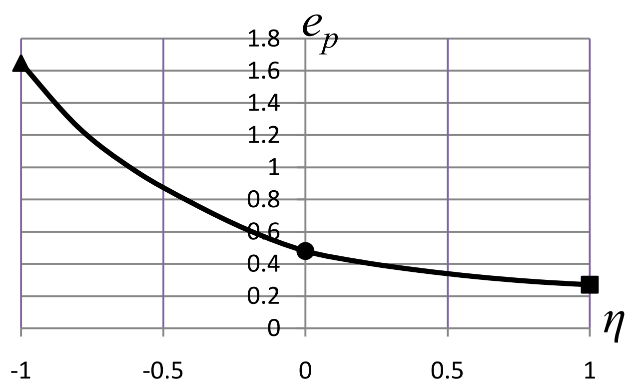
▲ – сжатие, ● – кручение, ■ – растяжение

Рис. 1.6. Диаграмма пластичности стали 20



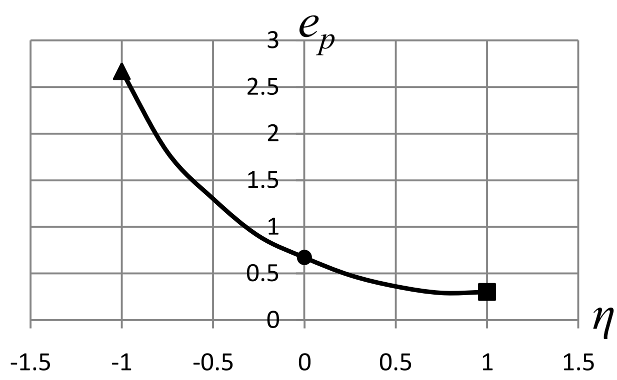
▲ – сжатие, ● – кручение, ■ – растяжение

Рис. 1.7. Диаграмма пластичности стали 40Х



▲– сжатие, ● – кручение, ■ – растяжение

Рис. 1.8. Диаграмма пластичности стали 35



▲ – сжатие, ● – кручение, ■ – растяжение

Рис. 1.9. Диаграмма пластичности стали 10

Для участка диаграммы $1 \geq \eta \geq 0$

$$\lambda_1 = \ln \frac{e_p(\eta = 0)}{e_p(\eta = 1)}, \qquad (1.77)$$

для участка диаграммы $0 \geq \eta \geq -1$

$$\lambda_2 = \ln \frac{e_p(\eta = -1)}{e_p(\eta = 0)}. \tag{1.78}$$

Построенные таким образом диаграммы, в последующем могут быть использованы для оценки использованного ресурса пластичности в процессах обработки металлов давлением, где механизмом разрушения предполагается преимущественно разрушение отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости по которой действуют максимальные нормальные напряжения. Удобство этих диаграмм диктуется параметром η нормированом на единицу в условиях растяжения $\eta = 1$, сжатия $\eta = -1$ и на ноль в условиях сдвига ($\eta = 0$ при сдвиге). В таблице 1.1 приведены экспериментальные данные для построения диаграмм пластичности различных материалов, опубликованные в работе [72]. Часть экспериментов проведено по методикам изложенным в работе, остальные данные заимствованы из работ [55, 68].

Таблица 1.1 – Экспериментальные данные для построения диаграмм пластичности

№ п/п	Марка материала	Данные для построения диаграммыпластичности			Коэффициенты чувствительностипластичности для показателя η	
		$e_p(\eta_1 = 1)$	$e_p(\eta_1 = 0)$	$e_p(\eta_1 = -1)$	$\lambda_1 = \ln \frac{e_p(\eta_1 = 0)}{e_p(\eta_1 = 1)}$	$\lambda_2 = \ln \frac{e_p(\eta_1 = -1)}{e_p(\eta_1 = 0)}$
1	2	3	4	5	6	7
1	ВТ-1	0,64	1,15	2,9	0,58	0,92
2	Р 12	0,17	0,55	1,9	1,17	1,236
3	Р6М5	0,23	0,46	0,95	0,69	0,72
4	20-А	1	1,3	1,7	0,26	0,25
5	АМГ-2	1,05	1,57	2,25	0,4	0,35

продолжение таблицы 1.1

1	2	3	4	5	6	7
6	ВТ 14	0,15	0,64	1,3	1,45	0,7
7	Р18	0,03	0,37	1,16	2,5	1,14
8	Р9	0,1	0,48	1,2	1,56	0,91
9	40ХН2МА	0,48	0,76	l,52	0,45	0,69
10	Ст.40	0,09	0,37	∞	1,4	∞
11	ОТ-4	0,35	0,75	1,6	0,762	0,757
12	40Х	0,18	0,61	1,54	1,2	0,9
13	ЗОХМА	0,31	0,48	2,0	0,43	1,42
14	Ст.35	0,25	0,42	1,62	0,51	1,35
15	О8 КП	0,355	0,5	0,7	0,342	0,336
16	У8А	0,03	0,39	1,2	2,56	1,12
17	13М5-А	0,28	0,38	0,9	0,305	0,862
18	ХН70ВМТЮ	0,38	0,68	1,1	0,58	0,481
19	ХН77ТЮР	0,29	0,62	0,96	0,76	0,437
20	ЛС59-1	0,4	0,55	0,65	0,318	0,176
21	ШХ-15	0,2	0,52	1,8	2,6	1,24
22	Д-1	0,3	0,47	0,5	0,2	0,3
23	ЗОХГСА	0,75	1,05	1,45	0,33	0,32
24	Ст.3	0,25	0,36	∞	0,365	∞
25	Ст.1О	0,3	0,67	2,67	0,803	1,38
26	40Х13	0,35	0,84	3,3	0,875	1,37
27	АВ	1,25	2,25	3,5	0,59	0,44
28	ЛС62	0,45	1,1	1,5	0,894	0,31
29	Ст.45	0,15	0,4	1,1	0,981	1,01
30	Д16Т	0,08	0,42	0,9	1,66	0,762
31	Х18Н9Т	0,38	0,76	1,6	0,693	0,744
32	Ст.20	0,485	0,665	1,6	0,315	0,878
33	АМГ5В	0,735	1,0	1,25	0,31	0,223

продолжение таблицы 1.1

1	2	3	4	5	6	7
34	Д1б	0,875	1,25	1,625	0,36	0,262
35	Ст.35 (2партия)	0,25	0,534	1,63	0,76	1,12
36	Л62	0,4	0,59	1,75	0,39	1,09
37	У8А(2 партия)	0,255	0,39	1,2	0,425	1,12
38	Д16 (2 партия)	0,10	0,41	1,5	1,46	1,30
39	Ст.20 (2партия)	0,51	0,75	1,8	0,87	0,38
40	Ст.10(2 партия)	0,32	0,65	1,42	0,710	0,780
41	Ст38Х2М ЮА	0,55	0,75	1,30	0,30	0,551
42	Ст38Х2М ЮА термообра-ботка	0,485	0,74	1,00	0,42	0,30
43	Ст30Х3М ФА	0,74	0,85	1,13	0,14	0,28
44	Ст30Х3М ФА термообра-ботка	0,74	0,85	1,13	0,11	0,92

В случае изучения технологических процессов обработки металлов давлением, в которых преобладают механизмы разрушения срезом, целесообразно использовать диаграмму пластичности в координатах $\varepsilon_p(\theta)$.

При этом аппроксимация таких диаграмм пластичности имеет вид [34]

$$e_p\left(\theta\right)=\frac{e_p^{+}sh\left[f\left(\theta-\theta^{-}\right)\right]+e_p^{-}sh\left[f\left(\theta^{+}-\theta^{-}\right)\right]}{sh\left[f\left(\theta^{+}-\theta^{-}\right)\right]}, \qquad (1.79)$$

где $\theta^{+}=2\left(1-2k\right)$ – параметр θ при двухосном равномерном растяжении;

$\theta^{-}=2\left(1+2k\right)$ – параметр θ при двухосном равномерном сжатии;

e_p^{+} – деформация разрушения при двухосном равномерном растяжении;

e_p^{-} – деформация разрушения при двухосном равномерном сжатии.

Гиперболический синус в (1.79)

$$sh=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}. \qquad (1.80)$$

Для сталей различных марок коэффициент k можно принять равным k = 0,05 [34]. На рис. 1.10 показана диаграмма пластичности стали 20 построенная с помощью аппроксимации (1.79). Экспериментальные точки расположились вблизи расчетной кривой.

Анализ представленных диаграмм пластичности позволяет сделать следующие выводы. В случае изучения технологических процессов обработки металлов давлением, где наблюдается механизм разрушения отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости, на которой действуют максимальные нормальные напряжения, целесообразно пользоваться известными диаграммами пластичности $\mathrm{e}_p = f(\eta)$, в которых показатель $-5 \leq \eta \leq 2$ меняется в широком диапазоне и охватывает практически все известные технологические процессы обработки металлов давлением, включая такие экзотические, как процессы интенсивной пластической деформации, в частности процесс винтовой экструзии – процессы накопления деформаций [23].

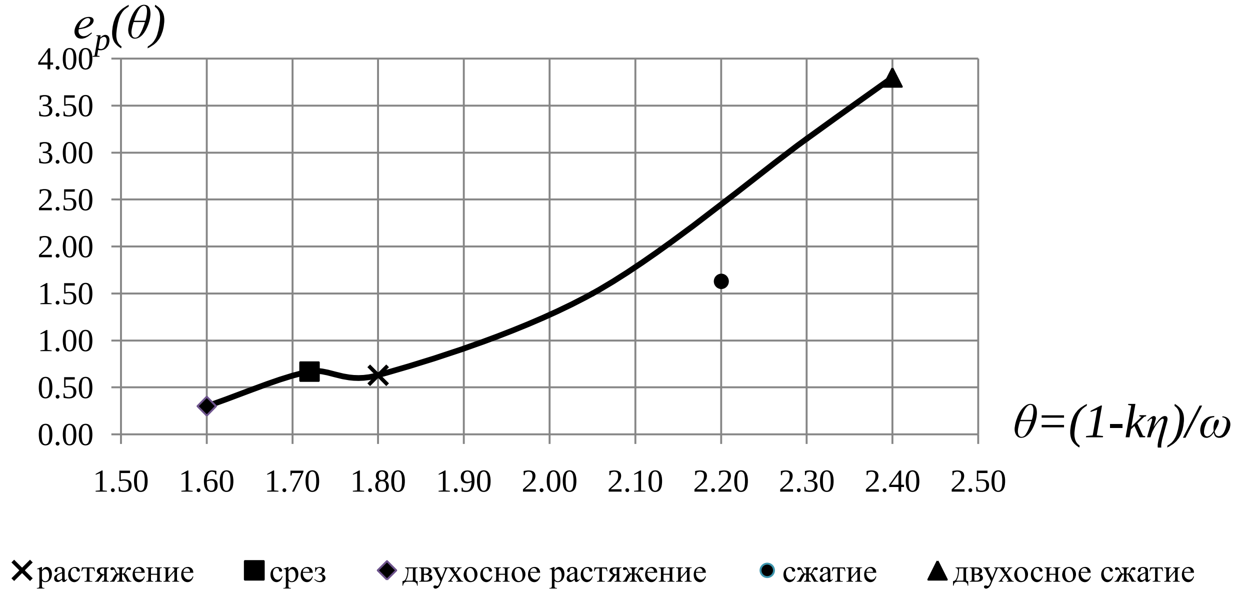


Рис. 1.10. Диаграмма пластичности срезом стали 20

В таких процессах показатель напряжённого состояния η может принимать значительное отрицательное значение. К тому же показатель η удобен для решения практических задач, он нормирован на единицу при растяжении и сжатии. Однако, при изучении технологических процессов обработки давлением листовых материалов нас будет интересовать участок диаграммы пластичности, на котором показатель напряжённого состояния меняется в пределах $1 \le \eta \le 3$. В этом случае диаграмма пластичности стали 20 имеет вид представленный на рис. 1.11.

На рис. 1.12 показана диаграмма пластичности, построенная в координатах $e_p(\eta)$. Из рис. 1.12 следует, что e_p (деформация разрушения) изменяется существенно при незначительном изменении параметра η (от 1,73 до 2).

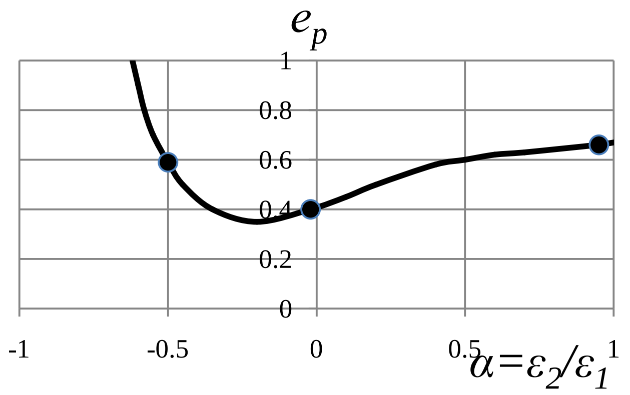


Рис. 1.11. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $e_p = f\left(\alpha = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$.

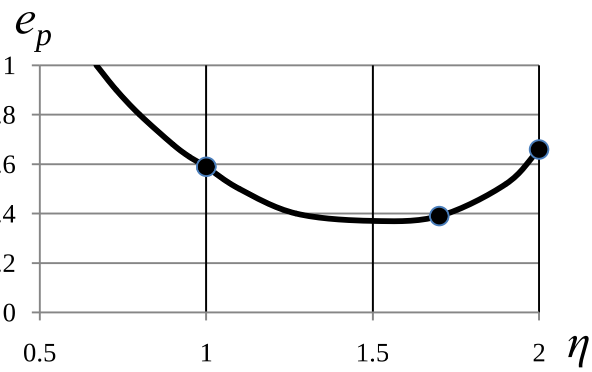


Рис. 1.12. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $e_p = f(\eta)$

Введение показателя β решает указанную проблему. На рис. 1.13–1.14 представлены монотонные кривые предельных деформаций.

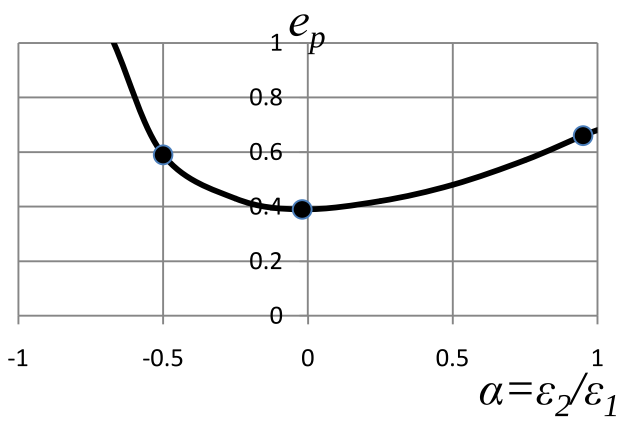


Рис. 1.13. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $e = f\left(\alpha = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$

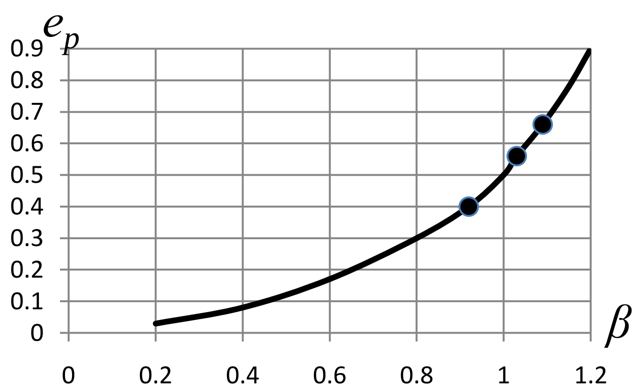


Рис. 1.14. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $e_p = f(\beta)$

В случае изучения технологических процессов, в которых механизм разрушения преимущественно «срез», целесообразно использовать диаграмму пластичности представленную на рис.

1.10. Для случаев, в которых наблюдается механизм разрушения отрывом, целесообразно использовать диаграммы пластичности показанные на рис. 1.14.

Это касается, главным образом, процессов обработки металлов давлением листовых материалов. В процессах обработки давлением заготовок, сопровождающихся объёмной схемой напряжённого состояния, в которых возможно разрушение срезом, можно применять диаграмму пластичности, представленную на рис. 1.6 и на рис. 1.10 (в зависимости от диапазона изменения показателей напряжённого состояния).

Полученные нами экспериментальные данные о зависимости пластичности от различных показателей напряжённого состояния $e_p = f(\beta, \theta)$ обладает главным недостатком – показатель β зависит от свойств материала.

Диаграммы пластичности в координатах $e_p = f(\eta)$ не обладают этим недостатком, показатель η не зависит от свойств материала, он нормирован на единицу в случае растяжения и сжатия. Однако в условиях растяжения, как уже раньше указывалось, наблюдается «аномальное» возрастание пластичности.

РАЗДЕЛ 2
ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ

2.1 Феноменологические критерии разрушения

При одноосном напряжённом состоянии прочность оценивается предельным значением напряжений. При переходе к сложному напряжённому состоянию вводится обозначение – предельная поверхность в пространстве напряжений

$$F(\sigma, \sigma_u, \mu_\sigma) = k, \tag{2.1}$$

где σ – среднее напряжение;

μ_σ – параметр Надаи – Лоде;

k – константа материала, связанная с пределом текучести.

В области больших пластических деформаций интенсивность напряжений растет незначительно, а разрушение может наступить в различный момент, зависящий от вида напряжённого состояния и уровня гидростатического давления. С позиций теории дислокаций по И. А. Одингу силовые поля дислокаций, содержащие и нормальные и касательные напряжения, вызывают различные механизмы разрушения – разрушение отрывом за счет объединения локальных дефектов материала, разрушение срезом за счет локализации сдвиговых деформаций.

Из классических теорий прочности сформулированных в пространстве напряжений, критерий Шляхтера-Надаи целесообразно использовать для оценки вязкого разрушения. Согласно этому критерию интенсивность касательных напряжений при разрушении есть определенная для материала функция гидростатического давления

$$T = f\left(\sigma_0\right), \tag{2.2}$$

при $f\left(\sigma_0\right) = const = k$ – получается условие Мизеса.

Критерий (2.2) учитывает двойственный характер разрушения, так как одновременно учитываются касательные и нормальные напряжения. Если исходить из гипотезы о единой кривой течения в координатах $\sigma_u = f\left(\bar{e}_u\right)$, то из условия (2.2) следует, что предельная деформация e_p – это единая для различных напряжённых состояний и историй деформирования функция относительного гидростатического давления $\eta = \dfrac{3\sigma}{\sigma_u}$. Таким образом, в качестве критерия разрушения следует принять ограничения, накладываемые на деформации. В случае если влиянием истории деформирования пренебречь, приходим к неинтегральным критериям разрушения.

2.2 Скалярные неинтегральные критерии разрушения

К таким критериям можно отнести критерий Г. А. Смирнова-Аляева [84]

$$e_u \le e_p\left(\eta\right), \tag{2.3}$$

либо нормируя на единицу, получим

$$\psi = \frac{e_u}{e_p\left(\eta\right)} \le 1, \tag{2.4}$$

где $e_p\left(\eta\right)$ – предельная деформация в момент появления первых трещин;

ψ – использованный ресурс пластичности, который при деформировании без разрушения меньше единицы.

В критерии (2.4) величина e_p зависит от показателя напряжённого состояния η, которому соответствует момент разрушения материала. При оценке величины e_p по критерию (2.5) влиянием истории деформирования пренебрегают.

2.3 Скалярные интегральные критерии разрушения

История деформирования в некоторой степени учитывается критерием, основанным на линейной теории накопления повреждений, предложенной В. Л. Колмогоровым [55]

$$\psi=\int_0^{t_p} E(t-\tau)B(\tau)\frac{\dot{e}_u(\tau)}{e_p\left[\left(\eta(\tau)\right)\right]}d\tau\leq 1, \qquad (2.5)$$

где $\dot{e}_u$ – интенсивность скорости деформаций;

$B(\tau)$ – величина учитывающая скорость развития трещин и их залечивание при холодном деформировании;

$E(t-\tau)$ – коэффициент, учитывающий самозалечивание дефектов при высоких температурах и монотонно убывающий от 1 до 0 с увеличением аргумента.

Критерий (2.5) подвергали экспериментальной проверке [68] в результате которой установлено, что при простом нагружении и в случае монотонного деформирования, когда главные оси тензора напряжений фиксированы, коэффициент $B(\tau)$ можно принять равным единице. В случае сложного нагружения, коэффициент $B(\tau)$ меньше единицы и зависит от пути деформирования.

Практическое использование критерия, записанного в виде (2.5) осуществляют при значениях коэффициентов $E(t-\tau)$ и $B(\tau)$ равных единице для любых процессов пластического деформирования. В этом случае

$$\psi=\int_0^{e_p^*}\frac{d\overline{e}_u}{\left[e_p\left(\overline{e}_u\right)\right]}\leq 1. \qquad (2.6)$$

При нагружениях, близких к простому, критерий (2.6) сводится к критерию (2.4), если положить в критерий (2.5) $B(\tau)=1, \eta=const$.

Критерии (2.4) и (2.6) основаны на линейной теории накопления повреждений. Во многих случаях применение этих критериев, отмечено удовлетворительное соответствие результатов расчета и эксперимента. Однако в ряде случаев монотонного, но сложного деформирования, отмечено систематическое отклонение расчетных и экспериментальных данных [68].

Критерий разрушения, предложенный в работе [39] основан на нелинейной теории накопления повреждений

$$\psi = \int_0^{e_u^*} \left(1 + aarctg\frac{d\eta}{d\bar{e}_u}\right) \frac{\bar{e}_u^{\,aarctg\frac{d\eta}{de_u}}}{\left[e_p\left(\bar{e}_u\right)\right]^{1+aarctg\frac{d\eta}{de_u}}} d\bar{e}_u \le 1, \qquad (2.7)$$

где $\dfrac{d\eta}{d\bar{e}_u}$ – скорость изменения показателя напряженного состояния («направления деформирования»).

Критерий (2.7) учитывает не только уровень достигнутых деформаций, не только схему напряжённого состояния, но и производную от пути деформирования. В. А. Огородников [88] в дальнейшем представил критерий в виде

$$\psi = \int_0^{e_u^*} \left(1 + aarctg\left(\frac{d\eta}{de_u} + \frac{d\chi}{de_u}\right)\right) \frac{\left[e_u\left(\eta,\chi\right)\right]^{aarctg\left(\frac{d\eta}{de_u}+\frac{d\chi}{de_u}\right)}}{\left[e_p\left(\eta,\chi\right)\right]^{1+aarctg\left(\frac{d\eta}{de_u}+\frac{d\chi}{de_u}\right)}} \le 1, (2.8)$$

где χ – показатель напряжённого состояния, учитывающий влияние третьего инвариант тензора напряжений на пластичность

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3\left(T_\sigma\right)}}{\sqrt{3I_2\left(D_\sigma\right)}}. \qquad (2.9)$$

В критериях (2.7), (2.8) a – константа материала, a = 0,2 для сталей и цветных металлов. Критерии (2.7), (2.8) подвергали экспериментальной проверке [68], которая показала хорошее соответствие результатов расчёта и эксперимента в широком диапазоне изменения показателя η и его производной.

2.4 Тензорные модели разрушения

Многочисленные экспериментальные исследования [25, 40, 41] показывают, что образцы, вырезанные из пластически деформированного металла, обнаруживают при растяжении различные деформации разрушения, что подтверждает факт направленного характера повреждений. А. А. Ильюшиным [49], Л. М. Качановым [53], И. А. Кийко [54] высказано предположение, что повреждения имеют направленный характер, следовательно, не являются скаляром и могут быть описаны тензором второго ранга.

Впервые в работе [41] Г. Д. Дель приводит, разработанную им, тензорную модель разрушения, учитывающую направленный характер развития повреждений, при пластическом деформировании. Вводится тензор повреждений со следующими компонентами

$$\left.\begin{aligned} \psi_x &= \int_0^{e_u} F\left(e_u^*, \eta_k\right) \beta_x de_u^* \\ \psi_{xy} &= \int_0^{e_u} F\left(e_u^*\right) \eta_k \beta_{xy} de_u^* \end{aligned}\right\}, \qquad (2.10)$$

где $\beta_x = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_x}{d\overline{e}_u}$, $\beta_{xy} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_y}{de_u}$.

Положительная функция $F\left(e_u, \eta_k\right)$ является характеристикой материала, $\eta_k\left(k = 1, 2\right)$ – показатель напряжённого состояния. Предполагается, что разрушение наступает, когда функция главных инвариантов тензора повреждений достигает определенного значения. Первый инвариант этого тензора равен нулю, т.к. материал считается несжимаемым $\beta_x + \beta_y + \beta_z = 0$. Без учета влияния третьего инварианта условие разрушения записывается в виде

$$\psi_x^2+\psi_{xy}^2+\psi_{yx}^2+...=1. \tag{2.11}$$

Критерий разрушения для общего случая получен в работе [41] в виде

$$\psi_{ij}=\int_0^{e_u}\left(1-a+\frac{2ae_u^*}{e_p}\right)\beta_{ij}\frac{de_u^*}{e_p}, \tag{2.12}$$

где параметр a = 0,5 [41].

Развитие рассмотренной теории разрушения и ее приложение к процессам ковки призматических заготовок с промежуточной кантовкой на 90^0 рассмотрено в работе [64]. Критерий разрушения представлен в виде

$$\psi_{ij}=\int_0^{e_u}\left[A\beta_{ij}+B\left(\beta_{ik}\beta_{ki}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\right)\right]de_u. \tag{2.13}$$

Функции А, В могут быть найдены различным образом, что приводит к различным вариантам расчета компонент тензора повреждений.

2.5 Кривизна траекторий путей деформирования

Следуя терминологии А. А. Ильюшина [49], при сложном нагружении одной из основных характеристик траектории нагружения является ее кривизна. Процесс нагружения в микрообъеме сплошной среды задается шестью независимыми функциями времени $\sigma_{ij}(t)$, или пятью девиаторными функциями $S_{ij}(t)$, т. к. $S_{ij}=0$. Классическая теория пластичности построена на этих представлениях. Однако такое описание истории нагружения приводит к необходимости реализации неограниченного количества траекторий. Кроме того, при одних и тех же условиях формоизменения траектории нагружения будут различными [68]. При этом процесс нагружения частиц материала приходится исследовать в шестимерном пространстве, что вызывает ряд трудностей методического характера, растет трудоемкость и объем расчетов, утрачивается наглядность.

В связи с изложенным, учитывая, что в современные феноменологические критерии разрушения входят безразмерные показатели напряжённого состояния, рассмотрим некоторые из них.

Представим тензор напряжений в виде [68]

$$\sigma_{ij} = \tau S_{ij}^0 + \sigma\delta_{ij}, \tag{2.14}$$

где $\sigma = \dfrac{\sigma_{ij}\delta_{ij}}{3}$ – гидростатическое давление;

$S_{ij}^0 = \dfrac{S_{ij}}{\tau}$ – компоненты направляющего тензора;

S_{ij} – компоненты девиатора напряжений;

τ – интенсивность девиатора напряжений $\tau^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$.

Поделив левую и правую часть выражения (2.14) на $\sigma_и$ – интенсивность напряжений, получим

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_и} = \sqrt{\frac{2}{3}} S_{ij}^0 + \frac{\eta}{3}\delta_{ij}, \tag{2.15}$$

где $\eta = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_и} = \dfrac{3\sigma}{\sigma_и}$ – показатель напряжённого состояния, который отражает влияние относительного гидростатического давления на пластичность.

Геометрический смысл показателя η иллюстрирует рис.2.1. Показатель η означает наклон вектора ОМ к гидростатической оси.

$$ctg\,\omega_p = \frac{OP}{OD} = \frac{\sqrt{3}\sigma}{\tau} = \frac{\eta}{\sqrt{2}}. \tag{2.16}$$

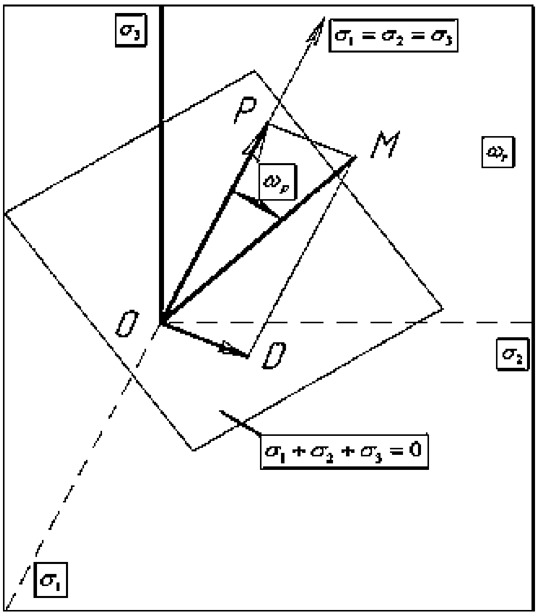


Рис.2.1. Гидростатическая ось – ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) и девиаторная плоскость – ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$)

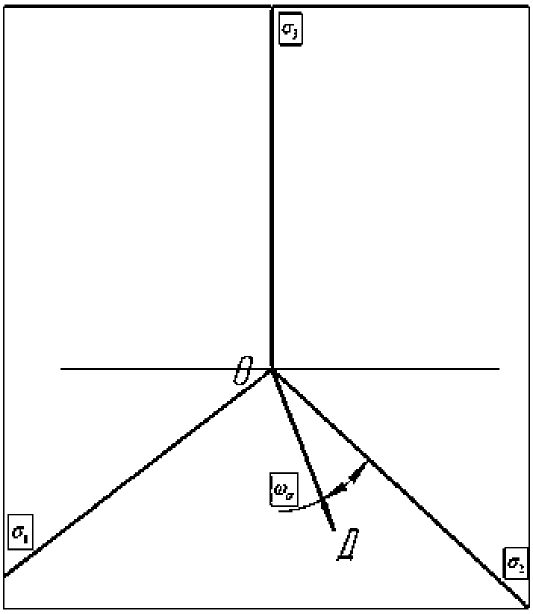


Рис.2.2. Проекции координатных осей на девиаторную плоскость и угол ω_σ напряженного состояния

Положение OD в девиаторной плоскости определяется величиной угла вида напряженного состояния ω_σ (рис.2.2), который связан с параметром Надаи-Лоде соотношением

$$\mu_\sigma = 2\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 = -\sqrt{3}ctg\left(\omega_\sigma + \frac{4}{3}\pi\right). \qquad (2.17)$$

В пространстве главных напряжений (2.15) имеет вид:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_и} = \frac{1}{3}\left(\eta - \frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}\right),$$
$$\frac{\sigma_2}{\sigma_и} = \frac{1}{3}\left(\eta + \frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}\right), \tag{2.18}$$
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_и} = \frac{1}{3}\left(\eta - \frac{3 + \mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}\right).$$

Если использовать кривую течения, то от (2.18) перейдем к главным напряжениям:

$$\sigma_1 = \sigma - \sigma_и \frac{\mu_\sigma - 3}{3\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},$$
$$\sigma_2 = \sigma + \sigma_и \frac{2\mu_\sigma}{3\left(\mu_\sigma^2 + 3\right)}, \tag{2.19}$$
$$\sigma_3 = \sigma - \sigma_и \frac{3 + \mu_\sigma}{3\left(\mu_\sigma^2 + 3\right)}.$$

Из анализа (2.18) вытекает, что траекторию нагружения можно задавать в трехмерном пространстве с координатами $e_и, \eta, \mu_\sigma$ с помощью кривой $\eta\left(e_и\right), \mu_\sigma\left(e_и\right)$.

Зависимости $\eta\left(e_и\right), \mu_\sigma\left(e_и\right)$ названы нами «пути деформирования», в отличие от термина «траектории нагружения» в пространстве напряжений, траектории деформаций (в пространстве деформаций).

Из анализа (2.18) следует также, что при $\eta = const$ и $\mu_\sigma = const$ нагружение будет простым, а при $\eta = \eta\left(e_и\right), \mu_\sigma = \mu_\sigma\left(e_и\right)$ – сложным.

В общем случае напряжённого состояния зависимость пластичности от схемы напряжённого состояния можно задать поверхностью $e_p\left(\eta, \mu_\sigma\right)$.

Кривизну траекторий путей деформирования будем задавать $\chi = \dfrac{d\eta}{de_u}, \dfrac{d^2\eta}{de_u{}^2}$.

Главным преимуществом задания траекторий нагружения в пространстве безразмерных показателей напряжённого состояния η, μ_σ а также χ, введенным в работе [68]

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T_\sigma)}}{\sigma_u} = \frac{\sqrt[3]{I_3(T_\sigma)}}{\sqrt{I_2(D_\sigma)}}, \tag{2.20}$$

заключается в том, что в этом случае вид траектории нагружения (пути деформирования) однозначно определяется условиями формоизменения, характерными для исследуемого процесса и практически не зависит от механических свойств материала. Это позволяет моделировать процессы обработки давлением на модельных материалах, в этом случае необходимо располагать кривыми упрочнений $\sigma_u = f(\varepsilon_u)$ и диаграммами пластичности $\varepsilon_p = f(\eta, \mu_\sigma, \chi)$ [70].

Как уже отмечено, будем рассчитывать процессы нагружения не в пятимерном пространстве тензора деформаций, а в пространстве безразмерных показателей напряжённого состояния, при этом первая производная от показателей напряжённого состояния, характеризует скорость накопления повреждений $\left(\dfrac{d\eta}{de_u}, \dfrac{d\chi}{de_u}, \dfrac{d\mu_\sigma}{de_u}\right)$, а вторая производная от показателей $\left(\dfrac{d^2\eta}{de_u^2}, \dfrac{d^2\chi}{de_u^2}, \dfrac{d^2\mu_\sigma}{de_u^2}\right)$ – характеризует кривизну пути деформирования. Проанализируем экспериментальные данные, полученные в работе [68] путем испытания цилиндрических образцов из различных материалов в условиях совместного кручения и растяжения по различным программам деформирования. Рассмотрены пути деформирования для случаев

$\frac{d\eta}{de_u} > 0$, кривизна траектории $\frac{d^2\eta}{d^2 e_u} = 0$, а $\frac{d\eta}{de_u}$ находится в пределах: в случае $\frac{d\eta}{de_u} > 0$ значение $\frac{d\eta}{de_u} = 0,07 \div 25$, в случае $\frac{d\eta}{de_u} < 0$ значение $\frac{d\eta}{de_u} = (-0,2) \div (-0,9)$.

Расчет предельных деформаций проводили по критериям (1), (4) и (5).

Сопоставим результаты расчета по критериям (1), (4), (5) с экспериментальными данными. Путь деформирования представлен на рисунку 3 в виде прямых, наклонных к оси деформаций. При этом кривизна траектории деформаций $\chi = \frac{d^2\eta}{de_u^2} = 0$, а уравнение пути деформирования имеет вид $\eta = Be_u$, где B=0, 4; 1,25; 1,4; 2; 2,86; 5.

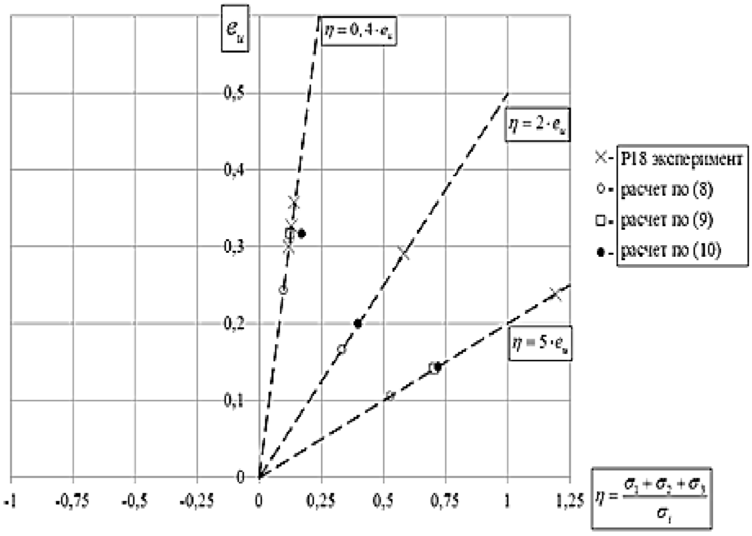


Рис. 2.3. Пути деформирования частиц стали Р18 при кручении совместно с растяжением

Задавшись значением использованного ресурса пластичности Ψ=1, определяли верхний предел интеграла e_u^* в критериях (2.6) и (2.7). В критерии (1) $e_p(\eta)$ определяли в месте пересечения пути деформирования с диаграммой пластичности. Результаты расчета представлены на рис.2.4, на котором отображена зависимость коэффициента влияния истории деформирования $w = \dfrac{e_p(\eta)}{e_p(\eta = const)}$ от скорости изменения показателя напряжённого состояния $\dfrac{d\eta}{de_u}$. На рис.2.4 расчет w (отношение фактической деформации к расчетной) по критерию (2.4) обозначен 1; расчёт w по критерию (2.6) обозначен 2; расчёт w по критерию (2.7) обозначен 3.

На рис.2.5 отображена зависимость коэффициента w от кривизны пути деформирования.

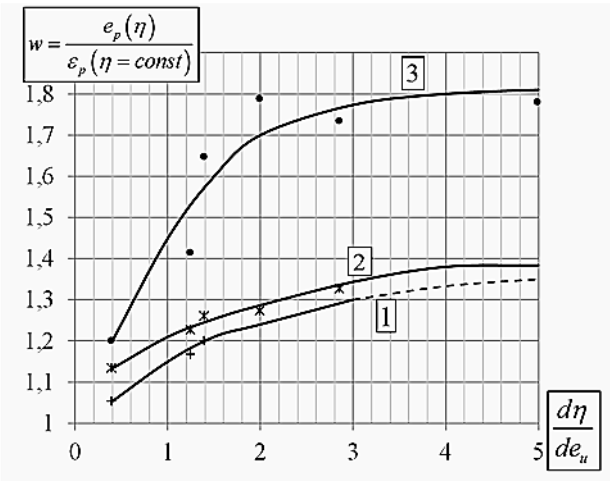


Рис.2.4. Зависимость коэффициента влияния истории деформирования w от скорости изменения показателя напряжённого состояния $\dfrac{d\eta}{de_u}$ (Сталь Р18)

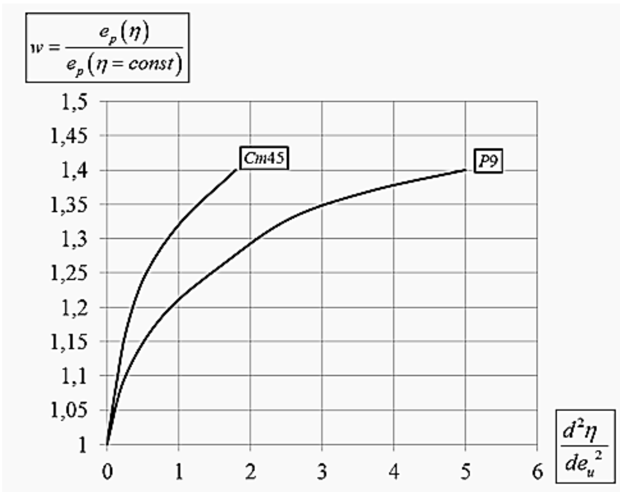


Рис.2.5. Зависимость коэффициента влияния истории деформирования w от кривизны пути деформирования $\dfrac{d^2\eta}{de_u^{\,2}}$

Из рис.2.5следует, что вторая производная от пути деформирования влияет на пластичность. Если $\chi > 1$, коэффициент влияния истории деформирования существенно возрастает. Так для сталей 45 и Р9 коэффициент *w* достигает величины 1,4. При этом для стали 45 это влияние оказывается существенным при небольших изменениях кривизны пути деформирования, для стали Р9 максимальное значение коэффициента *w* достигнуто при $\chi = 5$.

Коэффициент *w*, введенный в работе [68], учитывает влияние истории деформирования на величину предельной деформации. Его величина

$$w = \frac{e_p(\eta)}{e_p(\eta = const)} \tag{2.21}$$

получена в результате расчета предельных деформаций по критериям (2.4), (2.6) и (2.7), отнесенных к предельной деформации, найденной пересечением диаграммы пластичности с путем деформирования. Кривая 3 на рис. 4 построена в координатах $w = f\left(\frac{d\eta}{de_u}\right)$, где коэффициент *w* равен отношению экспериментально определенной деформацией разрушения к предельной деформации, полученной пересечением диаграммы пластичности с путем деформирования. Как следует из полученных результатов, с ростом производной от показателя η растет коэффициент влияния истории деформирования на пластичность.

Для пути деформирования частиц материала $\eta = 5e_u$ результаты расчета по критериям (2.4), (2.6), и (2.4) показали: e_p=0,1 по критерию (2.4), e_p=0,263 по критерию (2.6), e_p=0,244 по критерию (2.7). Фактическая величина деформации в момент разрушения составила e_p=0,2325. Отклонение результатов расчета по критериям (2.4), (2.6), и (2.7) и эксперимента соответственно составило 57%, 12,9% и 4, 8%.

Таким образом, рассматривая технологические процессы обработки металлов давлением, в которых частицы металла подвергаются сложному нагружению, при котором $\frac{d\eta}{de_u} > 5$, наиболее достоверные результаты дает расчёт по критерию (2.7).

2.6 Пластичность металлов при плоском напряжённом состоянии

Удачно принятая аппроксимирующая функция диаграммы пластичности дает возможность строить последнюю с необходимой точностью по результатам испытаний с минимальным числом опытов и возможностью экстраполяции.

Отметим используемую широко для практических расчетов аппроксимацию диаграммы пластичности по В. А. Огородникову [68, 72]

$$e_p = e_{p0} \exp(-\lambda_{1,2}\eta), \tag{2.22}$$

где e_{p0} – пластичность металла при сдвиге; $\lambda_{1,2}$ – чувствительность пластичности металла к изменению схемы напряженного состояния (λ_1 при $0 \le \eta \le 2$ и λ_2 при $-2 \le \eta \le 0$).

Как видно, в областях положительных и отрицательных гидростатических давлений предполагается различная чувствительность пластичности металла λ.

Высокую степень корреляции с экспериментом имеет аппроксимация Г. Д. Деля [39], используемая при $-3 \le \eta \le 0$

$$e_p = \frac{e_{p-1} e_{p0} \exp(-\eta)}{e_{p-1} + \eta\left[e_{p-1} - 2,72 e_{p0}\right]}, \tag{2.23}$$

где e_{p-1} – пластичность металла при одноосном сжатии.

Экспоненциальные функции типа достаточно хорошо описывают диаграммы пластичности при отрицательных значениях η. Однако в положительной области для ряда материалов наблюдается немонотонность зависимости пластичности от η (рисунки 2.6–2.7). В работе [44] приведено сравнение семи различных моделей разрушения и данные для построения диаграммы пластичности алюминиевого сплава 2025-T351. На рис.2.8, взятом из [69], представлены результаты экспериментов и различные аппроксимации 7 моделей разрушения. Таким образом, для различных металлических материалов характерно, что деформации при растяжении превышают деформацию сдвига; при двухосном растяжении пластичность соизмерима с деформацией одноосного растяжения, а при плоском деформированном состоянии может быть наименьшая из отмеченных [35]. В результате функция, описывающая пластичность при помощи данного показателя, будет немонотонна, что вносит неопределенность при аппроксимации и экстраполяции экспериментальных данных. Поиск удобного показателя (аргумента) функции диаграммы пластичности, отвечающей условиям монотонности, нулевой пластичности при равномерном трехосном растяжении и удовлетворительной корреляции с экспериментальными данными до сих пор является дискуссионным вопросом. Не исключено, что универсальный показатель напряженного состояния, инвариантный по отношению к механическим свойствам материала, может не существовать, или, в частности, быть одинаковым в пределах группы материала [68].

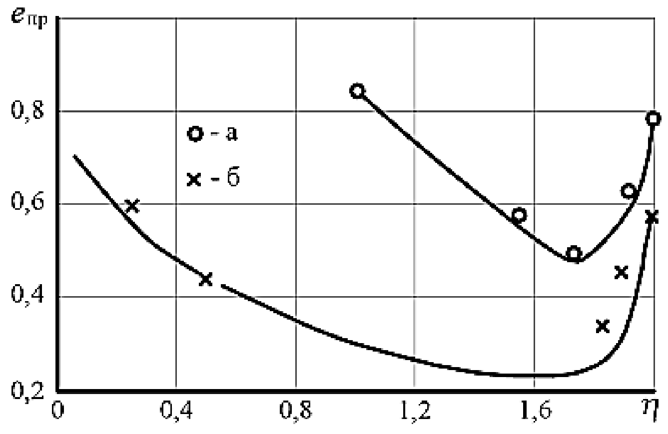


Рис.2.6. Диаграмма пластичности для стали 08пс (а)
и алюминиевого сплава Д16АМ (б) [41]

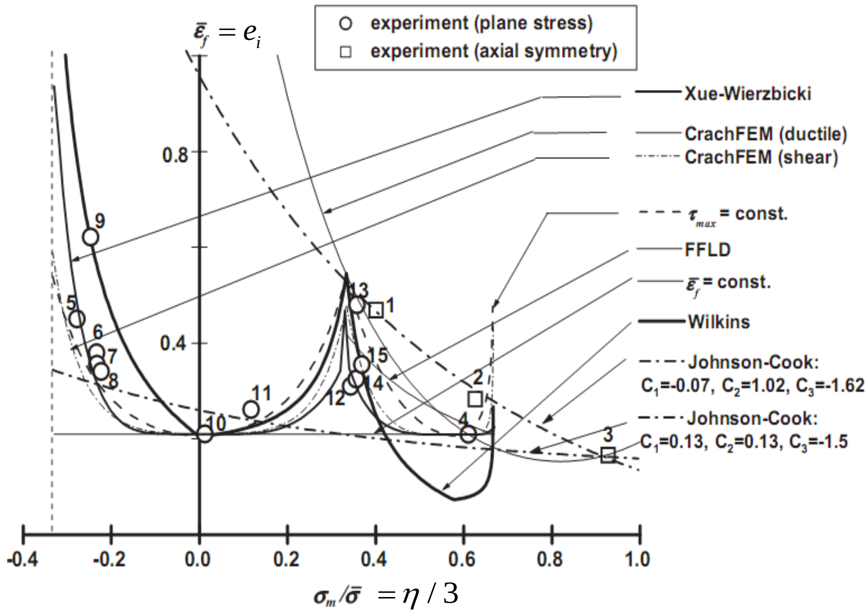


Рис.2.7. Диаграмма пластичности алюминиевого сплава 2025-T351 и ее аппроксимация в соответствии с 7-ми различными моделями [44]

Использование монотонно возрастающих (или убывающих) функций пластичности металла может быть осуществлено на основе феноменологического подхода. Последний позволяет систематизировать результаты эксперимента не с позиций физических особенностей накопления повреждений, микроструктурного анализа, а с позиций «феномена», т. е. описания получаемых данных, находящихся в согласовании с основными принципами механики разрушения, но непосредственно из них не вытекающих. При этом вводятся правдоподобные гипотезы, находящие свое подтверждение в эксперименте для широкого круга материалов, относящихся к различным реологическим классам.

Таким образом, предположим, что пластичность металла зависит от величины [29]

$$\zeta = \frac{k_1\sigma_1 + k_2\sigma_2 + k_3\sigma_3}{\sigma_i} = k_1a_1 + k_2a_2 + k_3a_3, \qquad (2.24)$$

где $a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}, a_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_i}, a_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_i}$ – относительные главные напряжения;

k_1, k_2, k_3 – коэффициенты влияния относительных главных напряжений на пластичность металла (являются величинами, зависящими от физико-механических свойств материала, могут быть как положительными так и отрицательными, а также равными нулю).

Представление показателя напряжённого состояния в виде (2.24) обобщает многие используемые в феноменологической теории деформируемости показатели, не ограничиваясь локальными гипотезами.

В частности, при одинаковом влиянии всех относительных главных напряжений $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ показатель напряженного состояния (2.24) преобразуется к виду $\zeta = \eta$, т. е. пластичность металла связывается с относительным гидростатическим давлением. Данная гипотеза получила наибольшее распространение в теории деформируемости.

Если $k_1 = 0,5,\ k_2 = 0,\ k_3 = -0,5$ – среднее относительное главное напряжение не оказывает влияния на пластичность, а a_1 и a_3 влияют в равной степени с учетом знака напряжения – то получим относительное касательное напряжение

$$\zeta = \frac{0,5\sigma_1 - 0,5\sigma_3}{\sigma_i} = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_i}. \tag{2.25}$$

Если предположить, что на пластичность металла оказывает влияние только первое главное напряжение (в отношении к интенсивности напряжений), т. е. $k_1 = 1, k_2 = 0, k_3 = 0$, то получим показатель напряженного состояния М. А. Зайкова:

$$\zeta = \eta_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}. \tag{2.26}$$

Показатель вида (2.26) опосредовано входит в модель разрушения (1.38), что находит в ряде случаев как теоретическое, так и экспериментальное обоснование (например, в работе [68]).

Отметим, что феноменологический подход не ограничивает использование показателей (2.24)–(2.26) как единственно возможных. При этом принцип введения в показатель напряжённого состояния коэффициентов влияния главных напряжений или их соотношений может быть распространен и на иные, принципиально отличающиеся по виду, например, на параметр Надаи–Лоде. Впрочем, с учетом накопленных в обработке давлением опытных данных по пластичности металлов и исторических аспектов развития теории деформируемости за основу был принят именно показатель.

В основу аппроксимирующей функции положим экспоненциальную зависимость, подобную (2.22), которая запишется в виде

$$e_p = d \cdot \exp\left(-q \cdot \zeta\right). \tag{2.27}$$

Функция (2.27) удовлетворяет граничным условиям пластичности по отношению к виду нагружения: при трехосном растяжении пластичность стремится нулю, при трехосном сжатии – к бесконечности.

Для уменьшения количества определяемых констант и удобства их анализа, с учетом зависимости (2.27), переопределим показатель (2.24), положив $k_1 = 1$

$$\zeta = a_1 + \bar{k}_2 a_2 + \bar{k}_3 a_3; \tag{2.28}$$

$$e_p = d \cdot \exp\Big(-q \cdot \big(a_1 + \bar{k}_2 a_2 + \bar{k}_3 a_3\big)\Big), \tag{2.29}$$

где $\bar{k}_2 = \dfrac{k_2}{k_1}, \bar{k}_3 = \dfrac{k_3}{k_1}$ – коэффициенты влияния относительных главных напряжений на пластичность металла, выраженные в долях по отношению к коэффициенту первого главного напряжения a_1;

d, q – константы диаграммы пластичности, определяемой показателем ζ.

Очевидно, что должно выполняться условие: при $q \geq 0$, $1+\overline{k}_2+\overline{k}_3 \geq 0$; при $q \leq 0$, $1+\overline{k}_2+\overline{k}_3 \leq 0$, иначе при трехосном растяжении пластичность металла будет равна бесконечности.

Если в выражениях (2.28), (2.29) положить $\overline{k}_2=\overline{k}_3=1$ и обозначить $q=\lambda$, $d=e_{p0}$, то получим зависимость (2.22). Тогда, по аналогии с λ, q – коэффициенты чувствительности пластичности металла к изменению схемы напряжённого состояния, определяемой показателем ζ

$$q=\ln\frac{e_p(\zeta^{(0)})}{e_p(\zeta^{(1)})}. \qquad (2.30)$$

Когда $\overline{k}_2=\overline{k}_3 \neq 1$, коэффициенты q, d теряют ясный физический смысл. В частности, d – параметр условной пластичности металла, когда комплекс $\sigma_1+\overline{k}_2\sigma_2+\overline{k}_3\sigma_3$ равен нулю (или $\zeta^{(0)}=0$). Обозначим ее $e_p(\zeta^{(0)})$. Обозначим пластичность $e_p(\zeta^{(1)})$, соответствующую случаю, когда $\sigma_1+\overline{k}_2\sigma_2+\overline{k}_3\sigma_3=\sigma_i$ (или $\zeta^{(1)}=1$).

Коэффициенты $\overline{k}_1,\overline{k}_2,\overline{k}_3$ имеют определенный физический смысл, связанный с показателем ζ.

При одноосном растяжении $\zeta=\overline{k}_1=1$.

При одноосном сжатии $\zeta=-\overline{k}_3$.

При двухосном равномерном растяжении $\zeta=1+\overline{k}_2$.

При двухосном равномерном сжатии $\zeta=-\overline{k}_2-\overline{k}_3$.

Аппроксимация (2.29) содержит 4 неизвестных величины, следовательно, необходимо по крайней мере 4 экспериментальные точки для определения диаграммы пластичности. Наибольший интерес представляет область положительного гидростатического давления (но не ограничивается ею), поскольку именно здесь наблюдается немонотонность зависимости пластичности от η. Кроме того, достаточно часто в областях положительного и отрицательного гидростатического давления наблюдается различный характер разрушения – отрывом и срезом, что можно учесть, аппроксимируя диаграммы функциями с разными коэффициентами.

Проверку предложенной модели выполним на основе данных литературных источников [44], выполнив перерасчет показателей напряженного состояния на относительные главные напряжения в соответствии с нижеприведенными зависимостями.

Соотношение главных напряжений при плоском напряженном состоянии через показатель η [29]

$$K_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{2+\eta^2}{2\left(\eta^2-1\right)} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{4\eta^2-\eta^4}}{\left(\eta^2-1\right)}, \tag{2.31}$$

тогда

$$a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{K_\sigma}{\sqrt{1-K_\sigma+K_\sigma^2}}, \tag{2.32}$$

$$a_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_i} = \frac{1}{\sqrt{1-K_\sigma+K_\sigma^2}}. \tag{2.33}$$

Знак «+» или «–» в выражении (2.31) выбирается из условия, чтобы $a_1+a_3=\eta$. Определенные по (2.32) и (2.33) значения обозначают в порядке алгебраического убывания, следуя условию $a_1 \ge a_2 \ge a_3$, где одно из $a_i = 0$.

В работе [44] приведены данные пластичности алюминиевого сплава 2025–Т351 (аналог дуралюмина Д16) – 15 расчетных точек, полученных испытанием плоских образцов различной формы, а также трубчатых, круглых сплошных, сплошных с выточками (на растяжение) и цилиндрических (на осадку). Используя формулы перерасчета (2.31)–(2.36), получили 10 групп значений, связывающих деформации разрушения с относительными главными напряжениями (во внимание принимали только положительные значения $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3 \ge 0$);

далее численно решалась система уравнений. В результате получили следующие значения коэффициентов выражения (2.29): $\bar{k}_2 = -0{,}108, \bar{k}_3 = -0{,}786,\ d = 58130,\ q = 11{,}81.$ Таким образом, диаграмма пластичности описана кривой (рис.2.8).

$$\begin{aligned} e_p &= 58130 \cdot \exp\left[-11{,}81 \cdot \left(a_1 - 0{,}108a_2 - 0{,}786a_3\right)\right] = \\ &= 58130 \cdot \exp\left(-11{,}81 \cdot \zeta\right) = \exp\left(10{,}97 - 11{,}81 \cdot \zeta\right), \end{aligned} \tag{2.34}$$

где $\zeta = \dfrac{\sigma_1 - 0{,}108 \cdot \sigma_2 - 0{,}786 \cdot \sigma_3}{\sigma_i}$.

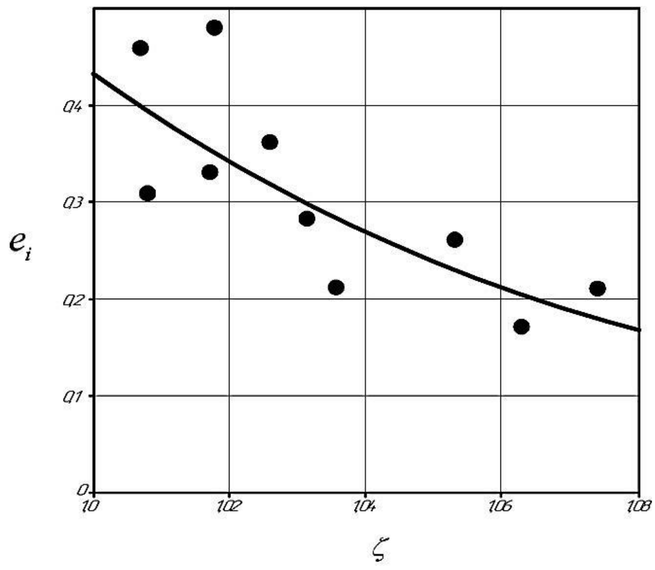
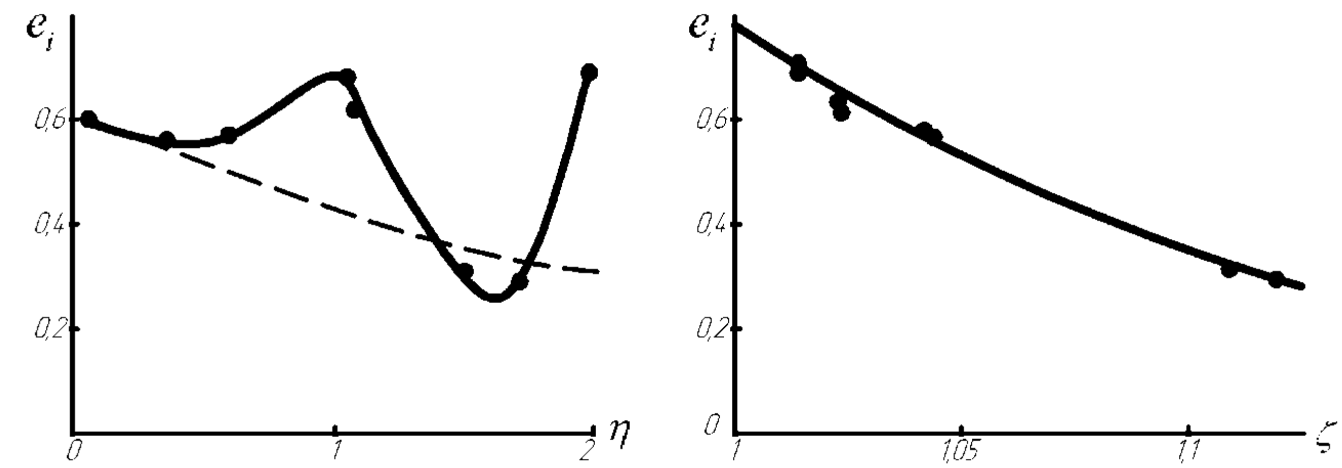


Рис.2.8.Диаграмма пластичности алюминиевого сплава 2025–T351 в зависимости от показателя ζ с параметрами $\bar{k}_2 = -0{,}108, \bar{k}_3 = -0{,}786$

Как видно из рис.2.8, точки ложатся достаточно близко к аппроксимирующей диаграмме. Некоторый разброс можно объяснить влиянием истории деформирования, градиента деформаций и иными факторами, не учтенными в модели.Впрочем, разброс присутствует во всех 7 моделях (см. рис.2.9).

В работе [57] приведены данные для построения диаграммы пластичности алюминиевого сплава 6061–T6 (лист 2 мм) (аналог АД33Т1). Аналогично предыдущему анализу, получены следующие коэффициенты $\bar{k}_2 = -0{,}063, \bar{k}_3 = -0{,}761, d$=2578,$q$=8,124. На рис.2.9(а) показана диаграмма пластичности в координатах $\eta - e_i$, отметим сильную нелинейность и наличие на ней экстремальных зон; а на рис.2.9(б) – диаграмма пластичности в координатах $\zeta - e_i$, которая имеет свойство гладкости и тесную корреляционную связь с экспериментом.



$$\zeta = \frac{\sigma_1 - 0,063 \cdot \sigma_2 - 0,761 \cdot \sigma_3}{\sigma_i}$$

а) б)

сплошные линии – аппроксимация (2.29) пересчитанная на аргумент η; пунктир – аппроксимация (2.22)

Рис.2.9.Диаграммы пластичности алюминиевого сплава 6061–Т6 (АД33Т1): а) в зависимости от показателя η [19]; б) в зависимости от показателя ζ с параметрами $\bar{k}_2 = -0,063, \bar{k}_3 = -0,761$

Ее функция имеет вид

$$e_p = 2578 \cdot \exp(-8{,}124 \cdot \zeta) = \exp(7{,}85 - 8{,}124 \cdot \zeta). \quad (2.35)$$

Исследовалась пластичность высокоуглеродистых сталей У8 и У12 (состояние поставки) и титанового сплава ВТ6 (термообработка – отжиг) [20]. При определении пластичности материалов использовали стандартные образцы на растяжение, кручение, сжатие. Также использовались нестандартные плоские образцы для испытаний в условиях сдвига, на одноосное и двухосное растяжение по пробе Эриксена. Использование плоских образцов обусловлено тем, что при их испытании реализуется плоского напряжённого состояния и сохраняется постоянство параметров вида напряжённого состояния вплоть до разрушения.

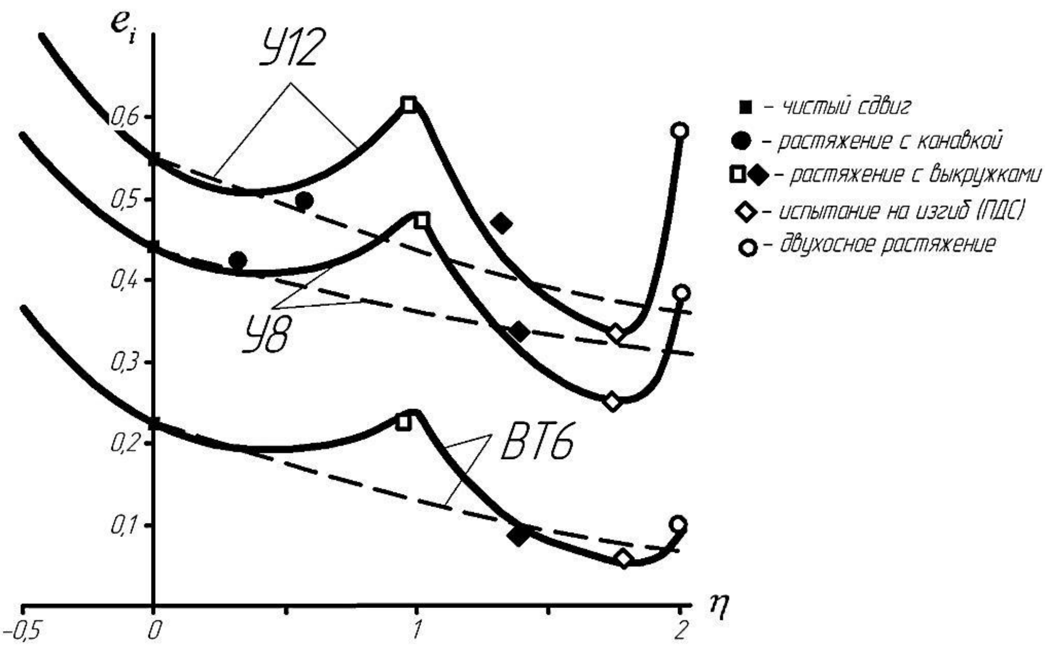
При исследовании на растяжение использовали нестандартные плоские образцы с боковыми круговыми вырезами. Варьированием соотношений толщины стенки к диаметру выреза и ширины перемычки можно получить достаточно широкий интервал экспериментальных точек в области от одноосного до двухосного растяжения при практически неизменных на протяжении всего испытания параметрах вида напряжённого состояния.

Показатели напряжённого состояния и величины предельных деформаций рассчитывались по методу сеток, предварительно нанесенных на испытуемые образцы. В таблице 2.1 приведены коэффициенты аппроксимации (2.29), рассчитанные по вышеизложенной методике.

Таблица 2.1 – Коэффициенты аппроксимации

Материал	Коэффициенты аппроксимации функции (2.29)			
	d	q	k_2	k_3
Титан ВТ6	38,42	5,08	0,201	-0,752
Сталь У12	23,34	3,64	0,022	-0,794
Сталь У8	11,25	3,154	0,082	-0,781

Некоторое неудобство использования показателя напряжного состояния ζ состоит в его уникальности для каждого материала, что обуславливает невозможность визуального сравнения различных диаграмм пластичности на одной плоскости $\zeta - e_i$. При необходимости такого рода сравнений следует воспользоваться формулами (2.31)–(2.33). Так, на рис.2.10 показаны полученные расчетные точки характеристик пластичности исследованных металлов, а также диаграммы пластичности, построенные по аппроксимациям (2.22) и (2.29). Последняя перестроена на координатную плоскость с показателем η. Можно отметить высокую степень корреляции рассчитанных диаграмм с экспериментом, а также слабую зависимость коэффициента k_3 от свойств исследованных металлов и сплавов (-0,75...-0,82).



сплошные линии – аппроксимация (2.29) пересчитанная на аргумент η по формулам (2.31)–(2.33);
пунктир – аппроксимация (2.22)

Рис.2.10. Диаграммы пластичности сталей У12, У8 и титанового сплава ВТ6

Следует отметить, что коэффициент k_3 для изученных материалов достаточно слабо зависит от вида металла (сплава) и составляет -0,76...-0,85 [29]. Это позволяет сократить количество необходимых экспериментов для построения диаграммы пластичности в области положительного гидростатического давления до 3-х. Для лучшей точности предлагаются такие виды испытаний: на сдвиг (кручение), на растяжение плоских образцов с выкружками или гладких цилиндрических, на плоский изгиб и двухосное растяжение по пробе Эриксена.

Последующий поиск аргументов диаграммы пластичности и их аппроксимаций может существенно снизить количество испытаний, а применение феноменологической основы – обрабатывать данные с реальным поведением материала, полученные в условиях «неидеальных» относительно простых путей нагружения в процессе испытания металла.

2.7 Разработка методик построения диаграмм пластичности, учитывающих влияние третьего инварианта тензора напряжений

«Аномальное» возрастание пластичности с ростом показателя η можно объяснить, во-первых, проявлением двух механизмов разрушения при растяжении образцов из материалов склонных к локальному утонению – механизмом отрыва в центре образца и механизмом среза вблизи периферии. Кроме того, возрастание пластичности может быть связано также с влиянием третьего инварианта тензора напряжений на пластичность. В работе [68] представлены экспериментальные данные, полученные испытанием материалов (сталей Р12, Р18, Р9, 40Х, 45, Р6М5, дюралюминия) в камере высокого давления. Максимальное давление, которое обеспечивала испытательная машина составляло 3000 МПа. Эксперименты проводили на образцах, подвергаемых кручению совместно с растяжением на фоне гидростатического давления. При этом реализовали программы деформирования, которые обеспечивают постоянство показателя напряженного состояния η = const, при этом связь между гидростатическим давлением q и углом закручивания φ должна соответствовать уравнению

$$q = \sigma_и \frac{1-\eta B}{3B}, \qquad (2.36)$$

где

$$B=\sqrt{1+\frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2 z}}\,, \tag{2.37}$$

где $z=\frac{\square l}{a_0}$ – параметр удлинения;

t – шаг винтовой нарезки винта-гайки.

Осевое перемещение обеспечивается вращением винта на угол φ.

$$dl_z=\frac{dl}{l}=\frac{dz}{z}=\frac{\dfrac{t}{2\pi l_0}d\varphi}{1+\dfrac{t}{2\pi l_0}\varphi}, \tag{2.38}$$

где $z=z_0+\frac{\varphi t}{2\pi}$.

В опытах P + q, $\frac{dl_z}{dl_i}=1$

$$q=\frac{\sigma_u}{3}(1-\eta). \tag{2.39}$$

В случае опытов M+q

$$q=-\frac{\sigma_u}{3}\eta. \tag{2.40}$$

Накопленная интенсивность деформаций

$$\bar{e}_u=\int\sqrt{1+\frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2 z}}\frac{dz}{z} \tag{2.41}$$

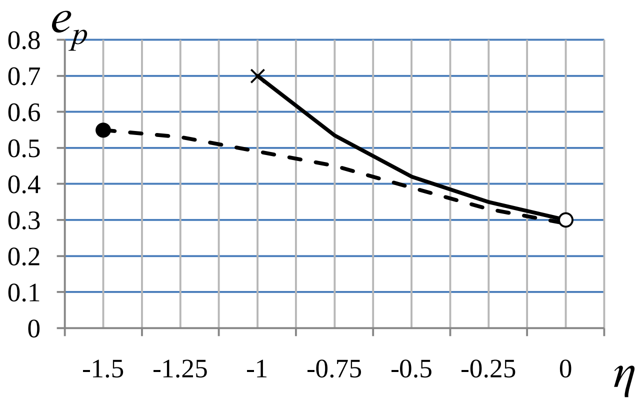
или после интегрирования

$$\bar{e}_u=-2B-\ln\left|\frac{1+B}{1-B}\right|+A, \tag{2.42}$$

где

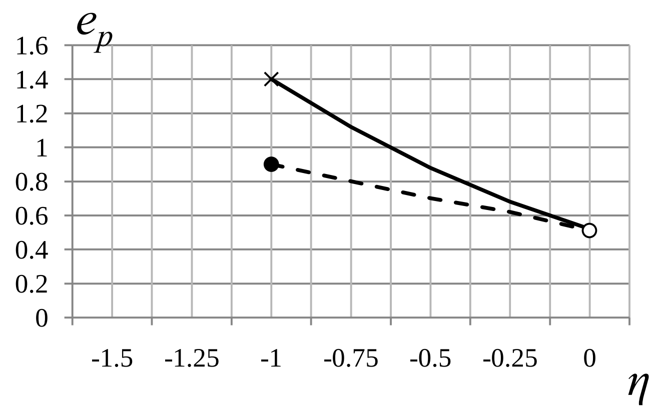
$$A = 2\sqrt{1+\frac{r_0^2 4\pi^2}{t^2}} - \ln\frac{1+\sqrt{1+\frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2}}}{1-\sqrt{1+\frac{r_0^2 4\pi^2}{t^2}}}. \qquad (2.43)$$

На рис. 2.11–2.12 показаны экспериментальные данные полученные испытанием дюралюминия и стали Р18 по программам η = const, η = - 0,5, η = - 0,25 (дюралюминий) и η = - 1, η = - 0,75, η = - 0,5 для стали Р18.



● – разрушение при $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$,
о – кручение, х – осадка,
---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$ ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$

Рис. 2.11. Влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность (дюралюминий Д16)



● – разрушение при $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$,
о – кручение, х – осадка,
---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$ ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$

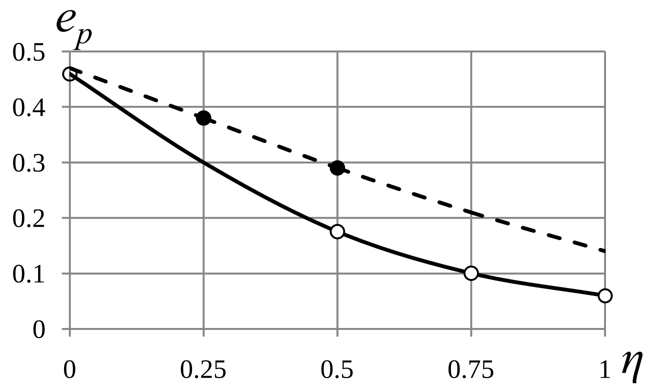
Рис. 2.12. Влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность (сталь Р18)

Сопоставление диаграмм пластичности, построенных в условиях плоского и линейного напряженных состояний, позволило сделать вывод о том, что третий инвариант тензора напряжений подавляет пластичность в области $-2 \leq \eta \leq 0$.Таким образом, диаграмма пластичности не является единой для различных напряжённых состояний. С уменьшением показателя

ηв области $-1 \le \eta \le 0$расхождение между$e_p(\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)) = 0$ и $e_p(\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)) \ne 0$ возрастает.

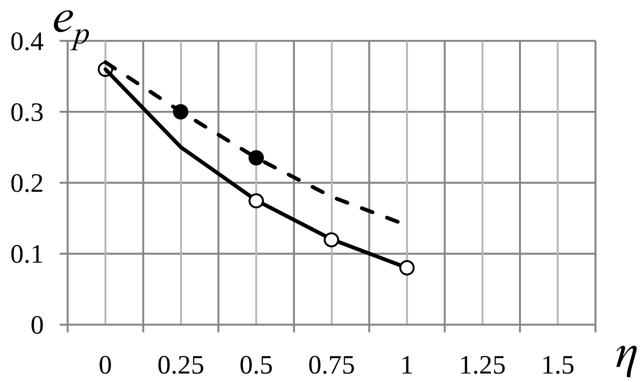
Подобные эксперименты проведены также в камере высокого давления на сталях 45, Р6М5 и Р18. Опытами M+q, P+M+q, показали, что в области изменения показателя $(0 \le \eta \le 1)$ пластичность выше при наличии третьего инварианта тензора напряжений. На рис. 2.13 – 2.14 сопоставлены диаграммы пластичности, построенные при линейном и плоском напряженном состояниях с диаграммой, полученной в условиях η = const $(\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \ne 0)$.

Таким образом, при изучении технологических процессов обработки металлов давлением, где реализуется объёмное напряжённое состояние необходимо пользоваться диаграммой пластичности, построенной с учетом третьего инварианта тензора напряжений.



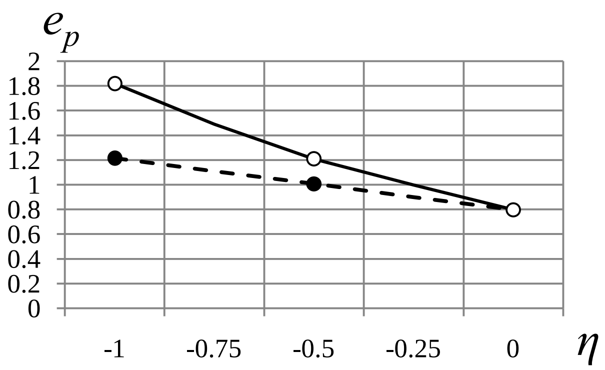
---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \ne 0$, ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$

Рис. 2.13. Влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность (сталь Р18), опыты M+q, P+M+q



---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \ne 0$, ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$

Рис. 2.14. Влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность (сталь Р6М5), опыты M+q, P+M+q



---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$, ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$

Рис. 2.15. Влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность (сталь 45), опыты M+q, P+M+q

Представление диаграмм пластичности в трехмерном пространстве поверхностью $e_p = f(\eta, \chi)$ трудоемкои зачастую невозможно из-за отсутствия экспериментальных данных. В связи с этим предлагается методика, позволяющая использовать обычные диаграммы пластичности путем введения поправки показателя η на диаграмме пластичности $e_p = e_p(\eta)$ с диаграммами, полученными в условиях объемного напряженного состояния при η = const ($\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$).

В связи с этим предлагается методика, позволяющая использовать обычные диаграммы пластичности путем введения поправки показателя η на диаграмме пластичности $e_p = e_p(\eta)$ с диаграммами, полученными в условиях объёмного напряжённого состояния при η = const ($\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$). Как следует из рис. 2.13–2.15 пластичность в условиях объёмного напряжённого состояния выше по сравнению с пластичностью в условиях плоского напряженного состояния и с ростом показателя η эта разница возрастает. Таким образом, зависимость пластичности от показателей η и χ можно представить в общем случае в трехмерном пространстве поверхностью. Однако в технической литературе принято диаграммы пластичности представлять на плоскости. В связи с этим опишем показатель напряжённого состояния в виде функции трех инвариантов тензора, выражая влияние $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на пластичность путем поправки показателя η на диаграмме пластичности $e_p = e_p(\eta)$. Запишем выражение показателя напряжённого состояния в виде

$$p = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}}\left[1 + f\left(\frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma}}\right)\frac{\sqrt[3]{\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)}}{\sqrt{3\mathrm{I}_2\left(\mathrm{D}_\sigma\right)}}\right], \qquad (2.44)$$

где $f\left(\frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma}}\right)$ – экспериментально определяемая функция.

В наших обозначениях формулу (2.44) представим в виде

$$p = \eta\left[1 + f\left(\eta\right)\chi\right]. \qquad (2.45)$$

Вид функции f(η) можно описать полиномом вида

$$f\left(\eta\right) = A\eta^2 + B\eta + C, \qquad (2.46)$$

где A, B, C – коэффициенты аппроксимирующего полинома.

Значение функции *f(η)* определим из выражения

$$f\left(\eta\right) = \frac{p - \eta}{\eta\chi}. \qquad (2.47)$$

Коэффициенты A, B, C аппроксимирующего полинома оказались равными: A = - 4,1, B = - 6.51, C = - 6,51 для стали 40Х и A = - 3,1, B = - 5,89, C = - 6,44 для стали 45. Таким образом, с помощью диаграмм пластичности $e_p = e_p(\eta)$ с привлечением формулы (2.45) можно оценить поправку связанную с влиянием $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma)$ на величину e_p. Предельную деформацию в случае изучения процессов объёмного деформирования можно определить по разности показателя *η* и поправки *p* (смещение по оси *η*). В работе В.А.Огородникова [68] подобный способ построения диаграмм пластичности предложен в интервале изменения показателя напряженного состояния от нуля до минус пяти.

В рассматриваемых нами в дальнейшем процессах, разрушение происходит в «жесткой» области изменения показателя напряжённого состояния. В связи с этим уточним зависимость диаграмм пластичности от инвариантов тензора напряжений в диапазоне изменения безразмерного показателя напряжённого состояния от сдвига до двухосного растяжения. Рассмотрим методику построения диаграмм пластичности в области $0 \le \eta \le 2$, учитывающей влияние третьего инварианта тензора напряжений. Аномальное повышение пластичности при растяжении пластичных сталей, образующих «шейку», связано, на наш взгляд, в том числе с влиянием третьего инварианта тензора напряжений. На рис. 2.16 показан эскиз утонения цилиндрического образца при растяжении. На рис. 2.17 представлена диаграмма пластичности, построенная с учетом третьего инварианта тензора напряжений.

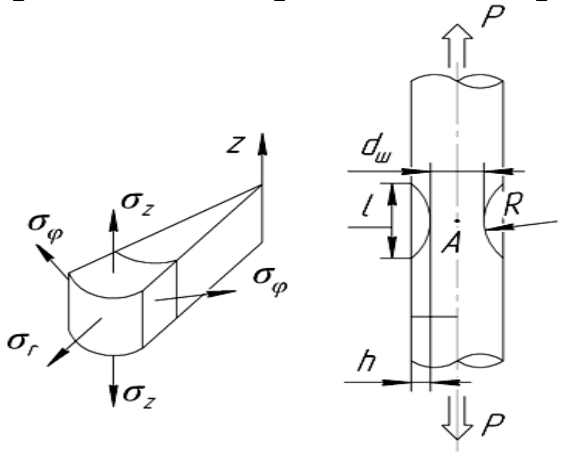
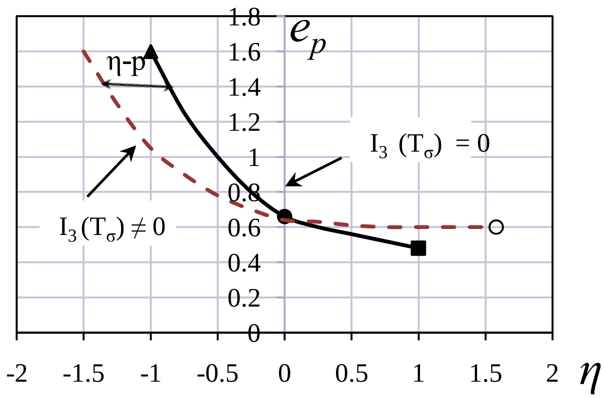


Рис. 2.16. Эскиз утонения цилиндрического образца при растяжении



■ –растяжение; ▲ – сжатие; ● – кручение; ○ – η =1,55

---- $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) \neq 0$, ▬ $\mathrm{I}_3(\mathrm{T}_\sigma) = 0$,

Рис. 2.17. Диаграмма пластичности стали 20

В точке А растягиваемого образца по Бриджмену (рис. 2.16)

$$\sigma_1 = \sigma_u \left[1 + \ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R} \right) \right], \tag{2.48}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r = \sigma_\varphi = \sigma_u \ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R} \right). \tag{2.49}$$

Показатель

$$\eta = 1 + 3\ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R}\right) \qquad (2.50)$$

$$\sigma_и = \frac{4P}{\pi d_ш^2 \left(1 + \frac{d_ш}{8R}\right)}. \qquad (2.51)$$

В формулах (2.48-2.51) R определяем с помощью соотношения [73]

$$R = \frac{l^2 + 4h^2}{8h}, \qquad (2.52)$$

где l и h показаны на рис. 2.16.

Заметим, что на диаграмме пластичности (рис. 2.17) точки отражающие значение предельных деформаций при растяжении совпадают с предельными деформациями, полученными расчетным путем с учетом третьего инварианта по выше приведенной методике.

2.8 Оценка деформируемости заготовок в процессах холодного объёмного формоизменения

Рассмотренные выше критерии деформируемости предполагают значение диаграммы пластичности, отражающей зависимость пластичности от показателей напряжённого состояния. Для оценки деформируемости заготовок при обработке давлениемнеобходимо также знать напряжённо-деформированное состояние, возникающее при реализации технологической операции на различных стадиях деформирования. Оценка деформируемости материала может быть осуществлена, если известна зависимость показателя η и e_u в наиболее опасной зоне деформируемого объема от величины характерной деформации (допустим обжатия) и других параметров процесса. Последние влияют на напряженное и деформированное состояние в этой зоне. Такими параметрами при различных процессах обработки металлов являются величина осадки или обжатие при ковке, угол раствора матрицы при выдавливании, температура деформирования, трение в контакте и др.

Теоретическое определение зависимостей, связывающих величины η и e_u (путей деформирования частиц материала) от указанных выше факторов, оказывается для многих процессов практически невозможным. В связи с этим особое значение приобретают экспериментально-расчётные методы, позволяющие выявить напряжённо-деформированное состояниев различных точках деформируемой заготовки.

Диаграмма пластичности может быть построена испытанием цилиндрических образцов из исследуемого материала на совместное кручение и растяжение. Чаще диаграмму целесообразно строить испытанием цилиндрических образцов на сжатие с различными условиями трения в контакте. Трудоемкость построения диаграмм пластичности можно уменьшить, привлекая аппроксимирующие зависимости, коэффициенты которых определяют по результатам испытания материала в условиях простейших напряжённых состояний. При построении диаграмм пластичности проводят такие испытания, при которых показатель η изменяется в пределах, соответствующих изменению схемы напряжённого состояния изучаемого технологического процесса.

Если в процессе деформирования некоторой частицы обрабатываемого металла показатель напряжённого состояния изменяется незначительно, оценку деформируемости можно осуществить следующим образом. Располагая диаграммой пластичности и информацией о напряжённо-деформированном состоянии изучаемого процесса, рассчитывают в различных точках заготовки накопленную интенсивность деформаций (иногда она оказывается равной интенсивности логарифмических деформаций e_u) и показатель напряжённого состояния η.

Использованый ресурс пластичности можно рассчитать по соотношению

$$\varphi = \frac{e_u(\delta, \alpha, \mu, ...)}{e_p(\eta, T^0)}, \qquad (2.53)$$

в котором η – показатель напряжённого состояния в опасной области заготовки, T^0 – температура материала. Значение e_u $(\delta,$ $\alpha,$ $\mu, \ldots)$ – интенсивность деформации опасной частицы материала, зависящая от обжатия δ, угла раствора матрицы α, коэффициента трения μ и т. д. При холодном деформировании на зависимость e_u от перечисленных факторов практически не влияет упрочняемость материалов, поэтому изучаемые технологические процессыможно моделировать, т. е. напряжённо-деформированное состояние определять на модели из другого материала или других размеров, чем реальная заготовка.

В связи с изложенным, при разработке приемов оценки деформируемости заготовок в ряде конкретных технологических операций одной из основных задач исследования является установление зависимости степени деформации от свойств материала, температуры деформирования и ряда других факторов.

В более общем случае, когда путь деформирования частицы обрабатываемого металла $\eta = f(e_u)$ (либо семейство путей деформирования) представляется различными траекториями (сложное деформирование), использованый ресурс пластичности можно рассчитать по соотношению

$$\varphi = \frac{e_u(\delta, \alpha, \mu, ...)}{e_p(\eta, T^0, ...)\omega}, \qquad (2.54)$$

в котором ω – коэффициент, учитывающий влияние истории деформирования на пластичность. Здесь

$$\omega = \frac{e_p[\eta = f(e_u)]}{e_p(\eta = const)}, \qquad (2.55)$$

В соотношении (2.55)$\left[\eta = f\left(e_u\right)\right]$– предельная деформация, рассчитанная по критерию деформируемости с учетом истории деформирования. Для ряда технологических операцийобработки металлов давлениемизучено влияние истории деформирования на пластичность и получены таблицы либо построены номограммы, в которых приведены значения коэффициента ω в зависимости от технологических параметров и свойств материала.

Значение $e_p(\eta = const)$ в соотношении (2.55) – предельная деформация, рассчитанная по критерию без учета истории деформирования. Предельную деформацию $e_p(\eta = const)$ можно определить из диаграммы пластичности по показателю η, найденному пересечением пути деформирования $\eta = f(e_u)$ и диаграммы пластичности $e_p = f(e_u)$. Следует заметить: применение формул (2.53) и (2.54) предполагает, что в изучаемом технологическом процессе путь деформирования частицы материала построен в координатах $\eta(e_u)$, а третий инвариант тензора напряжений $I_3(T_\sigma) = 0$. При изучении технологических процессов, сопровождающихся объемной схемой напряженно-деформированного состояния, путь деформирования частиц материала в опасной области рассчитывается в координатах $\eta = f(e_u)$, $\chi = f(e_u)$. Предельные деформации $e_p[\eta = f(e_u)]$рассчитывают по критерию деформируемости (2.7).

Формулы (2.53), (2.54) можно рекомендовать для расчёта ресурса пластичности деформируемых заготовок, если входящие в них величины заданы в виде номограмм. Коэффициент ω, например, зависит от пути деформирования частицы материала $\frac{d\eta}{de_u}$, показателя η, коэффициента λ, т.е. $\omega = f\left(\frac{d\eta}{de_u}, \eta, \lambda\right)$.

Коэффициент λ отражает «чувствительность» пластичности материала к изменению показателя η и определяется по выражениям (1.77), (1.78).

2.9 Моделирование процессов холодной объёмной штамповки

Важнейшей целью механики сплошной среды является установление общих свойств и законов движения деформируемых тел. Изучение напряжённо-деформированного состояния твердых тел под воздействием приложенных сил является важнейшей частью общей механики твердых деформируемых тел. Раздел механики пластически деформируемых твердых тел посвящен изучению напряжённо-деформированного состояния в задачах обработки металлов давлением. Первоначально основной задачей, решаемой теорией обработки металлов давлением, было отыскание способов определения энергосиловых параметров процесса ковки, штамповки, прокатки, волочения и др. процессов. Появились методы, основанные на совместном решении приближенных уравнений равновесия и пластичности. Другими методами являются методы линий скольжения, вариационные методы, метод конечных элементов, экспериментально-расчётные методы. Многообразие перечисленных методов связано, прежде всего, с новыми возникшими задачами в обработке металлов давлением, в частности, с задачами определения предельного формоизменения, оценки использованного ресурса пластичности в процессах холодной объёмной штамповки, сопровождающимися сложным нагружением.

Методы решения краевых задач механики дают возможность оценить напряжённо-деформированное состояние, рассматриваемых нами, в процессах холодной штамповки, однако они зачастую оказываются трудоёмкими.

Метод конечных элементов, экспериментально-расчётные методы, методы R-функций и другие методы решения краевых задач механики позволяют получить поля тензоров напряжений и деформаций в процессах обработки давлением, однако во многих случаях область трудоёмких экспериментально-расчётных методов не ограничивается расчётами для тех образцов, для которых получена экспериментальная информация. Использование ряда гипотез, нашедших практическое подтверждение, открывает возможности их применения для моделирования процессов. В ряде работ [68, 75, 88] показано, что при соответствующем выборе граничных условий и прочих равных условиях (обжатие, геометрия инструмента, число переходов и др.) деформированное состояние оказывается близким даже для тел, относящихся к различному реологическому классу (в дальнейшем гипотезу об идентичности деформированного состояния модельного и натурного образцов будем называть гипотезой о кинематическом подобии).

Принимая кинематику модельного образца идентичной кинематике натурных образцов из других материалов, можно перейти к напряжённому состоянию и оценке деформируемости заготовок используя кривые течения, диаграммы пластичности и другие характеристики материала модельного образца. Однако при реализации такого подхода возникают проблемы, связанные с определением дополнительных условий. Для модельного образца они известны (например, усилие деформирования), а для натурного образца эти условия неизвестны.

Определение энергосиловых параметров процессов обработки давлением также является важнейшей задачей. И хотя имеется множество методов расчёта деформирующих усилий, в основе которых лежат аналитические решения, инженерные методы, методы линий скольжения, методы верхней оценки, все эти решения, как правило, базируются на допущениях об идеально пластичном материале, приближенного условия пластичности, различных гипотез, (например, Хаара-Кармана и др.). При исследовании процессов обработки давлением экспериментально-расчётными методами, методами конечных элементов, и другими методами проведения прямых экспериментов, полученные результаты, как правило, не содержат в явном виде механические характеристики.

Иначе говоря, результаты будут справедливы лишь для материала, на котором проводилось исследование. Переход на материал с другими механическими характеристиками, требует проведения повторных экспериментов, что затрудняет и удорожает моделирование.

В связи с изложенным, нами поставлена задача создания модели расчёта силовых и деформационных параметров процессов обработки металлов давлением для материалов любой реологии (натурные материалы) на основе деформационных и силовых характеристик для материалов с известной реологией (модельные материалы).

Рассмотрим вначале способ моделирования напряжённо-деформированного состояния в процессах объёмного формоизменения на основании гипотезы о подобии путей деформирования. Эта гипотеза базируется на гипотезе о независимости кинематики деформирования от свойств материала.

Анализ экспериментов, приведенных в работе [68], показывает, что для некоторых процессов обработки давлением: выдавливание прутков, осадка дисков, поперечное выдавливание и др. в опасных зонах, где вероятно разрушение металла, пути деформирования частиц материала в координатах $\eta = \eta(e_u)$ для материалов с различными механическими свойствами практически совпадают. В функции $\eta = \eta(e_u)$ показатель напряжённого состояния $\eta = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}$ – отношение суммы главных напряжений к их интенсивности, e_u – накопленная интенсивность деформаций. Это предположение об идентичности путей деформирования будем называть гипотезой о подобии путей деформирования – близость путей деформирования модельного и натурного образца. Для условий одноосного растяжения, сжатия, кручения, а так же для любых простых видов нагружения гипотеза выполняется точно. В сочетании с гипотезой о кинематическом подобии полей интенсивности деформаций она приводит к утверждению о подобии показателя η (рис. 2.18), что можно использовать как дополнительное интегральное условие, необходимое при определении напряжённого состояния натурного образца.

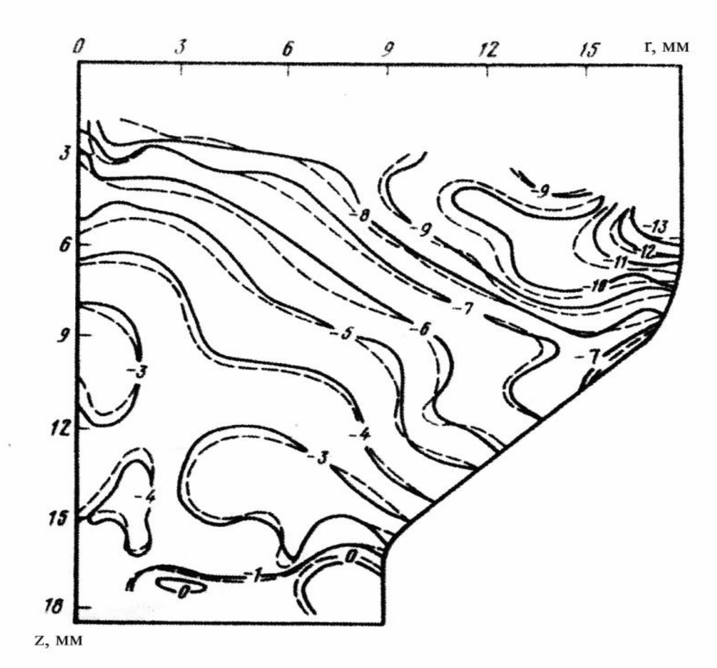


Рис. 2.18. Показатель напряженного состояния η при прямом выдавливании заготовок из меди М1 (▬) и латуни ЛС 59-1(----) [75]

Алгоритм экспериментально-расчётного моделирования напряжённо-деформированного состояния заключается в следующем: девиаторы напряжений натурного образца определяют по кинематике модельного образца и кривой течения $\sigma_u = f\left(e_u\right)$ материала натурного образца. Далее находят гидростатическое давление тензора напряжений $\sigma_0\left(p\right)$, зависящее от точки p – сечения образца, так, чтобы напряжения в натурном образце удовлетворяли уравнениям равновесия, а поле показателя η было близко к полю модельного образца.

Для этого вначале определяют гидростатическое давление σ_0 по методикам, изложенным в работах [28, 68, 75, 81] наложив произвольно дополнительное условие $\sigma_0\left(p^*\right) = 0$, где p^* любая точка в расчётной области. Полученное гидростатическое поле обозначим через σ_0^*, оно отличается от истинного на постоянную $\Delta\sigma$

$$\sigma_0 = \sigma_0^* + \Delta\sigma. \tag{2.56}$$

Константу $\Delta\sigma$ в формуле (2.17) находят из условия близости полей показателя η модельных и натурных образцов, т. е из условия минимума функционала

$$\iint\limits_{\Omega} \rho\left(\eta_м - 3\sigma_0 / \sigma_i\right)^2 d\Omega \to min, \tag{2.57}$$

где $\eta_м\left(p\right)$ – показатель модельного образца, рассчитанный по методикам [28, 68, 75, 81];

$\rho\left(p\right) \geq 0$ – некоторая весовая функция, позволяющая учитывать различную точность гипотезы о подобии путей деформирования в разных областях Ω.

В результате сопоставления численных и натурных экспериментов установлено, что расчетные поля η модельного и натурного образцов для ряда процессов близки в зонах развитых пластических деформаций и могут расходиться в жестких зонах, поэтому необходимо ρ принимать пропорциональным интенсивности скоростей деформаций, что исключит влияние жестких зон.

Подставив соотношение (2.56) в соотношение (2.58) и минимизируя полученный функционал по $\Delta\sigma$, находят

$$\Delta\sigma = \frac{\iint\limits_{\Omega} \frac{\rho}{\sigma_i^2}\left(\frac{1}{3}\sigma_i \eta_м - \sigma_0^*\right) d\Omega}{\iint\limits_{\Omega} \frac{\rho}{\sigma_i} d\Omega}. \tag{2.58}$$

Следовательно, формулы (2.56), (2.58), полученные на основе гипотезы о подобии путей деформирования, дают дополнительное условие, необходимое для расчета напряжений в натурных образцах по методикам [28, 68, 75, 81].

Предложенную методику можно упростить, если принять что гипотезы о подобии деформированного состояния и путей деформирования натурного и модельного образцов выполняются точно.

Будем считать известными поля напряжений и деформаций модельного материала и кривые течения модельного и натурного материала. Нагружение полагаем близким к простому, без разгрузок и смены знака деформации.

Воспользуемся соотношениями деформационной теории пластичности:

$$\sigma_{jj} - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{\sigma_i}{e_i} e_{jj}, \tag{2.59}$$

$$\tau_{jk} = \frac{1}{3}\frac{\sigma_i}{e_i}\gamma_{jk}, \tag{2.60}$$

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{\sigma_i}{e_i} e_{ij}, \tag{2.61}$$

где σ_i, e_i – интенсивность напряжений и накопленных деформаций;

σ_0 – гиростатическое давление;

σ_{jj} – компоненты тензора напряжений – нормальные напряжения;

τ_{jk} – компоненты тензора напряжений – касательные напряжения;

e_{jj}, γ_{jk} – компоненты тензора деформаций.

В дальнейшем, все параметры, характеризующие натурный материал, обозначим верхним штрихом. Параметры модельного материала будут обозначены без штриховки.

Пусть кривая течения материала аппроксимируется функцией по Людвигу (1.16)

$$\sigma_i = A e_i^n.$$

Тогда

$$\sigma_{jj}-\sigma_0=\frac{2}{3}\frac{Ae_i^n}{e_i}e_{jj}=\frac{2}{3}Ae_i^{n-1}e_{jj}. \qquad (2.62)$$

Деформированное состояние слабо зависит от свойств материала, следовательно, примем, что $e_i=e_i'$, $e_{jj}=e_{jj}'$, тогда для натурного материала

$$\sigma_{jj}'-\sigma_0'=\frac{2}{3}A'e_i'^{n'-1}e_{jj}'=\frac{2}{3}A'e_i^{n'-1}e_{jj}. \qquad (2.63)$$

Для нахождения гидростатического давления воспользуемся гипотезой о слабой зависимости показателей напряженного состояния от свойств материала. Примем, что данное соотношение выполняется точно $\eta=\eta'$, тогда

$$\eta=\frac{3\sigma_0}{\sigma_i}=\frac{3\sigma_0'}{\sigma_i'}.$$

Гидростатическое давление для натурного материала

$$\sigma_0'=\sigma_0\frac{\sigma_i'}{\sigma_i}=\sigma_0\frac{A'}{A}e_i^{n'-n}=\sigma_0A'A^{\left(-\frac{n'}{n}\right)}\sigma_i^{\left(\frac{n'}{n}-1\right)}. \qquad (2.64)$$

С учетом (2.63) и (2.64), компоненты тензора напряжений для натурного материала:

$$\sigma_{jk}'=\sigma_{jk}\frac{A'}{A}e_i^{n'-n}=\sigma_{jk}A'A^{\left(-\frac{n'}{n}\right)}\sigma_i^{\left(\frac{n'}{n}-1\right)}, \qquad (2.65)$$

$$\tau_{jk}'=\tau_{jk}\frac{A'}{A}e_i^{n'-n}=\tau_{jk}A'A^{\left(-\frac{n'}{n}\right)}\sigma_i^{\left(\frac{n'}{n}-1\right)}. \qquad (2.66)$$

Таким образом, для расчета полей напряжений натурного материала необходимо знать соответствующее поле напряжений модельного материала, эпюры накопленной интенсивности напряжений и коэффициенты аппроксимации кривой течения обеих материалов.

На основании выражений (2.64)-(2.66) можно сформулировать гипотезу о подобии тензоров напряжений в разно-упрочняющихся материалах: для двух заготовок, находящихся в одинаковых условиях деформирования и граничных условиях, но из разных материалов, соотношение соответствующих компонент тензора напряжений есть величина постоянная, не зависящая от направления в выбранной точке

$$\frac{\sigma'_{xx}}{\sigma_{xx}} = \frac{\tau'_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} = \ldots = const\,. \tag{2.67}$$

Отметим, что данная гипотеза справедлива, если физические соотношения между напряжениями и деформациями следуют идентичным законам, т.е. кривые течения материалов аппроксимируются функциями одного вида. На рис. 2.19 показаны компоненты тензора напряжений заготовок из модельного и натурного материала, полученные в работе [75].

Эпюры контактных напряжений модельного σ_K и натурного σ'_K материала также будут подобны, при одинаковых коэффициентах трения и физических законах контактного взаимодействия. Эта гипотеза подтверждается моделированием ряда процессов МКЭ – осадка, вытяжка, изгиб, выдавливание.

Контактные напряжения натурного материала

$$\sigma'_K = \sigma_K \frac{\sigma'_i}{\sigma_i}, \tag{2.68}$$

с учетом аппроксимирующей функции (1.16)

$$\sigma'_K = \sigma_K \frac{A'}{A} e_i^{n'-n}. \tag{2.69}$$

Соотношения (2.25)-(2.28) можно также получить, исходя из теории течения

$$\sigma_{jk} - \sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\dot{e}_i} \dot{e}_{jk},$$

приняв, что дифференциалы (приращения) деформаций так же слабо зависят от свойств материала, как и конечное деформированное состояние $de_i = de'_i$, $de_{jk} = de'_{jk}$.

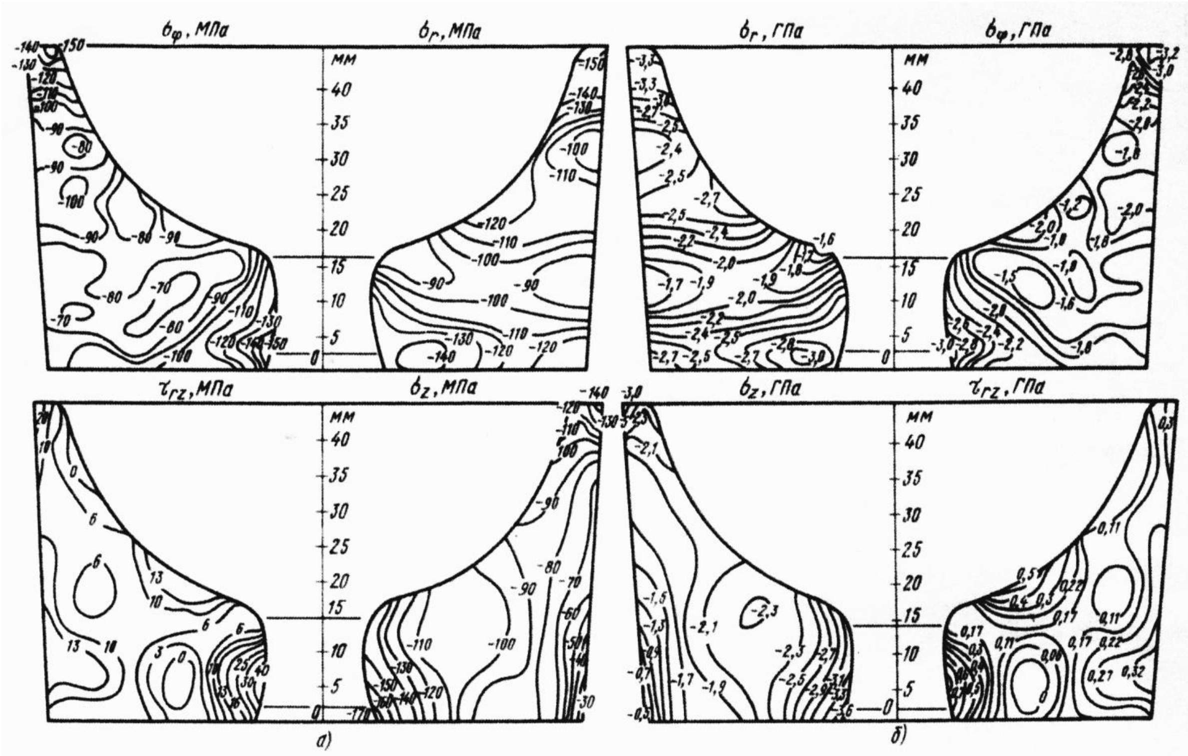


Рис. 2.19. Компоненты тензора напряжений заготовок:
а) из свинца (модельный материал), б) из стали Р6М5 (натурный материал) [75]

Если аппроксимировать кривую течения иной функцией, то соотношения (2.25)-(2.27), как правило, будут включать в себя уже компоненты тензора деформаций.

При наличии полной информации о полях напряжений и деформаций в пластической области модельного материала, нет необходимости привлекать данные о его кривой течения. Необходима лишь кривая течения натурного материала.

Например, пусть кривая течения натурного материала аппроксимируется по Воку [27] при неизвестной кривой течения модельного материала

$$\sigma_i = a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp\left[-a_4 e_i\right]),$$

где a_1, a_2, a_3, a_4 – коэффициенты аппроксимации кривой течения.

Тогда, проводя аналогичные рассуждения, имеем:

$$\sigma_0' = \sigma_0 \frac{a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp\left[-a_4 e_i\right])}{\sigma_i},$$

$$\sigma_{jj}' = \left(\frac{2}{3}\frac{e_{jj}}{e_i} + \frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)\left[a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp\left[-a_4 e_i\right])\right],$$

$$\tau_{jk}' = \left(\frac{1}{3}\frac{\gamma_{jk}}{e_i}\right)\left[a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp\left[-a_4 e_i\right])\right].$$

Пускай имеются поля контактных напряжений для двух модельных материалов, тогда, в силу (2.69) получим выражения:

$$\sigma_K' = \sigma_{K1} \frac{A'}{A_1} e_i^{n'-n_1},$$

$$\sigma_{K2} = \sigma_{K1} \frac{A_2}{A_1} e_i^{n_2-n_1},$$

из которых следует, что

$$\sigma_K' = \sigma_{K1} \frac{A'}{A_1}\left[\frac{\sigma_{K2} A_1}{\sigma_{K1} A_2}\right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \tag{2.70}$$

Предположим, что данное соотношение справедливо и для средних по контактной поверхности значений контактных давлений, введя, таким образом, гипотезу о силовом подобии

$$\bar{\sigma}_K' = \bar{\sigma}_{K1} \frac{A'}{A_1}\left[\frac{\bar{\sigma}_{K2} A_1}{\bar{\sigma}_{K1} A_2}\right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \tag{2.71}$$

Деформирующее усилие может быть выражено через площадь и среднее значение контактных напряжений (полагаем, что направление контактных напряжений совпадает с направлением главной деформирующей силы)

$$P = \int_F \sigma_k df = \bar{\sigma}_k F.$$

Поскольку геометрии модельной и натурной заготовок одинаковы, то $\frac{\bar{\sigma}_{k2}}{\bar{\sigma}_{k1}}=\frac{P_2}{P_1}$, $\frac{\bar{\sigma}'_k}{\bar{\sigma}_{k1}}=\frac{P'}{P_1}$. В результате имеем

$$P'=P_1\frac{A'}{A_1}\left[\frac{P_2A_1}{P_1A_2}\right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \qquad (2.72)$$

Таким образом, для получения деформирующего усилия процесса обработки металлов давлением для произвольного материала, достаточно взять два модельных материала с известными кривыми течения и разными показателями упрочнения, измерить усилия на этих материалах или провести моделирование с использованием, например, метода конечных элементов (МКЭ). Усилие деформации для модельного материала с кривой течения, согласно (1.16) определяется на основе этих данных по выражению (2.69).

Проверку предложенного способа расчета усилий выполнили путем моделирования МКЭ процессов растяжения, сжатия цилиндрических образцов, осадки цилиндра перпендикулярно его оси, гибки. Задавались коэффициентами аппроксимации, согласно (1.16), в пределах n = 0,05…0,5 и A = 500…1500 МПа – большинство материалов, используемых в обработке металлов давлением, соответствуют таким коэффициентам. Ошибка расчёта усилия по (2.69) даже при значительной экстраполяции составляла не более 15%. Предположительно составляющая ошибки связана с неидентичностью деформируемых состояний образцов из разных материалов и приближенностью выражения (2.68). При равномерном растяжении или сжатии образца это соотношение выполняется точно. При пластическом кручении ошибка составляет не более 3%. При изгибе, осадке диска – не более 6%.

РАЗДЕЛ 3
ВЫБОР КРИТЕРИЕВ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ

При изготовлении заготовок методами обработки давлением на поверхности, или в середине деформируемого металла могут возникать макротрещины, или напротив запас пластичности используется недостаточно. Использованный ресурс пластичности в таком случае является мерой качества и его прогнозирование на стадии проектирования технологических процессов является актуальной задачей теории обработки металлов давлением.

Надежное проектирование технологии, выбор параметров технологических процессов, обеспечивающих качество продукции металлообработки, можно осуществить путем применения феноменологических критериев разрушения, позволяющих оценивать использованный ресурс пластичности. Однако применение этих критериев для расчета предельного формоизменения в процессах обработки давлением, сопровождающихся объемной схемой напряжённого состояния вызывает трудности методического характера.

Феноменологические критерии разрушения включают в себя подинтегральные функции зависимости предельных до разрушения деформаций e_p от показателей напряжённого состояния. Такие функции $e_p = f(\eta)$ - называют диаграммой пластичности. В работе [68] показано, что диаграммы пластичности $e_p = f(\eta)$ не являются едиными для различных напряжённых состояний. Вопрос о влиянии истории деформирования на пластичность в условиях объёмного напряжённого состояния не достаточно изучен.

Раздел монографии посвящен изучению влияния гидростатического давления и скорости его изменения на пластичность для случаев, когда деформируемый металл находится в условиях объёмного напряженного состояния.

3.1 Анализ эксперементальных исследований

Рассмотрим результаты экспериментальных исследований пластичности сталей Р18, Р9, 45 полученные в работе [68] путем испытания образцов на совместное кручение с растяжением на фоне переменного гидростатического давления. При этом реализованы траектории $\eta = const$ и $\frac{d\eta}{de_u} > 0$ и $\frac{d\eta}{de_u} < 0$.

Расчёт предельных до разрушения степеней деформации проводили по феноменологическим критериям:
Г. А. Смирнова-Аляева (см. 2.4)

$$\psi = \frac{e_u}{e_p(\eta)} \le 1 \quad ,$$

В.Л.Колмогорова (см.2.6)

$$\psi = \int_0^t \frac{\bar{\varepsilon}_u d\tau}{e_p(\eta)} \le 1 \quad ,$$

и В.А. Огородникова (см.2.7)

$$\psi = \int_0^{e_p^*} \left(1 + 0,2arctg\frac{d\eta}{de_u}\right) \frac{e_u^{0,2arctg\frac{d\eta}{de_u}}}{\left[e_p(\eta,\chi)\right]^{1+0,2arctg\frac{d\eta}{de_u}}} \le 1.$$

В критериях (2.4), (2.6) и (2.7) $-e_u = \int_0^t \bar{\varepsilon}_u d\tau -$ накопленная интенсивность деформаций;
$\bar{\varepsilon}_u -$ интенсивность скоростей деформаций; t – время деформирования;

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3 \cdot I_2(D_\sigma)}} = \frac{3\sigma}{\sigma_u} \quad ,$$

где, η - показатель напряжённого состояния (см. 1.44); $I_1\left(T_\sigma\right)$ – первый инвариант тензора напряжений;

$I_2\left(D_\sigma\right)$– второй инвариант девиатора напряжений;

χ – показатель напряжённого состояния, учитывающий третий инвариант тензора напряжений (см. 1.62)

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3\left(T_\sigma\right)}}{\sqrt{3 \cdot I_2\left(D_\sigma\right)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}}{\sigma_и},$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{ij}\delta_{ij}}{3} \tag{3.1}$$

где σ – среднее напряжение (гидростатическое давление).

Показатель η введен в работе [84], показатель χ в работе [68].

В работе [68] приведены экспериментальные данные о пластичности цилиндрических образцов из материалов не образующих шейку при растяжении (стали Р9, Р12, Р18).

Цилиндрические образцы подвергали совместному кручению и растяжению на фоне изменяющегося гидростатического давления, при этом возможно реализовать различные траектории деформирования $\eta = \eta\left(e_и\right)$, $\eta = const$, $\chi = const$, $\chi = \chi\left(e_и\right)$. На рис. 3.1 показаны пути деформирования $\eta = \eta\left(e_и\right)$, а также диаграмма пластичности стали Р18.

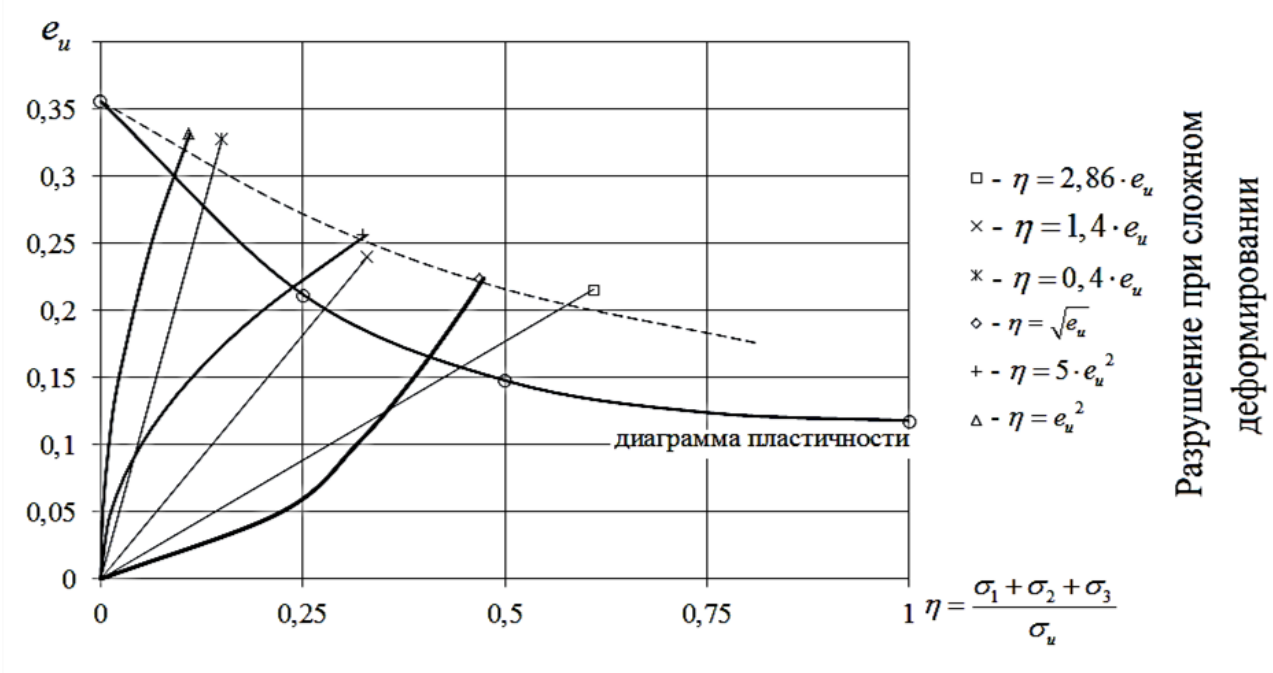


Рис. 3.1. Влияние истории деформирования на пластичность стали Р18 [68]

Результаты, изложенного выше анализа экспериментальных данних, указывают на заметное влияние скорости изменения показателя напряжённого состояния в виде параметра $\frac{d\ \eta}{de_и}$. Если $\frac{d\ \eta}{de_и}$ возрастает, увеличивается влияние истории деформирования на величину предельных деформаций (e_p выше по сравнению с величиной e_p определенной по диаграмме пластичности). В случае изменения знака производной $\frac{d\eta}{de_и}$ <0пластичность падает (по сравнению с величиной e_p определенной по диаграмме пластичности). Заметим, однако, что функция $\eta = \eta\left(e_и\right)$ включает в себя переменность двух параметров – показателя η и кривизну траектории деформации ù $= {}^{1}\!/\!{}_{\rho}$ (следуя терминологии А.А.Ильюшина). С тем, чтобы выделить влияние каждого параметра в работе [68] получены зависимости кривизны траектории деформаций $\gamma = \gamma\left(e_z\right)$ от осевой деформации e_z для образцов, деформируемых в условиях сложной деформации $\eta = 2{,}86 \cdot e_u$, $\eta = \sqrt{e_u}$, $\eta = e_u^{\ 2}$, $\eta = 1{,}4 \cdot e_u$. При указанных траекториях кривизны траектория деформации меняется от ù $= 8$ до ù $= 0{,}5$, величина предельных деформаций (см. рис. 3.2) слабо зависит от кривизны ù траектории деформаций.

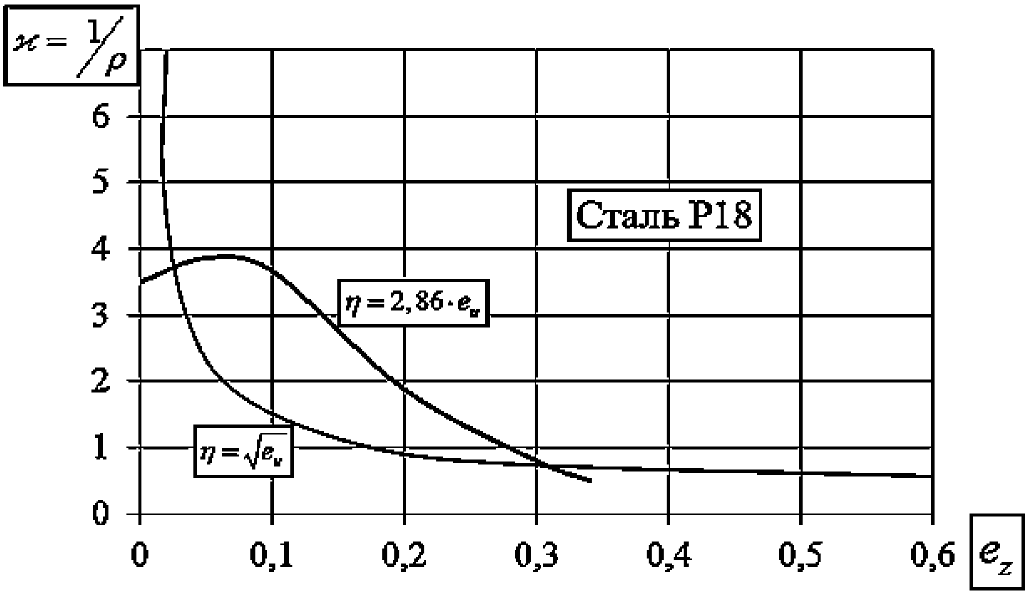


Рис. 3. 2. Зависимость кривизны траектории деформаций ù от осевой деформации e_z цилиндрических образцов, подвергаемых кручению совместно с растяжением [68]

При этом показатель η меняется практически одинаково для путей деформирования $\eta = 2{,}86 \cdot e_u$, $\eta = \sqrt{e_u}$. Совпадение фактических деформаций при разрушении образцов $\eta = \sqrt{e_u}$ и $\eta = 2{,}86 \cdot e_u$, а также образцов $\eta = e_u^{\ 2}$ и $\eta = 1{,}4 \cdot e_u$ позволяют предположить, что на пластичность основное влияние оказывает скорость изменения показателя η, а не кривизна траектории деформаций. Этот вывод можно отнести к траекториям малой или средней кривизны.

Главным преимуществом задания траекторий нагружения в пространстве безразмерных показателей напряжённого состояния заключается в том, что в этом случае вид «пути деформирования» однозначно определяется условиями формоизменения, характерными заданного процесса и практически не зависит от механических свойств материала [68]. Это позволяет моделировать процессы обработки давлением на модельных материалах, в этом случае необходимо иметь кривые течения $\sigma_{и} = f\left(e_{и}\right)$ и диаграммы пластичности $e_p = f\left(\eta, \chi, \mu_\sigma\right)$ [68].

Введем в рассмотрение понятий о влиянии скорости изменения показателя напряжённого состояния на пластичность коэффициент ω, отражающий это влияние

$$\omega = \frac{e_p\left(\eta\right)}{e_p\left(\eta = const\right)} \tag{3.2}$$

В формуле (3.2)$e_p\left(\eta\right)$ рассчитывают по критериям, $e_p\left(\eta\right)$– отражает фактическую деформацию в момент разрушения; $e_p\left(\eta = const\right)$ найдено по диаграмме пластичности в месте пересечения диаграммы пластичности с путем деформирования. Таким образом, коэффициент ω отражает влияние истории деформирования на пластичность в условиях объёмного напряженного состояния.

Расчёт предельных деформаций по критериям (2.4), (2.6), и (2.7) показал, что если параметр $\frac{d\eta}{de_{и}}$ возрастает, то растет отклонение фактических деформаций в момент разрушения от расчетных по различных критериях. Так если $\frac{d\eta}{de_{и}}$ близко к нулю, то все критерии дают одинаковый результат, отклонение от фактических деформаций лежит в пределах статической погрешности.В случае, если $\frac{d\eta}{de_и}$>5,наиболее близкие результаты расчёта к экспериментальным дает критерий (2.7). Критерий (2.6) показывает отклонение до 25%, критерий (2.4) до 30%.

На рис. 3.3-3.4 показаны зависимости коэффициента ω от скорости изменения показателя напряжённого состояния $\frac{d\eta}{de_и}$ для быстрорежущих сталей Р9, Р18 и стали 45, а также зависимости коэффициента ω от кривизны деформирования $\frac{d^2\eta}{de_и{}^2}$.

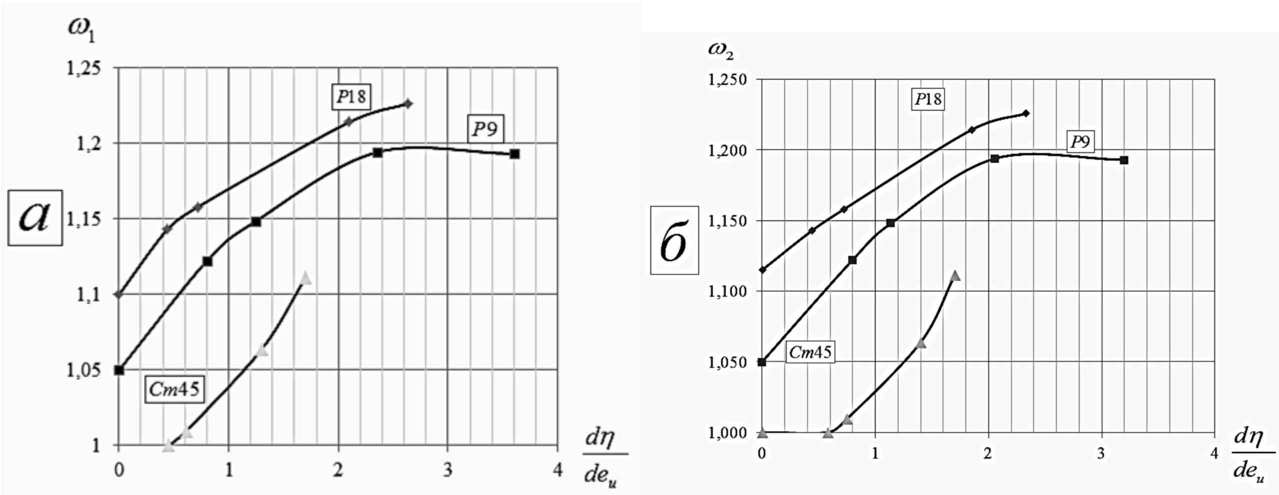


Рис. 3. 3. Влияние скорости изменения показателя напряжённого состояния на пластичность в условиях объёмного напряжённого состояния

Коэффициент ω_1 рассчитан по критерию (2.7), коэффициент ω_2 рассчитан по формуле (3.2), однако значение $e_p(\eta)$ в числители формулы (3.2) соответствует экспериментльным данным ($e_p(\eta)$ в момент разрушения).

Как видим, графики на рис. 3.3(а) и 3.3(б) практически совпали, что подтверждает более высокую точность расчётов предельных деформаций по критерию (2.7).

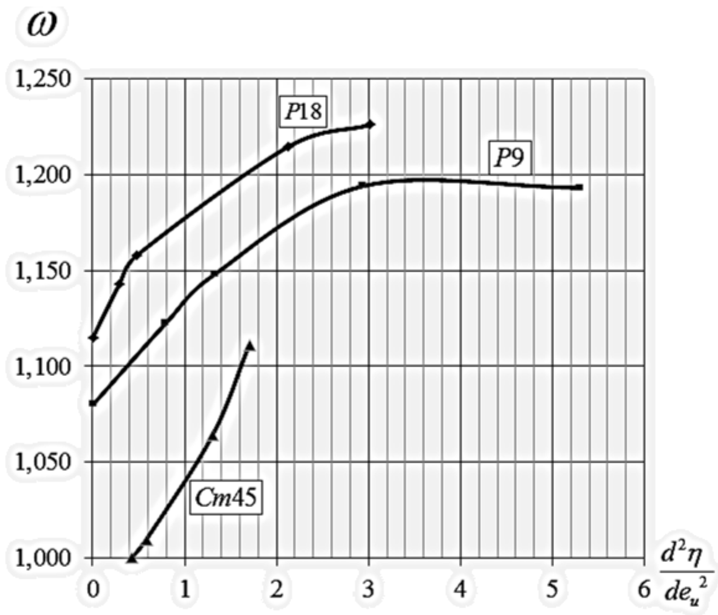


Рис. 3. 4. Влияние кривизны пути деформирования на пластичность в условиях объёмного напряжённого состояния

Анализ данных, приведенных на рис. 3.3 и 3.4 позволяет сделать выводы о существенном влиянии скорости изменения показателя напряжённого состояния $\frac{d\eta}{de_u}$ на пластичность. Так при $\frac{d\eta}{de_u}$>2 влияние истории деформирования на пластичность достигает 23%, при этом кривизна траектории деформации $\frac{d^2\eta}{de_u^{\ 2}}$ оказывает подобное влияние – с ростом кривизны возрастает влияние истории деформирования на пластичность.

На рис. 3.5 и 3.6 представлено сопоставление результатов расчёта по критериям (2.4), (2.6), (2.7) с экспериментальными данными.

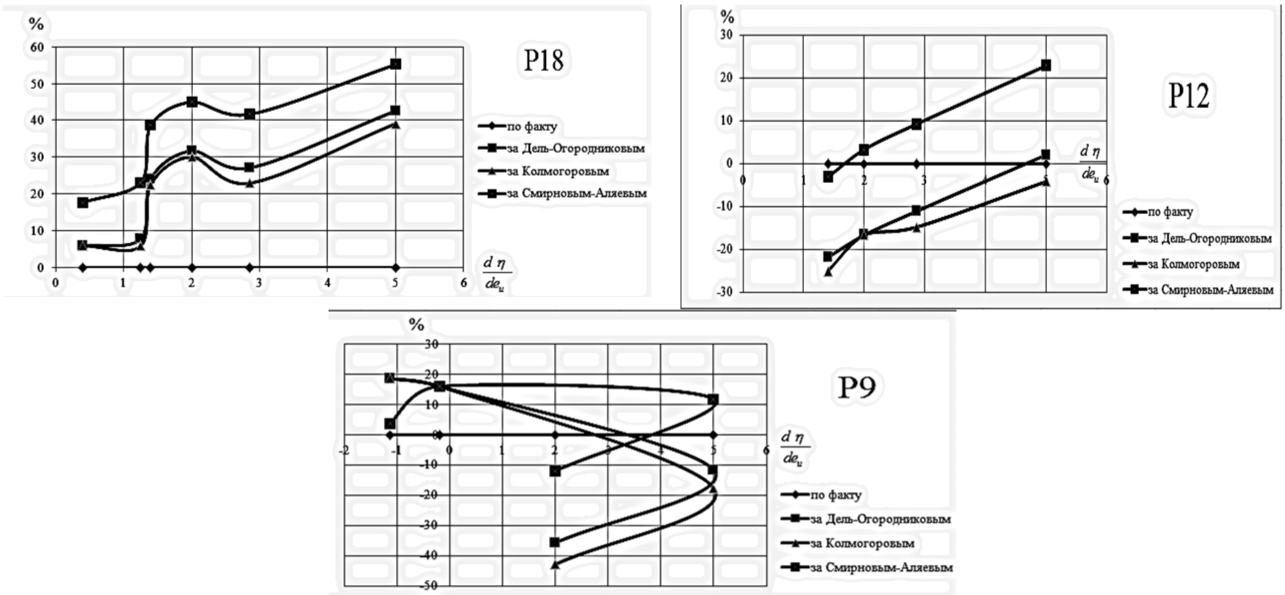


Рис. 3. 5.Результаты расчёта по критериям (2.4), (2.6), (2.7) исходя из экспериментальных данных для прямолинейных путей деформирования

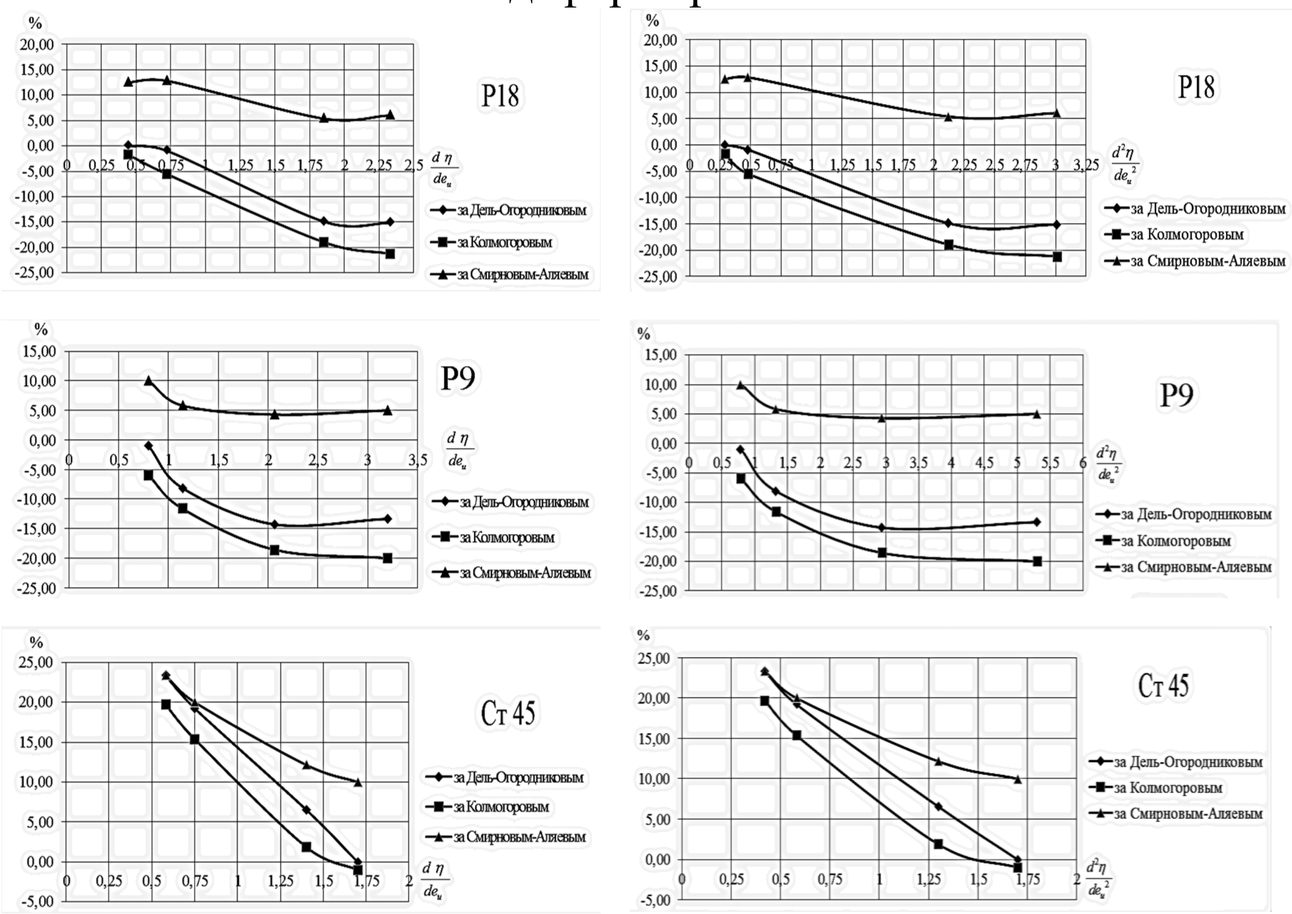


Рис. 3.6. Результаты расчёта по критериям (2.4), (2.6), (2.7) исходя из экспериментальных данных для кривых путей деформирования

Как следует из рис. 3.5 и 3.6, наибольшее отклонение (55%) даёт критерий Г.А.Смирнова-Аляева, минимальное отклонение даёт критерий В.А.Огородникова (до 22%), критерий В.Л.Колмогорова – до 45%.

3.2 Применение критериев для процесса ротационной ковки

Рассмотрим пример расчёта использованного ресурса пластичности в процессе радиального обжатия. В процессе радиального обжатия металл находится в условиях объёмного напряжённого состояния. Сущность процесса заключается в деформировании заготовки коническими сходящимися штампами, обеспечивающими всестороннее пульсирующее приложение давлений. Благодаря благоприятной схеме напряжённого состояния возможно обрабатывать заготовки из малопластичных, труднодеформируемых металлов и сплавов. Тем не менее при определенных условиях деформирования заготовок из малопластичных материалов часто образуются трещины.

Экспериментально-расчётным методом твердости, в работе [68] получены пути деформирования $\eta = f\left(e_и\right)$ частиц материала заготовок в опасной области, для различных обжатий $\delta = \dfrac{d_0 - d}{d_0} = 0{,}135$, $\delta = 0{,}24$, $\delta = 0{,}305$, $\delta = 0{,}37$ (d_0, d – диаметр прутка до и после деформирования, d_0=20мм).

На рис. 3.7 показаны пути деформирования $\eta = f\left(e_и\right)$, построенные для различных обжатий (кривые 1-4). Зависимости $\eta = f\left(e_и\right)$ аппроксимированы выражением

$$\eta = a \cdot e_и^{\,2} + в \cdot e_и + c, \tag{3.3}$$

в котором а,в,с – коэффициенты аппроксимации.

Использованный ресурс пластичности ψ рассчитывали по критериям деформируемости (2.4), (2.6), (2.7). Анализ результатов расчёта величины ψ по критериям (2.6) и (2.7) показал, что история деформирования при радиальном обжатии оказывает значительное влияние на предельную деформацию. В таблице приведены результаты расчёта использованного ресурса пластичности ψ в зависимости от обжатия.

Таблица 3.1 – Результаты расчёта использованного ресурса пластичности ψ в зависимости от обжатия.

<table>
<tr><td rowspan="2">Материал</td><td rowspan="2">Обжатие
δ</td><td rowspan="2">Ресурс
ψ</td><td colspan="4">Расчётное значение ресурса пластичности</td></tr>
<tr><td>Расчет по (2.6)</td><td>Δ%</td><td>Расчет по (2.7)</td><td>Δ%</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Дюралюми-ний Д1-Т</td><td>0,135</td><td>0,515</td><td></td><td></td><td>0,313</td><td></td></tr>
<tr><td>0,240</td><td>0,940</td><td></td><td></td><td>0,613</td><td></td></tr>
<tr><td>0,30</td><td>1,273</td><td></td><td></td><td>0,805</td><td></td></tr>
<tr><td>0,37</td><td>1,00
(трещина в центре заготовки)</td><td>1,621</td><td>62</td><td>0,981</td><td>1,6</td></tr>
</table>

При обжатии $\delta = 0,37$ у заготовки травлением поперечного шлифа обнаружена трещина, что подтверждено расчетом ψ по критерию (2.7).

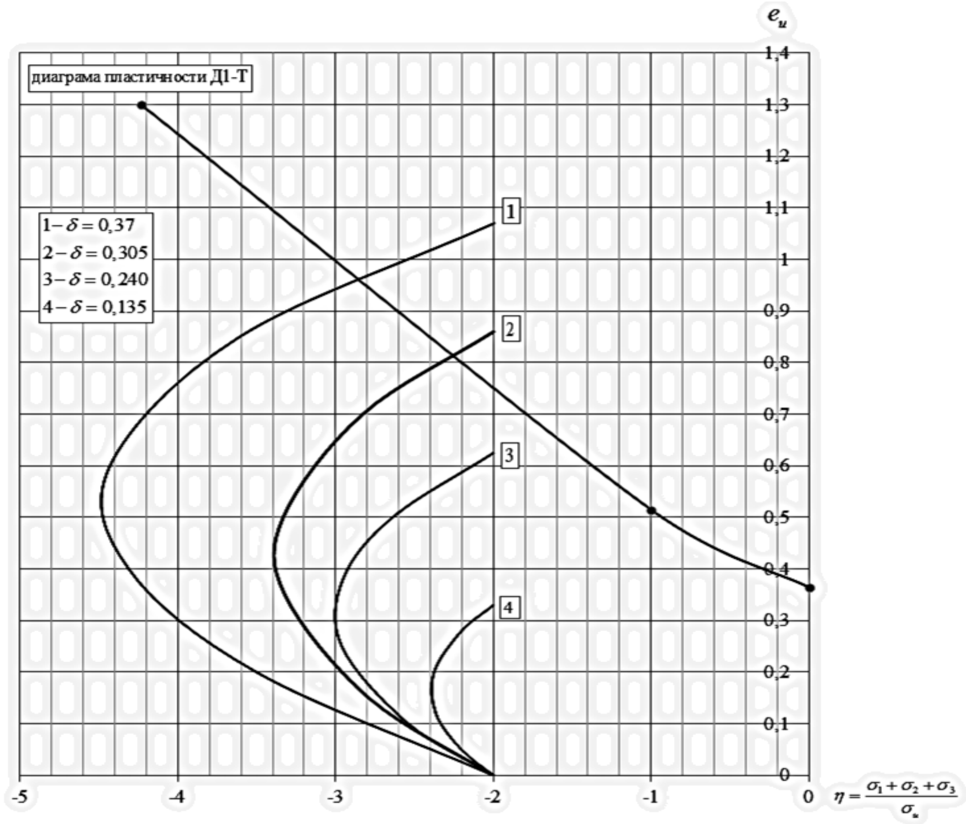


Рис.3.7.Пути деформирования частиц дюралюминия Д1-Т вдоль оси симетрии заготовок при ротационной ковке [55] (1,2,3,4 – пути деформирования при разных обжатиях)

В условиях объёмного напряжённого состояния на пластичность оказывает влияние скорость изменения показателя напряжённого состояния $\frac{d\eta}{de_и}$, а также кривизна пути деформирования $\frac{d^2\eta}{de_и{}^2}$. С увеличением параметра $\frac{d\eta}{de_и}$ пластичность возрастает, по сравнению с диаграммой пластичности, построенной в условиях $\eta = const$, $\chi = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}}{\sigma_и} = const$.

Максимальное значение коэффициента влияния истории деформирования на пластичность достигает при значениях параметра $\frac{d\eta}{de_и}$>2, при этом кривизна пути деформирования достигает $\frac{d^2\eta}{{de_и}^2}$>3 для быстрорежущих сталей и $\frac{d^2\eta}{{de_и}^2}$>2 для стали 45.

При значениях параметра $\frac{d\eta}{de_и}$ близким к нулю ($\eta = const$) целесобразно использовать критерий Г.А. Смирнова-Аляева (2.4) (например, формирование крутоизогнутых отводов, операций – гибка).

При значениях параметра $0,5 \le \frac{d\eta}{de_и} \le 1,75$ можно использовать критерий В.Л. Колмогорова (2.6).Применение критерия (2.6) целесобразно, если кривизна пути деформирования находится в пределах $0,25 \le \frac{d^2\eta}{{de_и}^2} \le 2$.

В случае изменения параметра $\frac{d\eta}{de_и} \ge 2$ наибольшую точность дает критерий В.А. Огородникова (2.7). При этом применение критерия (2.7) целесобразно, если кривизна пути деформирования находится в пределах $\frac{d^2\eta}{{de_и}^2} \ge 3$.

РАЗДЕЛ 4
ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ ЗАГОТОВОК ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОПЕРАЦИЯХ ХОЛОДНОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ

4.1 Технологические процессы холодной объёмной штамповки

Интенсивное развитие технологии выдавливания основано на фундаментальной научной базе, созданной трудами отечественных и зарубежных учёных, работающих в области теории и технологии обработки металлов давлением [1, 11-14, 20, 33, 34, 42, 44-46, 48, 49, 51, 52, 56, 57, 58, 63, 66-68, 85, 88, 91, 92].

Значительный вклад в развитие и становлениетехнологии холодной объёмной штамповки внесли И. С. Алиев, Э. П. Басалаев, Я. Е. Бейгельзимер, К. Н. Богоявленский, А. Л. Воронцов,Р. Гейгер, В. А. Головин, Ю. И. Гуменюк, А. М. Дмитриев, В. И. Дорошко, А. В. Евдокимов, В. В. Евстифеев, В. А. Евстратов, М. З. Ерманок, В. Л. Калюжный, Х. Кудо, Д. П. Кузнецов, В. А. Кроха, К. Ланге, Е. Н. Ланской, А. В. Лясников, А. Н. Митькин,Б. С. Мороз, Г. А. Навроцкий, А. Г. Овчинников, В. А. Огородников, Л. Д. Оленин, В.Г. Паршин,И. Л. Перлин, И. П. Ренне, В. В. Рис, О. А. Розенберг,И. О. Сивак,В. З. Спусканюк, В. И. Стеблюк, Л. Г. Степанский, В. Е. Фаворский, Ю. Ф. Филимонов, Ю. К. Филиппов, П. Д. Чудаков, Л. А. Шофман, С. П. Яковлев и многие другие ученые.

В дальнейшем будем рассматривать технологические процессы холодной объёмной штамповки заготовок, материал которых находится в условиях объёмного напряжённого состояния. Нас будет интересовать механика процессов объёмного формоизменения, позволяющая дать расчётную оценку деформируемости заготовок на различных этапах пластического формоизменения. Расчётная оценка деформируемости металлов, т. е. способности заготовки выдерживать технологическую операцию без разрушения на стадии проектирования технологического процесса, способствует его интенсификации и значительной экономии, связанной с уменьшением брака от разрушения металла. Оценку деформируемости заготовок будем осуществлять с помощью феноменологических критериев разрушения, включающих в подынтегральные функции информацию о пластичности металлов при различных схемах напряжённого состояния (модель материала). Критерии разрушения включают в подынтегральные функции не только модель материала, но и пути деформирования (зависимость накопленной интенсивности деформаций от различных параметров напряжённого состояния) частиц материала в опасных областях деформируемых заготовок. Информация о путях деформирования, позволяет моделировать процессы обработки металлов давлением и оценивать предельное формоизменение материалов с различной реологией. Выбор критериев разрушения, параметров, от которых зависит пластичность, информация о напряжённо-деформированном состоянии очага деформации, рассматриваемых технологических процессов, является задачей дальнейших исследований процессов холодной объёмной штамповки.

4.2 Технологический процесс радиально-прямого выдавливания полых изделий

Процессы точной объёмной штамповки относятся к числу технологий, которые интенсивно развиваются, а область их применения непрерывно расширяется за счет освоения деформирования новых видов изделий и материалов, обеспечения большей экономичности и точности, повышения стабильности технологии и качества штампуемых заготовок.

Полые трубчатые изделия получили широкое распространение в машиностроении. Известные, достаточно распространенные методы их изготовления – сварка труб и механическая обработка резанием, обладают очевидными недостатками. К числу основных относятся расходы металла на стружку и ухудшение качества за счёт сварного шва. Изготовление полых деталей объёмной штамповки способом, сочетающим операции вытяжки, пробивки, протяжки и др. получают детали хорошего качества. К недостаткам этой технологии относят многооперационность и нерациональный расход материала. Технологические процессы выдавливания полых деталей отличаются существенным снижением расхода металла и улучшением эксплуатационных свойств [2, 7, 10].

Исследования, проведенные в работах [2, 10, 47] касаются, главным образом, вопросов анализа и определения энергосиловых параметров процесса радиально-прямого выдавливания полых деталей. Вопросы оценки предельно допустимых параметров процесса с точки зрения деформируемости заготовок на различных этапах деформирования практически не рассмотрены.

Между тем, особенности комбинированного нагружения металла в процессе деформирования, высокий градиент деформаций в опасных областях, ставит задачу оценки деформируемости заготовок в процессе радиально-прямого выдавливания.

На рис. 4.1–4.2, следуя работе [2], показаны способы выдавливания деталей типа втулок с фланцем (рис. 4.1) и способы комбинированного выдавливания полых деталей (рис. 4.2).

На рис. 4.1 показана кинематика течения металла в процессе радиально-прямого выдавливания. Здесь в очаге деформации наблюдается особый механизм разрушения – разрушение за счет неумеренного сдвига, что вызывает необходимость учета указанного фактора при оценке деформируемости.

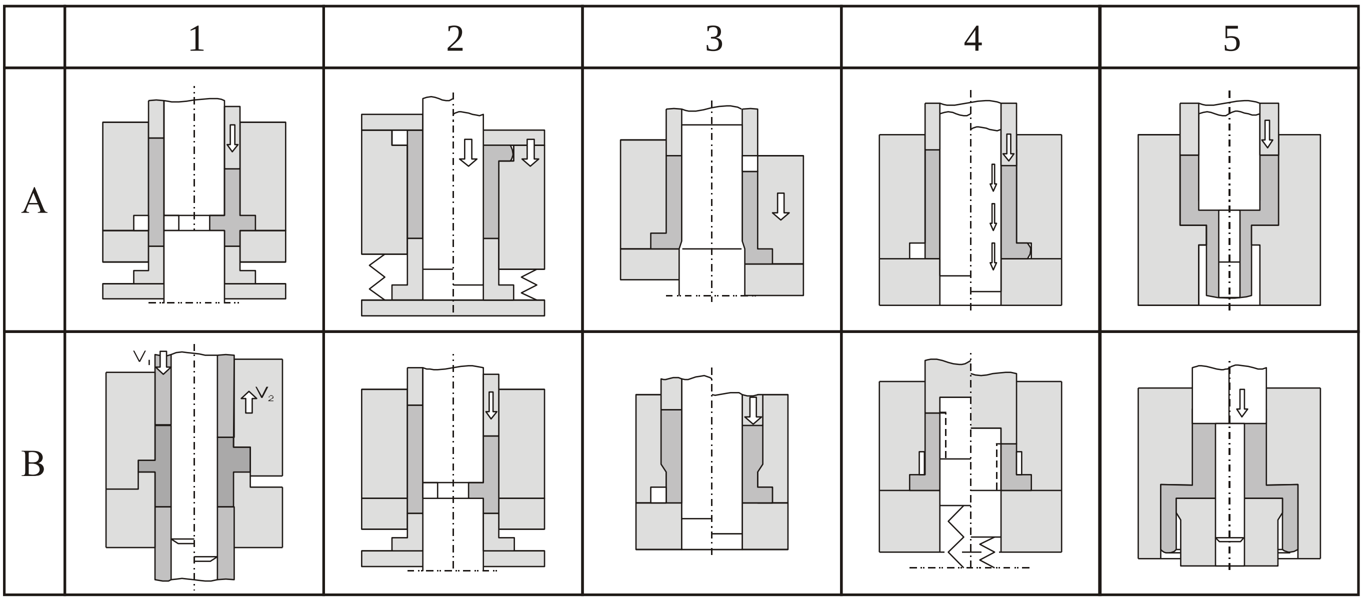


Рис.4.1. Способы выдавливания деталей типа втулок с фланцем

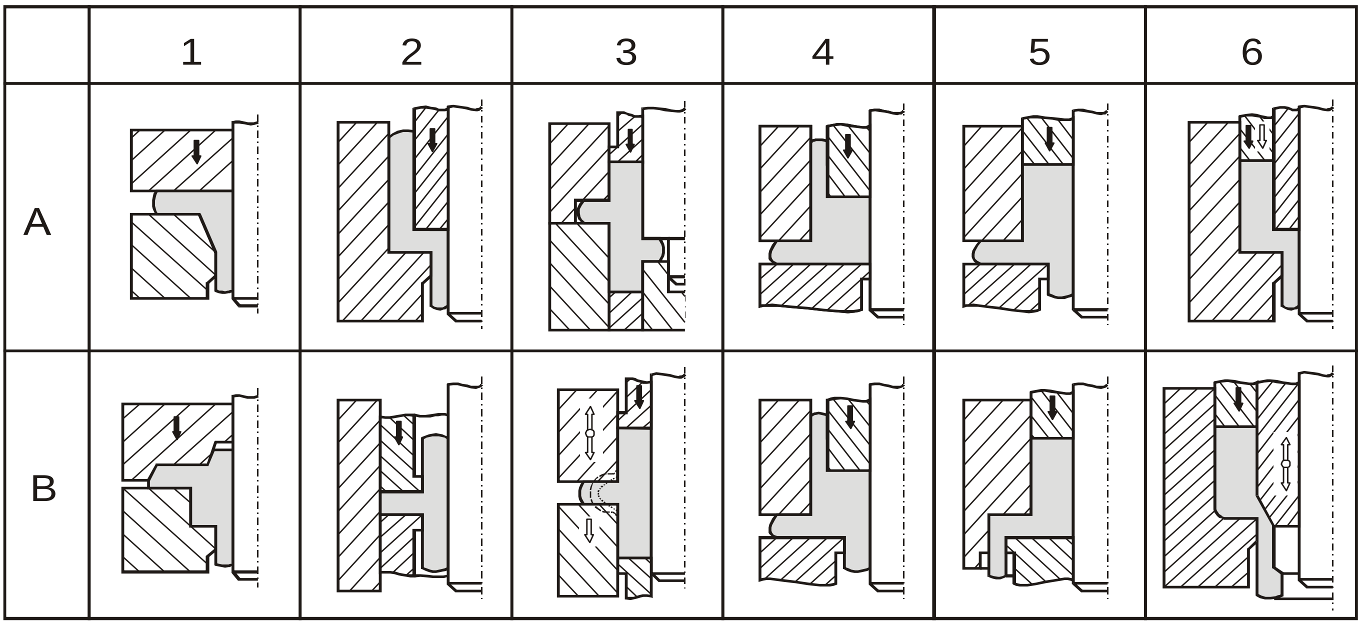


Рис. 4.2. Способы комбинированного выдавливания полых деталей

4.3 Осесимметричное прямое выдавливание

При холодном прямом осесимметричном выдавливании часто технологическим отказом является разрушение металлов. Несмотря на многочисленные экспериментальные и теоретические исследования механики процесса осесимметричного холодного выдавливания информация о напряжённо-деформированном состоянии заготовок, выдавливаемых через матрицы различной геометрии является ограниченной. Это касается, главным образом, информации, представленной в виде зависимости показателей напряженного состояния в очаге деформации от накопленной интенсивности деформации [71]. Возможность оценки ресурса пластичности материала заготовки и прогнозирования параметров предельного формоизменения связана с информацией о путях деформирования $e_u = f(\eta)$ частиц материала в очаге деформации при осесимметричном выдавливании. Для получения информации о путях деформирования частиц материала в опасных областях деформируемых заготовок провели эксперименты по выдавливанию меди М1 через матрицы различной геометрии. Заготовки для выдавливания изготавливали из двух симметричных половин, разделенных по меридиональной плоскости. На полированную поверхность одной из половин составного образца наносили прямоугольную делительную сетку с базой 1-2,5 мм. Составные образцы помещали в контейнер, в котором через различные матрицы производили выдавливание.

Рассмотрено 6 различных профилей матричных воронок: *I* – с углом профиля матрицы 2γ (60^0, 90^0, 120^0, 180^0), *II* – випуклая, уравнение профиля $D_x = D\left[1+\left(\frac{D}{d}-1\right)\frac{x}{x_k}\right]^{-0,5}$, где D = 36 мм, d = 19 мм, x – вертикальная ось, *III* – вогнутая, уравнение профиля разработано впервые $R_x = R_0 \exp\left(-\frac{0,33x}{a}\right)$, где $R_0 = 18$ мм, а = 9 мм, x – вертикальная ось (рис. 4.3).)

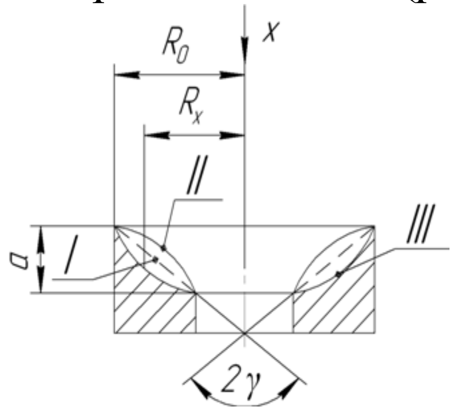


Рис. 4.3. Геометрия матричных воронок

Условия деформирования заготовок приведены в таблице 4.1, где указаны – обжатие $\delta = \frac{D^2 - d^2}{D^2}$ (D – диаметр заготовки, d – диаметр калибрующего сечения матрицы), угол раствора матрицы 2γ, усилие деформирования. Заготовки выдавливали на гидравлическом прессе усилием 5000 кН. В установившейся стадии выдавливания при постоянных усилиях деформирования (табл. 4.1) процесс прекращали, заготовки извлекали из контейнера и разделяли на две части.

Таблица 4.1 – Условия деформирования выдавливаемых заготовок из меди М1

Номер образца	Угол раствора матрицы 2γ, град.	Диаметр сечения контейнера, D, мм	Диаметр калибрующего сечения матрицы d, мм	Степень обжатия δ %	Усилие выдавливания в установившейся стадии P, кН
1	60	36	19	72	720
2	90	36	19	72	980
3	120	36	19	72	1240
4	180	36	19	72	1310
5	Матрица вогнутая	36	19	72	770
6	Матрица выпуклая	36	19	72	830

Напряжённо-деформированное состояние определяли при помощи метода конечных элементов в программе QForm 2D.

При этом нас будет интересовать информация о путях деформирования частиц материала при выдавливании принадлежащих оси симметрии заготовок. Расчёт скоростей деформаций, компонент тензора напряжений, показателя напряжённого состояния производили экспериментально-аналитическим способом, при котором достаточно располагать лишь одним семейством координатной сетки – линиями тока. (рис. 4.4).

В области 1 выполняется гипотеза Хаара-Кармана о равенстве окружного напряжения одному из главных напряжений в меридиальной плоскости, следовательно $\sigma_r = \sigma_\varphi = const$, $\sigma_z = f\left(r\right)$ – является функцией радиуса и не зависит от z.

В цилиндрической системе координат (r, z) (рис. 4.4) криволинейная траектория частиц металла будет описана функцией $R = R\left(z\right)$, которая имеет: для $z \to \infty$ $R=R_0= 1$, для $z \to \infty$ $R = R_1$,где R_0, R_1 – начальный и конечный радиусы заготовки (рис. 4. 5).

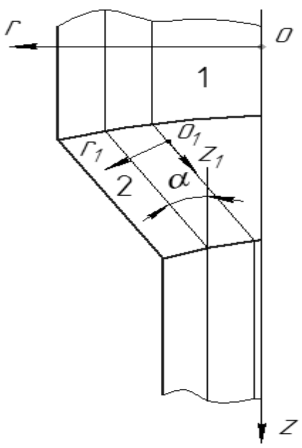


Рис. 4.4. Схема течения частиц металла вдоль линий тока при осесимметричном выдавливании

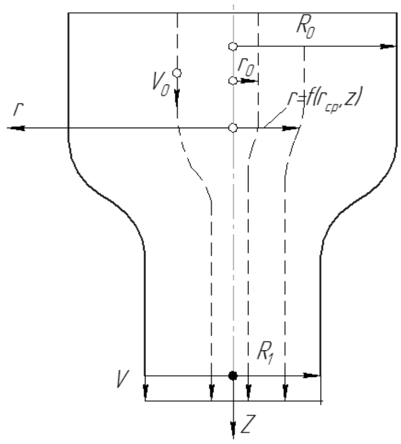


Рис. 4.5. Линии тока при осесимметричном выдавливании

Пусть материал деформируется как несжимаемое жёстко-пластическое тело с трансляционным упрочнением.

Компоненты тензоров скоростей деформаций и конечных деформаций Альманси определим из уравнений аппроксимирующих линий тока в смешанных Эйлеро-Лагранжевых координат [32]

$$r = f\left(\psi, r\right), \tag{4.1}$$

где ψ – функция тока.

Аппроксимации функций тока $\nu_0 = \nu_0\left(z\right)$ и $\nu_i = \nu_i\left(z\right)$ можно представить зависимостями

$$\left.\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{1}{R^2\left(z + c_0\right)} + \alpha_0 \exp\left(-\beta_0\left(z + \gamma_0\right)\right)^2 \\ \nu_i &= \frac{1}{R^2\left(z + c_1\right)} + \alpha_1 \exp\left(-\beta_1\left(z + \gamma_1\right)\right)^2 \end{aligned}\right\}, \tag{4.2}$$

где $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ – характеристики на оси симметрии;

$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ – характеристики на контуре.

В дальнейшем компоненты тензора скоростей деформаций рассчитывают по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \frac{d\nu_r}{dr} \\ \dot{\varepsilon}_\varphi &= \frac{\nu_r}{r} \\ \dot{\varepsilon}_z &= -\dot{\varepsilon}_\varphi - \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\gamma}_{zr} &= \frac{d\nu_r}{dz} + \frac{d\nu_z}{dr} \end{aligned}\right\}, \tag{4.3}$$

где $\nu_r = \nu \sin\alpha; \nu_z = \nu \cos\alpha$.

Интенсивность скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_u = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\varphi\right)^2 + \left(\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_z\right)^2 + \left(\dot{\varepsilon}_\varphi - \dot{\varepsilon}_z\right)^2 + \frac{3}{2}\dot{\gamma}_{zr}^2}. \tag{4.4}$$

Накопленную интенсивность деформаций определим интегрированием поля скоростей деформаций вдоль линий тока:

$$\overline{e}_u = \int_0^{t^*} \dot{\varepsilon}_u d\tau \,. \tag{4.5}$$

Скорости $v_z(\psi, z)$ можно определить по экспериментальным данным. В каждом сечении $z = const$ (рис. 4.5).

$$v_z = \frac{d\psi}{2rdr} = \frac{\Delta\psi}{\Delta r^2} = \frac{r_{0(n+1)}^2 - r_{0n}^2}{r_{n+1}^2 - r_n^2} \tag{4.6}$$

Простейшие выражения для линий тока, которые удовлетворяют на оси симметрии и на контуре ($r = 0; r = R(z)$)

$$f^2(\psi, z) = \psi R^2 + \psi(1-\psi)\Big(F_0 + \psi\big(F_1 - F_0\big)\Big). \tag{4.7}$$

Функции F_0 и F_1 зависят от проекций на ось скоростей движения частиц вдоль оси $v_0(z)$ и контура $v_1(z)$

$$F_0 = \frac{1}{v_0(z)} - R^2(z), F_1 = R^2(z) - \frac{1}{v_1(z)}. \tag{4.8}$$

После подстановки (4.6) в (4.7) и (4.8) получим окончательные формулы для уравнений линий тока, что позволит определить все компоненты тензора скоростей деформаций в установившейся стадии пластического деформирования.

В области 1 (рис. 4.4) полагаем выполнение гипотезы Хаара-Кармана, следовательно, $\sigma_z = \sigma_\varphi = const$, функция $\sigma_z = f(r)$ не зависит от z. Исходя из теории течения

$$\left.\begin{aligned} S_z &= \sigma_z - \sigma = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_z \\ S_r &= \sigma_r - \sigma = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_r \\ \tau_{rz} &= 0 \end{aligned}\right\}. \tag{4.9}$$

Обозначим величину

$$G = \frac{2}{3}\frac{\dot{\varepsilon}_r}{\dot{\varepsilon}_u},$$

тогда с учетом

$$\dot{\varepsilon}_r = \dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{\dot{\varepsilon}_u}{\sqrt{2}}$$

получим

$$\sigma_r - \sigma = G\sigma_u,$$

$$\sigma_z - \sigma = -2G\sigma_u.$$

Окончательно получим

$$\sigma_z = \sigma_r - 3G\sigma_u, \tag{4.10}$$

$$\sigma = \sigma_r - G\sigma_u. \tag{4.11}$$

Радиальное напряжение на контуре определим из интегрального

$$-\left(P - F\right) = 2\pi\int_0^R \sigma_z r dr \tag{4.12}$$

и дифференциального уравнений равновесия

$$\sigma_{r_{i+1}} = \sigma_{r_i} + \int_i^{i+1}\left(\frac{d\tau_{zr}}{dz} + \frac{S_r - S_\varphi}{r}\right)dr\,. \tag{4.13}$$

В уравнении (4.12) F – сила трения, которую можно определить экспериментально. Осевые напряжения вдоль радиуса:

$$\sigma_z = S_z + \sigma_r - S_r = \sigma_{r_i} + S_z - S_r + L, \tag{4.14}$$

где

$$L = \int_i^{i+1}\left(\frac{d\tau_{zr}}{dz} + \frac{S_r - S_\varphi}{r}\right)dr\,.$$

С учетом силы трения

$$-\left(P-F\right)=2\pi\int_0^R \sigma_z - rdr = \pi R^2\sigma_{r_i} + 2\pi\int_0^R \left(S_z - S_r + L\right) rdr, \quad (4.15)$$

где R – радиус контейнера.

Из (4.15) находим

$$\sigma_{r_i} = \frac{-\left(P-F\right) - 2\pi\int_0^R \left(S_z - S_r + L\right) rdr}{\pi R^2}. \quad (4.16)$$

Экспериментально установлено, что в текущей системе координат $z_1 O_1 r$ в области 2 (рис.4.4), связанной с частицей, расположенной на линии тока в точке O_1, соотношения (4.1) и (4.2) сохраняется в том же виде

$$\sigma = \sigma_{r_1} - G\sigma_u, \tau_{r_1 z_1} = 0, \sigma_{z_i} = \sigma_{r_1} - 3G\sigma_u. \quad (4.17)$$

Здесь σ_r и σ_u являются функциями координат r и z. Перейдем от текущей системы координат к исходной

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{r_1}\cos^2\alpha + \sigma_{z_1}\sin^2\alpha \\ \sigma_z &= \sigma_{r_1}\sin^2\alpha + \sigma_{z_1}\cos^2\alpha \\ \tau_{r_1 z_1} &= \frac{\sigma_{z_1} - \sigma_{r_1}}{2}\sin^2\alpha \end{aligned}\right\}. \quad (4.18)$$

Воспользуемся соотношениями (4.17) и выразим компоненты тензора напряжений $\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}$ через радиальную компоненту тензора напряжений – σ_{r_1}. тогда

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{r_1} - 3G\sigma_u\sin^2\alpha \\ \sigma_\varphi &= \sigma_{r_1} \\ \sigma_z &= \sigma_{z_1} - 3G\sigma_\varphi\cos \\ \tau_{rz} &= -\frac{3G\sigma_u}{2}\sin^2\alpha \end{aligned}\right\}. \quad (4.19)$$

Подставив соотношения (4.19) в дифференциальное уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_z}{dz}+\frac{d\tau_{zr}}{dz}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}=0 \tag{4.20}$$

получим уравнение, в котором неизвестным является только σ_{r_1}:

$$\frac{d\sigma_{r_1}}{dr}+F\left(r,z\right)=0, \tag{4.21}$$

где

$$F\left(r,z\right)=\frac{d\tau_{rz}}{dz}tg\alpha+\tau_{rz}\frac{dtg\alpha}{dr}+\frac{d\tau_{rz}}{dr}+\frac{\tau_{rz}}{r}tg\alpha. \tag{4.22}$$

В соотношении (4.22) τ_{rz},α – известные функции координат. Интегрируя дифференциальное уравнение (4.21), получим

$$\sigma_{r_1}=\sigma_{r_0}-\int_0^r F\left(x_1 z_1\right)dx, \tag{4.23}$$

где σ_{r_0} – радиальное напряжение на оси симметрии.

Для расчёта всех остальных компонент тензора напряжений на оси симметрии используем второе дифференциальное уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_z}{dz}+2\frac{\tau_{rz}}{dr}=0. \tag{4.24}$$

Функция τ_{rz} известна, значение $\sigma_z=\bar{\sigma}_z$ при z = 0, определяем компоненты $\sigma_r=\sigma_\varphi$ и σ_z вдоль оси симметрии, а с помощью соотношений (4.19) и (4.23) – во всей пластической области.

На рис. 4.6 показаны пути деформирования, рассчитанные нами по указанной методике, полученные при выдавливании заготовок из модельного материала (меди М1) через матрицы различной геометрии.

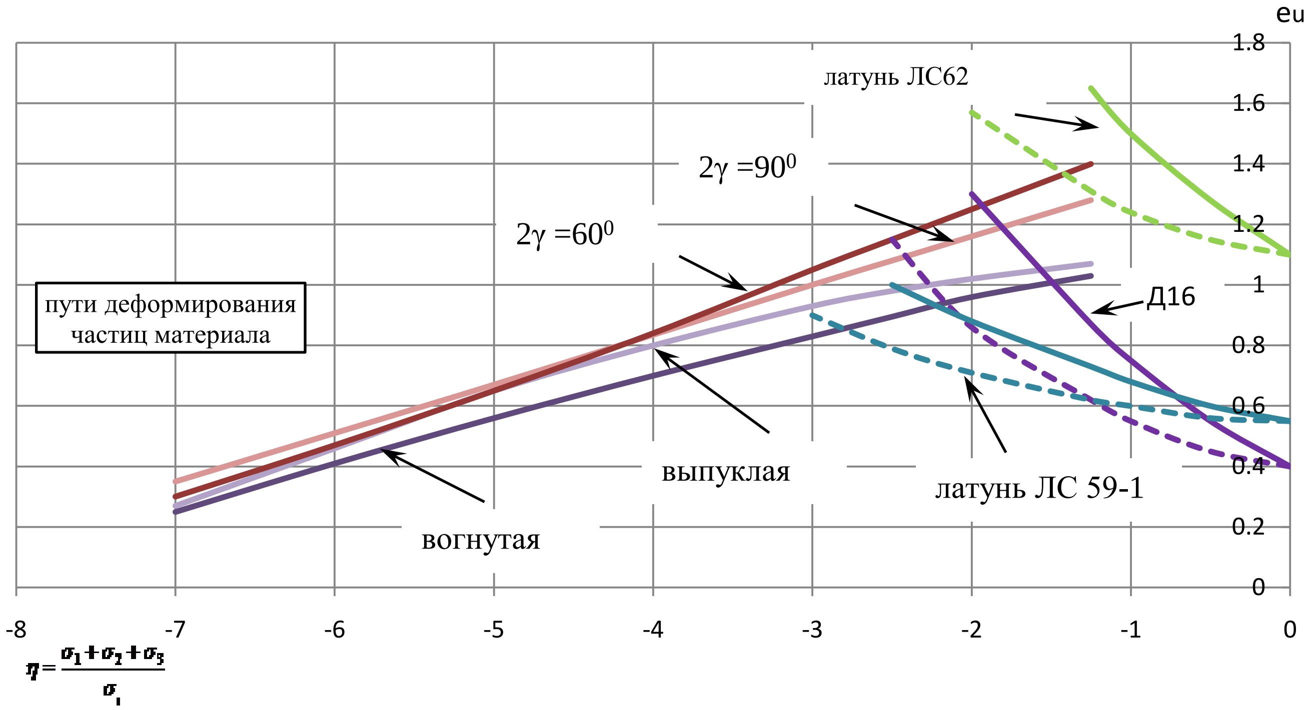
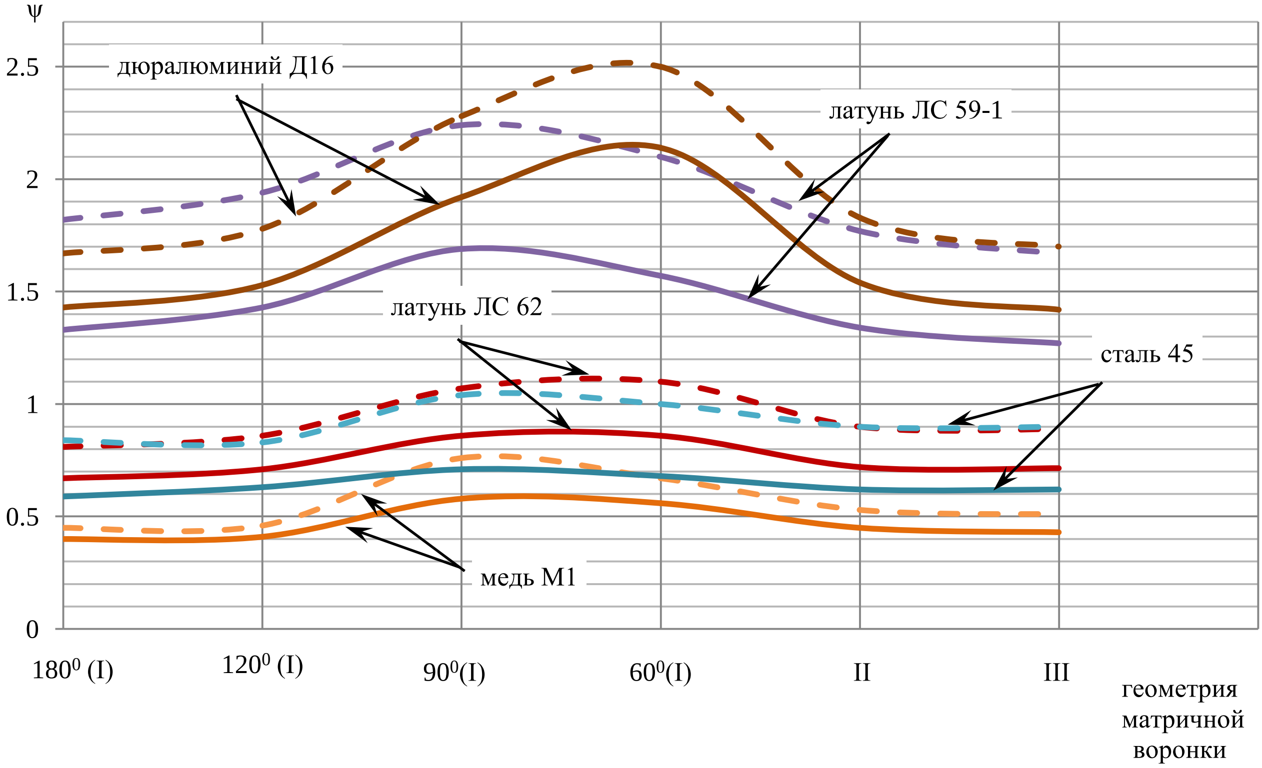


Рис. 4.6. Пути деформирования частиц материала заготовки из модельного материала (меди М1) вдоль оси симметрии матриц различной геометрии в координатах $e_u = e_u(\eta)$

С помощью критерия (2.8), учитывающего влияние третьего инварианта тензора напряжений рассчитывали ресурс пластичности заготовок, выдавливаемых через матрицы различной геометрии. При этом на основе гипотез о кинематическом подобии и подобии путей деформирования предположили, что представленные на рис. 4.6 пути деформирования не зависят от свойств материалов. На рис. 4.6 представлены также диаграммы пластичности цветных металлов, построенные с учетом и без учета третьего инварианта тензора напряжений (---- $I_3(T_\sigma)\neq 0$, ▬ $I_3(T_\sigma)=0$).

Привлекая экспериментальные данные о диаграммах пластичности таких материалов как латунь Л62, дюралюминий Д16, латунь ЛС 59-1 рассчитан ресурс пластичности для заготовок из указанных материалов с учетом и без учета третьего инварианта тензора напряжений.

На рис 4.7 представлена зависимость ресурса пластичности, рассчитанного для матриц различной геометрии при выдавливании заготовок из цветных металлов.



---- $I_3(T_\sigma) \neq 0$, ▬ $I_3(T_\sigma) = 0$

Рис. 4.7. Ресурс пластичности, рассчитанный для матриц различной геометрии при осесимметричном выдавливании заготовок

Из рис. 4.7 следует, что неучет третьего инварианта тензора напряжений приводит к ошибке от от 16% до 32%. При этом неучет третьего инварианта занижает ресурс пластичности (табл. 4.2). Анализируя полученные результаты расчета зависимости ресурса пластичности от геометрии матрицы (рис. 4.7) можно сделать вывод, что сигмоидальная матрица вогнутого профиля, предложенная в данной работе, обеспечивает минимальный ресурс пластичности при меньшем усилии деформирования.

Отметим также, что проведенные исследования материалов Д16 и латуни ЛС59-1 показали, что эти материалы непригодны для выдавливания в этих условиях.

Таблица 4.2 – Результаты расчета ресурса пластичности без учета (Ψ_1) и с учетом (Ψ_2) влияния третьего инварианта тензора напряжений

Мате-риал	Геометия матрицы	$\varepsilon_u(\eta)$	η	ω	m	Ψ_1,	Ψ_2,	δ,%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Медь	$2\gamma = 180^0$	1,0	-1	1,0	0,362	0,4	0,45	12
Медь	$2\gamma = 120^0$	1,07	-1	1,0	0,381	0,41	0,46	12
Медь	$2\gamma = 90^0$	1,23	-1,2	1,13	0,443	0,58	0,76	24
Медь	$2\gamma = 60^0$	1,34	-1,5	1,15	0,471	0,56	0,67	16
Медь	Выпуклая	1,072	-1,15	1,1	0,42	0,45	0,53	15
Медь	Вогнутая	1,027	-1,15	1,1	0,36	0,435	0,51	15,3
Д-16	$2\gamma = 180^0$	1,0	-1	1,0	0,36	1,33	1,82	27
Д-16	$2\gamma = 120^0$	1,07	-1	1,0	0,383	1,43	1,94	26,5
Д-16	$2\gamma = 90^0$	1,23	-1,2	1,17	0,44	1,69	2,24	24
Д-16	$2\gamma = 60^0$	1,34	-1,5	1,18	0,475	1,57	2,1	25
Д-16	Выпуклая	1,072	-1,15	1,07	0,43	1,34	1,77	24
Д-16	Вогнутая	1,027	-1,15	1,025	0,356	1,27	1,67	24
ЛС-59-1	$2\gamma = 180^0$	1,0	-1	1,0	0,358	1,43	1,67	14
ЛС-59-1	$2\gamma = 120^0$	1,07	-1	1,0	0,386	1,53	1,78	14,2
ЛС-59-1	$2\gamma = 90^0$	1,23	-1,2	1,17	0,438	1,92	2,28	16
ЛС-59-1	$2\gamma = 60^0$	1,34	-1,5	1,18	0,467	2,14	2,5	14
ЛС-59-1	Выпуклая	1,072	-1,15	1,08	0,425	1,54	1,83	16
ЛС-59-1	Вогнутая	1,027	-1,15	1,04	0,356	1,42	1,7	16
ЛС-62	$2\gamma = 180^0$	1,0	-1	1,0	0,365	0,67	0,81	17
ЛС-62	$2\gamma = 120^0$	1,07	-1	1,0	0,384	0,713	0,863	17,4
ЛС-62	$2\gamma = 90^0$	1,23	-1,2	1,12	0,447	0,86	1,07	20
ЛС-62	$2\gamma = 60^0$	1,34	-1,5	1,122	0,475	0,86	1,1	22
ЛС-62	Выпуклая	1,072	-1,15	1,07	0,423	0,725	0,9	19,4
ЛС-62	Вогнутая	1,027	-1,15	1,01	0,364	0,715	0,89	19,7
Сталь 45	$2\gamma = 180^0$	1,0	-1	1,0	0,357	0,588	0,838	30

продолжение таблицы 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сталь 45	$2\gamma = 120^0$	1,07	-1	1,0	0,375	0,63	0,83	24
Сталь 45	$2\gamma = 90^0$	1,23	-1,2	1,12	0,435	0,706	1,04	32
Сталь 45	$2\gamma = 60^0$	1,34	-1,5	1,125	0,467	0,68	1,0	32
Сталь 45	Выпуклая	1,072	-1,15	1,07	0,424	0,616	0,9	31,5
Сталь 45	Вогнутая	1,027	-1,15	1,012	0,362	0,617	0,89	31,8

4.4 Комбинированное радиально-прямое выдавливание

Как уже было отмечено, наиболее перспективными способами обработки давлением заготовок являются процессы холодной штамповки, сочетающие осесимметричное прямое и обратное выдавливание, поперечное выдавливание и др. Однако комбинированные способы обработки давлением сложно профилированных заготовок малоэффективны при изготовлении полых деталей. Одним из высокоэффективных способов получения полых деталей с переменной толщиной стенки является холодное радиально-прямое выдавливание на плавающей оправке [6, 7, 8, 9]. Этим способом можно получать полые детали разнообразной формы (рис. 4.2).

В работах [3, 9] рассмотрены указанные выше процессы комбинированного выдавливания, однако в этих работах основное внимание уделено энергосиловым и кинематическим параметрам процесса, что позволяет определить форму и размеры очага деформации, выявить зоны с интенсивной степенью деформации и дать практические рекомендации получения деталей с наименьшей неоднородностью механических свойств по поперечному сечению деталей.

Вопросы деформируемости заготовок при радиально-прямом выдавливании, оценка предельного формоизменения отражены в работе [4], однако результаты расчёта ресурса пластичности в этой работе получены лишь качественно, при этом показатель напряжённого состояния ограничен областью $-2 \leq \eta \leq 1$, хотя этот диапазон может находиться в пределах $-10 \leq \eta \leq 2$. Кроме того, в рассматриваемых процессах, нагружение частиц материала в опасных зонах деформируемых заготовок является немонотонным и привлечение в расчетах ресурса пластичности скалярных и интегральных критериев деформируемости не дает удовлетворительной сходимости результатов расчёта и эксперимента.

4. 4. 1 Напряжённо-деформированное состояние при комбинированном выдавливании

Для решения задачи оценки ресурса пластичности в рассматриваемых процессах радиально-прямого выдавливания необходимо располагать информацией о напряжённо-деформированном состоянии в различных зонах очага деформации при комбинированном радиально-прямом выдавливании, а также диаграммами пластичности металлов подверженных комбинированному выдавливанию.

Схема процесса радиально-прямого выдавливания показана на рис. 4.8, где 1 – контейнер, 2 – нижняя часть матрицы, 3 – шайба, 4 – верхняя часть матрицы, 5 – оправка, 6 – пуансон.

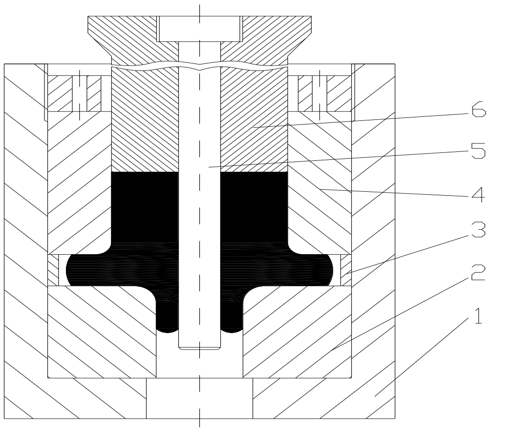
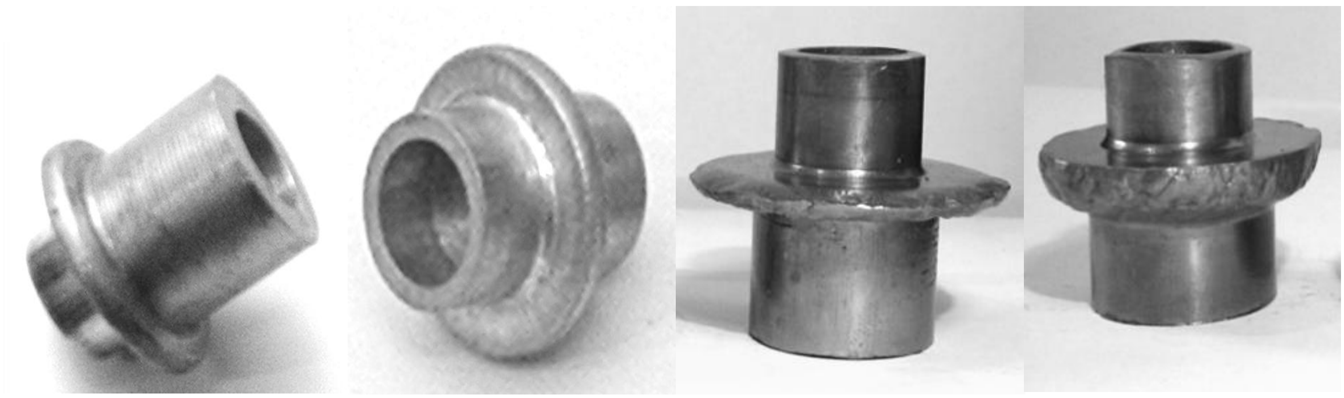
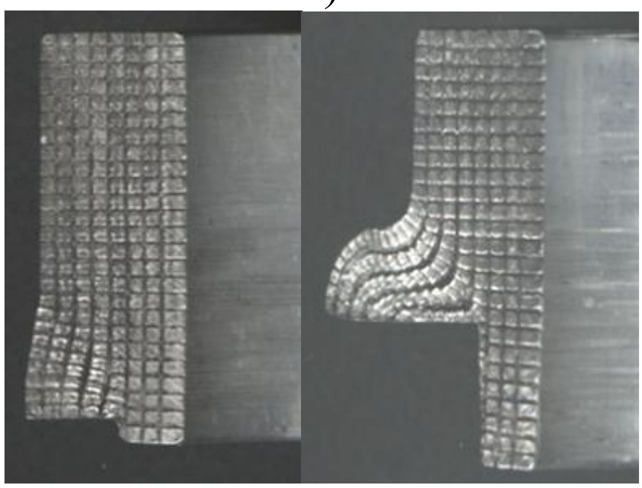


Рис. 4.8. Схема процесса комбинированного выдавливания

На рис. 4.9 показаны детали, изготовленные по упомянутой технологии. Заготовки выдавливались из алюминиевого сплава АД31, который при последующем моделировании примем за модельный. Напряженно-деформированное состояние определяли методом конечных элементов с помощью программы QForm 2D.



а)



б)

Рис. 4.9. Пустотелые детали, полученные комбинированным радиально-прямым выдавливанием (а) и картины искажения делительной сетки (б)

На рис. 4.10 отмечены очаги деформации. Расчёт вели для пяти точек (1-5), наиболее опасных с точки зрения исчерпания ресурса пластичности (рис. 4.9) на шести этапах деформирования (рис. 4.12).

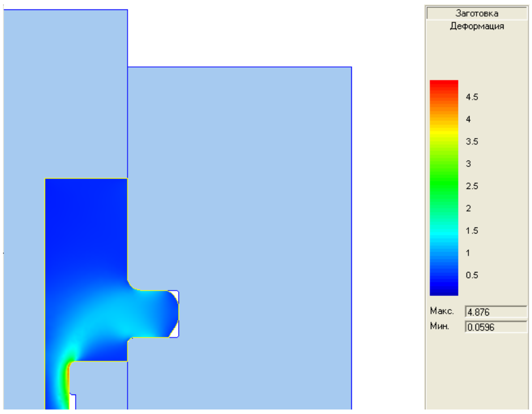


Рис. 4.10. Очаги деформации в заготовке при радиально-прямом выдавливании

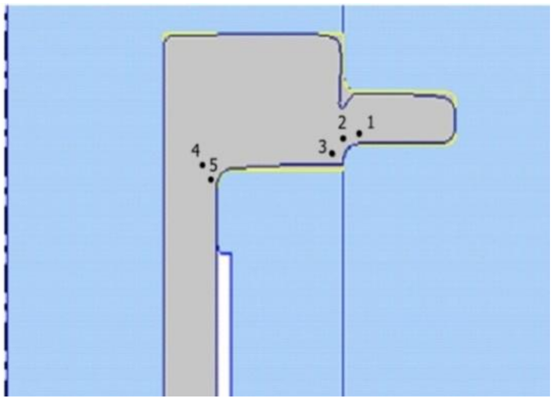


Рис. 4.11. Точки в очаге деформации заготовки при радиально-прямом выдавливании

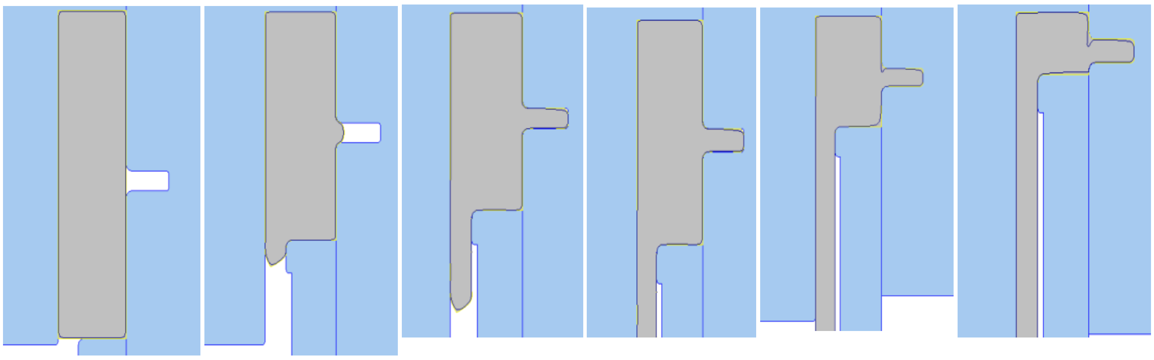


Рис. 4.12. Этапы деформирования заготовки при радиально-прямом выдавливании

Для указанных точек (материальных частиц) рассчитаны компоненты тензора главных напряжений, интенсивность напряжений, гидростатическое давление, показатель напряжённого состояния η и накопленная интенсивность деформаций.Результаты расчёта приведены в таблице 4.3. Как следует из результатов расчёта, показатель η изменяется в значительных пределах $-10 \le \eta \le 2$, а накопленная интенсивность деформаций достигает значения ε_u=3. Также существенное изменение показателя напряжённого состояния η с ростом накопленной интенсивности деформаций отражает значительное влияние истории деформирования на накопление повреждений и их залечивание.

Таблица 4.3 – Результаты расчёта напряжённо-деформированного состояния в очаге деформации при радиально-прямом выдавливании заготовок из натурного материала

Номер точки	Номер этапа	Показатель напряжённого состояния $\eta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}$	Накопленная интенсивность деформаций ε_u	Интенсивность напряжений σ_u, МПа	Гидростатическое давление σ_0, МПа
1	2	3	4	5	6
1	I	-	-	-	-
2		-	-	-	-
3		-	-	-	-
4		2	-	13,6	28
5		1	-	13,6	14
1	II	-0,607	0,1	362	-220
2		-2,73	0,3	260	-710
3		-4,17	0,25	175	-730
4		-1,55	0,4	252	-390
5		-0,116	0,8	259	-30
1	III	-3,417	0,2	278	-950
2		-6,22	0,6	185	-1150
3		-7,78	0,4	180	-1400
4		-2,46	1,0	142	-350
5		+2,01	1,7	149	+350

продолжение таблицы 4.3

1	2	3	4	5	6
1	IV	-9,86	1,7	147	-1450
2		-8.43	1,5	178	-1500
3		-7,73	1,0	194	-1500
4		-2.35	3,0	149	-350
5		+3,07	5,0	132	405
1	V	-6,416	1,7	279	-1790
2		-7,97	1,5	212	-1690
3		-10,54	1,0	147	-1550
4		-3,54	2,5	113	-400
5		+2,95	3,0	61	+180
1	VI	-9,06	1,7	149	-1350
2		-8,66	1,5	179	-1550
3		-8,94	1,0	179	-1600
4		-5,74	2,5	61	-350
5		+1,35	2,5	133	+180

В процессе радиально-прямого выдавливания (совмещенного по времени и очагу деформации) на границах раздела течения возникают значительные сдвиговые деформации, вызывающие при определенных условиях разрушение путем среза. Отмеченные нами на рис. 4.11 точками 1, 2, 3, 4, 5 частицы металла на различных этапах деформирования (2, 3, 4, 5, 6) (рис.4.12) образуют пути деформирования координатах $e_u = f(\eta)$ (рис. 4.13).

В дальнейшем опираясь на результаты работы [70] исследование механики процесса будем проводить на алюминиевом сплаве АД 31, принятом за модельный материал.

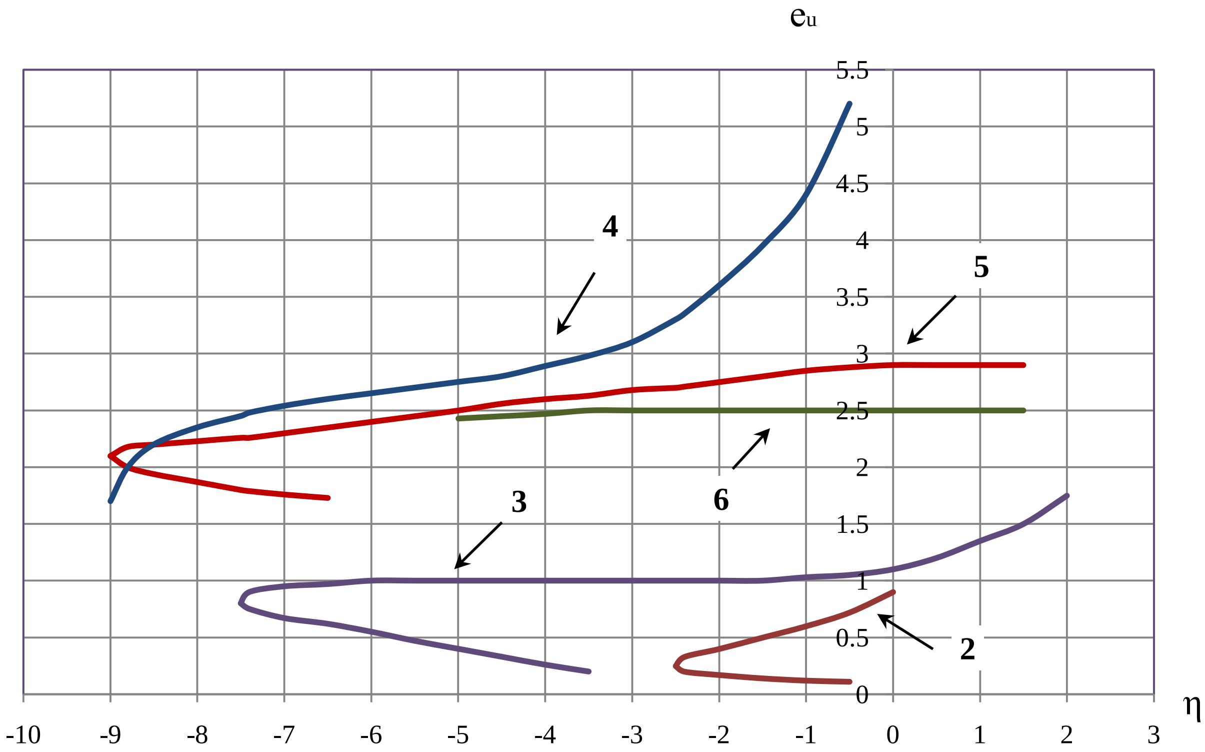


Рис. 4.13. Пути деформирования частиц материала в опасной области очага деформации, полученные для алюминиевого сплава АД31, в координатах $e_u = f(\eta)$

4. 4. 2 Моделирование процесса комбинированного выдавливания для оценки деформируемости заготовок из различных материалов

Нас будет интересовать возможность оценки деформируемости заготовок из различных материалов в рассматриваемом процессе комбинированного радиально-прямого выдавливания. Опираясь на метод моделирования процессов холодной объёмной штамповки, изложенный в параграфе 2.6, а также на результаты работы [70] рассчитывали ресурс пластичности для заготовок из различных материалов (стали ШХ15, сталей 35, 40Х, 20) и цветных металлов (латуней ЛС 59-1, ЛС-62, дюралюминия Д1). Диаграммы пластичности перечисленных материалов (табл. 1.1) построены испытанием на растяжение, сжатие, кручение и аппроксимированы уравнением (1.76)

$$\varepsilon_p(\eta) = \varepsilon_p(\eta = 0)\exp(-\lambda_i \eta),$$

где $\lambda_1 = \ln\dfrac{\varepsilon_p(\eta = 0)}{\varepsilon_p(\eta = 1)}$ – коэффициент чувствительности пластичности к изменению схемы напряжённого состояния. Аппроксимация распространяется на интервал изменения $0 \le \eta \le 2$. На интервал изменения $-10 \le \eta \le 0$ распространяется аппроксимация (1.76), в которой $\lambda_2 = \ln\dfrac{\varepsilon_p(\eta = -1)}{\varepsilon_p(\eta = 0)}$.

Ресурс пластичности для точек 1–5 очага деформации (рис. 4.11) рассчитывали по критериям (2.4), (2.6), (2.7) в MathCAD. При этом для стали 20 ресурс пластичности рассчитан также по критерию (2.8), учитывающему влияние третьего инварианта тензора напряжении на пластичность. Результаты расчёта приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Результаты расчёта ресурса пластичности

Название материала	Номер точки	Расчёт по критерию (2.4)	Расчёт по критерию (2.6)	Расчёт по критерию (2.7)
1	2	3	4	5
Сталь 40Х	1	1,397	0,543	0,619
	2	13,6	1,644	3,472
	3	12,57	1,792	2,915
	4	22,393	0,895	2,307
	5	12,797	0,009464	0,021
Сталь 35	1	1,622	0,554	0,643
	2	2,856	0,915	1,511
	3	11,239	1,848	3,065
	4	5,129	0,522	1,071
	5	4,723	0,00676	0,013

продолжение таблицы 4.4

1	2	3	4	5
Сталь ШХ-15	1	1,325	0,48	0,544
	2	22,1	2,067	4,935
	3	13,18	1,658	2,696
	4	35,446	1,102	3,195
	5	17,534	0,009877	0,024
ЛС59-1	1	1,426	1,202	1,376
	2	5,844	2,242	3,351
	3	10,098	4,496	6,926
	4	9,989	2,347	3,432
	5	7,015	1,099	1,21
ЛС62	1	0,73	0,515	0,553
	2	8,815	1,236	2,075
	3	6,298	1,586	2,234
	4	14,292	0,814	1,485
	5	7,503	0,122	0,119
Дюралюминий Д-1	1	1,947	1,555	1,847
	2	7,556	2,745	4,455
	3	13,745	5,3	8,751
	4	12,955	2,534	4,134
	5	9,253	0,944	1,046
Сталь 20 $I_3(T_\sigma)=0$	1	1,185	0,51	0,572
	2	4,08	0,909	1,477
	3	8,85	1,581	2,462
	4	7,07	0,512	1,018
	5	5,351	0,0073	0,012
Сталь 20 $I_3(T_\sigma)\neq 0$	1	1,233	0,758	0,853
	2	2,881	1,074	1,583
	3	8,242	2,196	3,411
	4	8,242	2,196	3,411
	5	4,208	0,061	0,061

4. 4. 3 Оценка деформируемости заготовок из различных материалов по критериям деформируемости

Анализируя результаты расчёта ресурса пластичности с помощью скалярного критерия деформируемости Г.А. Смирнова-Аляева (2.4), интегральных критериев В.Л. Колмогорова (2.6), критерия Деля-Огородникова (2.7), можно сделать следующие выводы:

1. Различие результатов расчёта по критериям (2.6) и (2.7) лежит в пределах от 10 до 40%. Заготовки из стали 20 при комбинированном выдавливании в окрестности частиц точки 4 и 5 (рис. 4.11) разрушились, что и подтвердил расчёт. При этом критерий (2.7) более точно предсказывает разрушение. В таблице приведены также результаты расчёта ресурса пластичности по критерию, учитывающем влияние третьего инварианта тензора напряжений. Для всех рассматриваемых частиц (точки 2, 3, 4 и 5 на рис. 4.11) ресурс пластичности рассчитанный с помощью критерия (2.8), оказывается выше по сравнению с величиной ресурса пластичности, рассчитанного без учета третьего инварианта тензора напряжений. Это расхождение находится в пределах от 7 до 40%.

Отметим также, что для рассматриваемой операции комбинированного выдавливания, в очаге деформации частицы материала деформируемых заготовок подвергнуты сложному немонотонному деформированию, в связи с этим расчёт ресурса пластичности по критерию Г.А. Смирнова-Аляева (как наиболее простому из рассматриваемых критериев) дает результаты далекие от фактических.

4. 4. 4 Тензорный подход к оценке ресурса пластичности

В рассматриваемой технологической операции комбинированного выдавливания, как уже упоминалось выше, наблюдается существенное изменение показателя напряжённого состояния η. На рис. 4.13 показаны пути деформирования частиц материала в очаге деформации заготовки, подвергнутой радиально-прямому выдавливанию. Показатель напряжённого состояния как следует из рис. 4.13 изменяется в диапазоне $-9 \le \eta \le 2$, накопленная интенсивность деформации достигает значения ε_u=3. Для таких случаев изменения скорости накопления повреждений или их залечивания, предельные деформации можно рассчитывать с помощью критерия (2.8), однако величины производных для траектории по терминологии А.А. Ильюшина средней и большой кривизны (траектории с изломами) столь велики, что для оценки ресурса пластичности необходимо привлечь тензорные критерии. В параграфе 1.4.2. показано, что в процессах, сопровождающихся сложным немонотонным деформированием, наблюдается анизотропия свойств. Например, образцы, вырезанные из пластически деформированной заготовки, подвергнутой сложному деформированию, обнаруживают различные деформации разрушения, что подтверждает факт направленного характера разрушения. Повреждения, накапливаемые в процессах сложного немонотонного деформирования, имеют направленный характер, следовательно, не являются скаляром и могут быть описаны тензором второго ранга. Рассмотрим разработанную нами применительно к операции комбинированного радиально-прямого выдавливания модель описания процесса накопления либо залечивания повреждений в условиях сложного немонотонного нагружения, основой которой является работа [41]. В этой же работе для оценки пластичности металлов при немонотонном нагружении предложено ввести тензор повреждений, компоненты которого определены в следующем виде

$$\varphi_{ij} = \int_0^{e_u} F\left(e_u^*, \eta_1, \eta_2\right) \beta_{ij} de_u^*, \tag{4.25}$$

где

$$\eta_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u},$$

$$\eta_2 = \chi = \frac{\sqrt[3]{S_1 S_2 S_3}}{\sigma_u}$$

либо параметр Надаи-Лоде

$$\mu_\sigma = \frac{2S_2 - S_1 - S_3}{S_1 - S_3}, \tag{4.26}$$

где S_1, S_2, S_3 – главные компоненты девиатора напряжений.

Компоненты направляющего тензора определим с помощью физических соотношений теории пластического течения

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u}, \tag{4.27}$$

где

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{de_u}{\sigma u} S_{ij} \tag{4.28}$$

или

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij}}{\sigma_u}. \tag{4.29}$$

В соотношении (4.28), (4.29) S_{ij} – компоненты тензора девиатора напряжений. Представим тензор σ_{ij}в виде

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \sigma\delta_{ij}, \tag{4.30}$$

где $\sigma = \frac{\sigma_{ij}\delta_{ij}}{3}$ – среднее напряжение. Учитывая, что $S_1 + S_2 + S_3 = 0$

$$2\sigma_u^2 = \left(S_1 - S_2\right)^2 + \left(S_2 - S_3\right)^2 + \left(S_3 - S_1\right)^2. \tag{4.31}$$

Решая совместно (4.31) и (4.26) совместно получим

$$\frac{S_1}{\sigma_u} = \pm\frac{\mu_\sigma - 3}{3\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}; \frac{S_2}{\sigma_u} = \pm\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}; \frac{S_3}{\sigma_u} = \pm\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{4.32}$$

Из (4.27) и (4.32) можно найти главные компоненты тензора β_{ij}

$$\beta_1 = \pm\frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}; \beta_2 = \pm\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{6}\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}; \beta_3 = \pm\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{6}\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{4.33}$$

Разрушение при немонотонном нагружении наступает в случае достижения некоторой функции инвариантов тензора ψ_{ij} определенного значения. Первый инвариант этого тензора равен нулю, т.к. для несжимаемого материала $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$. Если не учитывать влияние третьего инварианта, условие разрушения имеет вид

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 \le 1. \tag{4.34}$$

Вид функции $F\left(e_u^*, \eta_1, \eta_2\right)$, которая входит в критерий (4.25), определим следующим образом. При простом нагружении, $\beta_{ij}, \eta_1, \eta_2$ остаются постоянными, тогда

$$\psi_{ij} = \beta_{ij} \int_0^{e_u^*} F\left(e_u, \eta_1, \eta_2\right) de_u = \beta_{ij} \varphi\left(e_u, \eta_1, \eta_2\right), \tag{4.35}$$

где

$$\varphi\left(e_u, \eta_1, \eta_2\right) = \int_0^{e_u^*} F\left(e_u, \eta_1, \eta_2\right) de_u. \tag{4.36}$$

Из (4.33) с учетом соотношения $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$ следует, что при разрушении, если $e_u = e_p$, $\varphi\left(e_u, \eta_1, \eta_2\right) = 1$. Кроме того

$$\varphi\left(0, \eta_1, \eta_2\right) = 0. \tag{4.37}$$

В работе [41] принято

$$\varphi = \left(1 - a\right) \frac{e_u}{e_p\left(\eta_1, \eta_2\right)} + a \frac{e_u^2}{e_p^2}, \tag{4.38}$$

где $e_p\left(\eta_1, \eta_2\right)$ – поверхность предельных деформаций, a – постоянная величина, зависящая от характеристик материала. Для материалов, приведенных в работе [69] (сталь 45, сталь Р6М5, сталь 9Х, сталь 30) коэффициент a = 0,5.

Окончательно, критерий (4.35) имеет вид (с учетом (4.36), (4.38))

$$\psi_1 = \int_0^{e_u} \left(1 - a + 2a \frac{e_u}{e_p\left(\eta_1, \eta_2\right)}\right) \beta_1 \frac{de_u}{e_p\left(\eta_1, \eta_2\right)}. \tag{4.39}$$

Аналогичные выражения можно получить для ψ_2, ψ_3, входящие в условие разрушения (4.34).

Следуя работе [70], будем считать пути деформирования частиц материала 1, 2, 3, 4, 5 (рис. 4.11) в координатах $e_u = f(\chi)$, $e_u = f(\mu_\sigma)$, $e_u = f(\eta)$ не зависящими от свойств материала (гипотеза о кинематическом и силовом подобии). Таким образом, появляется возможность оценить ресурс пластичности для материалов диаграмма пластичности которых известна. Расчет по тензорному критерию (4.25) провели для плоской и объемной диаграммы пластичности. В таблице 4.5 приведены результаты расчёта ресурса пластичности по критериям (2.6), (2.7), (4.25).

Таблица 4.5 – Результаты расчёта ресурса пластичности по различным критериям при комбинированном выдавливании для опасных точек очага деформации.

№	Материал	Ψ			
		Расчёт по тензорному критерию (4.25) $I_3(T_\sigma)=0$	Расчёт по тензорному критерию (4.25) $I_3(T_\sigma)\neq 0$	Расчёт по интеграль-ному критерию (2.7)	Расчёт по интеграль-ному критерию (2.6)
1	2	3	4	5	6
1	Сталь 20	0,28	0,784	2,46	1,581
2	Латунь ЛС59-1	5,2	6,84	6,93	4,5
3	Дюралюминий Д-16	0,717	1,98	4,134	2,5
4	Латунь ЛС-62	0,88	0,58	1,485	0,814

продолжение таблицы 4.5

1	2	3	4	5	6
5	Сталь 40Х	-	-	2,31	0,895
6	Сталь 35	-	-	3,06	1,85
7	Сталь ШХ15	-	-	2,7	1,66
8	Алюминий АД 31	0,9	0,62	4,5	1,45

Из таблицы следует, что исходя из результатов расчёта ресурса пластичности с помощью тензорных критериев (4.25) сталь 20 и латунь ЛС62 выдерживают технологическую операцию комбинированного выдавливания заготовок на неподвижной оправке без разрушения.

В работе [83] кривизну траектории нагружения в пространстве $e_u\left(\eta, \mu_\sigma\right)$ определяли по формуле

$$\kappa = \sqrt{\frac{d^2\eta}{de_u^2} + \frac{d^2\mu_\sigma}{de_u^2}}\ . \tag{4.34}$$

При этом, следуя терминологии А. А. Ильюшина, в пространстве деформаций реализуются траектории малой, средней и большой кривизны. Процессы комбинированного выдавливания характеризуются траекториями средней и большой кривизны. В этих случаях для расчёта ресурса пластичности следует применять тензорные критерии. Остальные из приведенных в таблице материалов при указанной операции будут разрушаться. Из таблицы следует также, что интегральные критерии деформируемости (2.6), (2.7) предсказывают существенное завышение ресурса пластичности. Результаты расчёта ресурса пластичности по критерию (4.25) с учетом и без учёта третьего инварианта тензора напряжений показывает расхождение результатов расчёта в пределах от 45% до 62%.

4.5 Радиальное выдавливание заготовок

В процессе радиального выдавливания частицы материала, принадлежащие экватору боковой поверхности цилиндра испытывают сложное нагружение – путь деформирования частиц материала в координатах: накопленная интенсивность деформаций $\bar{e}_u$– показатель напряжённого состояния, описывается кривой, проходящей от показателя $\eta \cong 0$до показателя η близкого к единице. В работе [68] показан путь деформирования частиц материала на контуре заготовки из стали АРМКО, подвергнутой различным степеням деформации (δ = 0,131 до δ = 0,543). При малых обжатиях величина показателя η близка к нулю, т.е. на поверхности заготовки реализуется схема напряженного состояния близкая к сдвигу. По мере увеличения степени деформации показатель η приближается к единице и разрушение заготовки происходит при схеме напряженного состояния, близкой к линейному растяжению. В связи с влиянием истории деформирования, значение предельной деформации $e_p(\eta = 1)$отличается от фактической e_p, рассчитанной при обжатии δ = 0,543 в момент появления признаков разрушения.

Расчёт предельной деформации с помощью критерия деформируемости (2.9) показал удовлетворительную сходимость результатов расчета с экспериментом. Заметим, что результаты расчёта путей деформирования частиц материала на экваторе боковой поверхности заготовок из стали АРМКО, алюминия АД-1, меди М1 показали независимость путей от свойств исследованных материалов. Характерно, что практически на всех стадиях деформирования интенсивность деформаций оказалась равной окружной деформации. Это позволяет в дальнейшем отказаться от трудоемких экспериментов, позволяющих определять деформации по искажению делительной сетки, нанесенной на контур заготовки. Окружную деформацию можно определить по диаметру заготовки до и после деформирования.

Таким образом, полученные результаты позволяют с помощью моделирования, описанного в разделе 2, получить расчётный аппарат, позволяющий оценивать предельно допустимые размеры заготовки из различных материалов, подвергнутые радиальному обжатию. А также оценить предельные деформации с помощью критериев (2.7), (2.8), учитывающих историю нагружения, располагая траекториями $e_u = f(\eta)$ и диаграммами пластичности.

4.5.1 Радиальное выдавливание заготовок с последующей осадкой

Показательным, с точки зрения немонотонности деформирования, в технологических операциях комбинированного выдавливания является процесс радиального выдавливания с последующей осадкой [82]. Расчет ресурса пластичности и диаметра фланца [5] показывает, что диаметр фланца для ряда материалов ограничен, что не позволяет получать детали нужной геометрии.

В связи с этим введение дополнительного перехода в процессе радиального выдавливания может уменьшить ресурс пластичности, что позволит получать фланцы существенно большего диаметра.

Таким дополнительным переходом является наложение операции осадки на фланец после радиального выдавливания. При этом реализуется немонотонное пластическое деформирование, расчёт ресурса пластичности с помощью интегральных критериев деформируемости приводит к существенным погрешностям. В связи с этим для расчета ресурса пластичности в рассматриваемом процессе привлечем тензорный критерий.

Рассмотрим процесс радиального выдавливания с последующей осадкой заготовки из стали 10. Схема процесса приведена на рис. 4.14.

На первом этапе реализуется процесс радиального выдавливания (рис.4.14 б), а на втором осадка полученного фланца (рис. 4.14 в).

Напряженнно-деформированное состояние определяли с помощью метода конечных элементов.

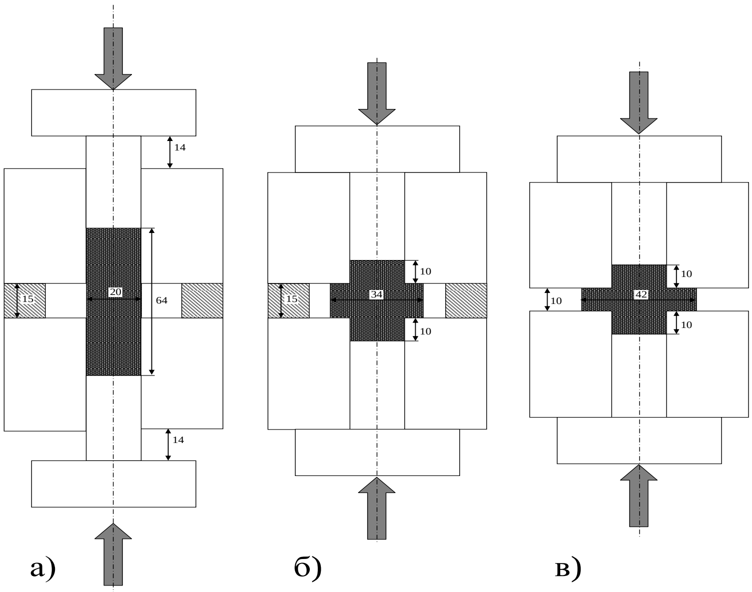
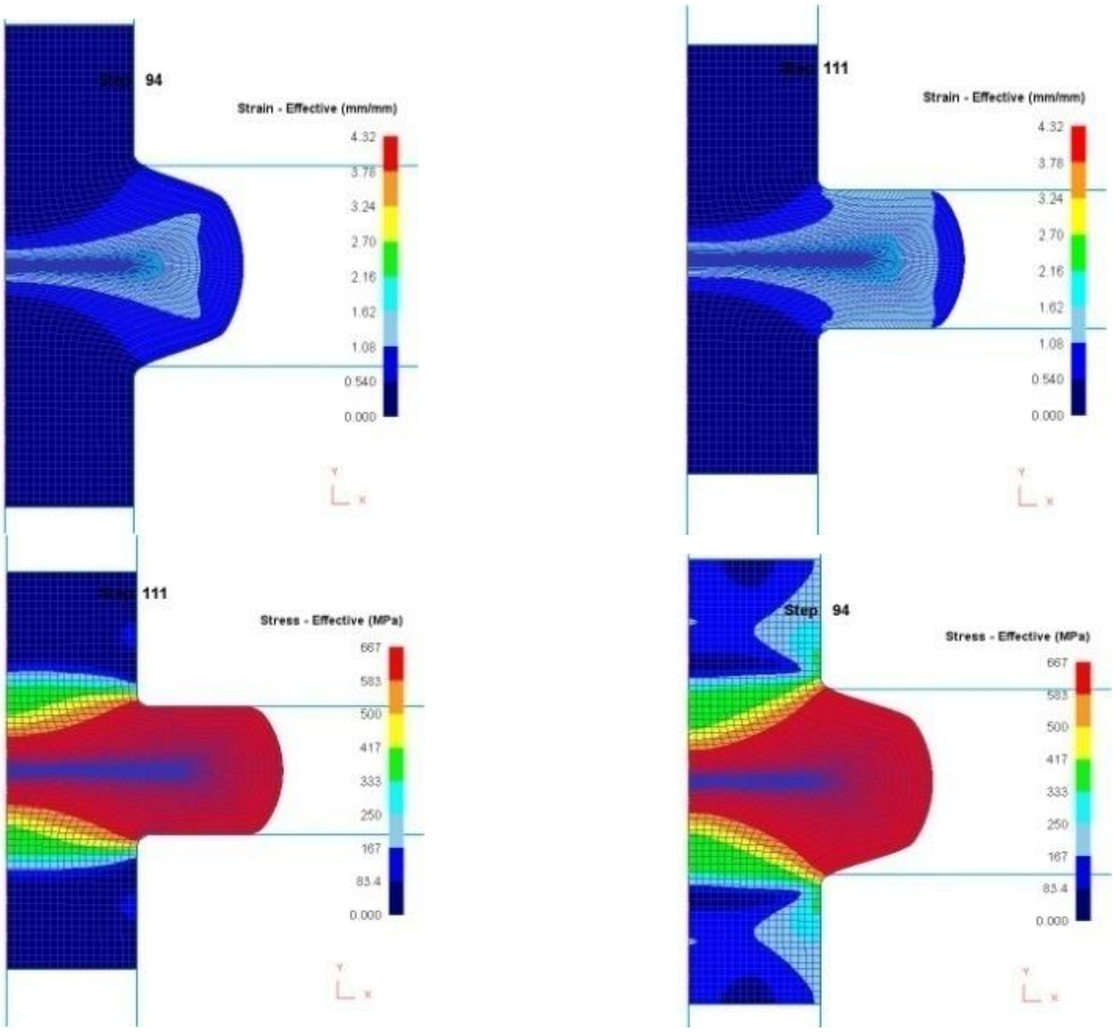


Рис. 4.14. Схема процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой

На рис. 4.14 приведены результаты расчета интенсивности напряжений σ_u и интенсивности деформаций e_u в конце этапа выдавливания (рис. 4.14 а) и осадки (рис. 4.14 б) для случая радиуса скругления матрицы r = 1мм ($\frac{r}{d_0} = 0,05$), высота фланца после выдавливания равна 15мм, а после осадки 10мм ($\frac{h}{d_0} = 0,5$). Аналогичные результаты получены для матрицы с геометрическими характеристиками (r = 3мм; h_1= 15мм; h = 10мм; r/d_0= 0,15; h/d_0= 0,5) и матрицы с храктеристиками (r = 5мм; h_1= 15мм; h = 10мм; r/d_0= 0,25; h/d_0= 0,5).

Результаты расчета показали, что конечные значения σ_u и e_u в опасной, с точки зрения разрушения, точке (находится на внешней поверхности заготовки в горизонтальной плоскости симметрии) от величины радиуса скругления матрицы r зависят несущественно.



а) б)

Рис. 4.15. Распределение интенсивности деформаций и интенсивности напряжений для r = 1мм:
а) – после радиального выдавливания; б) – после осадки

Показатель напряжённого состояния η рассчитывали по (1.44), накопленную интенсивность деформаций по формуле

$$e_u = \int_0^t \dot{e}_u d\tau, \qquad (4.35)$$

где $\dot{e}_u$ – интенсивность скоростей деформаций;
t – время деформирования.

Параметр Надаи-Лоде рассчитывали по формуле

$$\mu_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}, \tag{4.36}$$

где σ_1, σ_2, σ_3 – главные напряжения.

Полученные в результате расчета значения представим в виде путей деформирования в координатах η, μ_σ, e_u.

Поверхность предельных деформаций $e_p(\eta, \mu_\sigma)$ для стали 10 аппроксимировали полученной ранее в работе [82] зависимостью

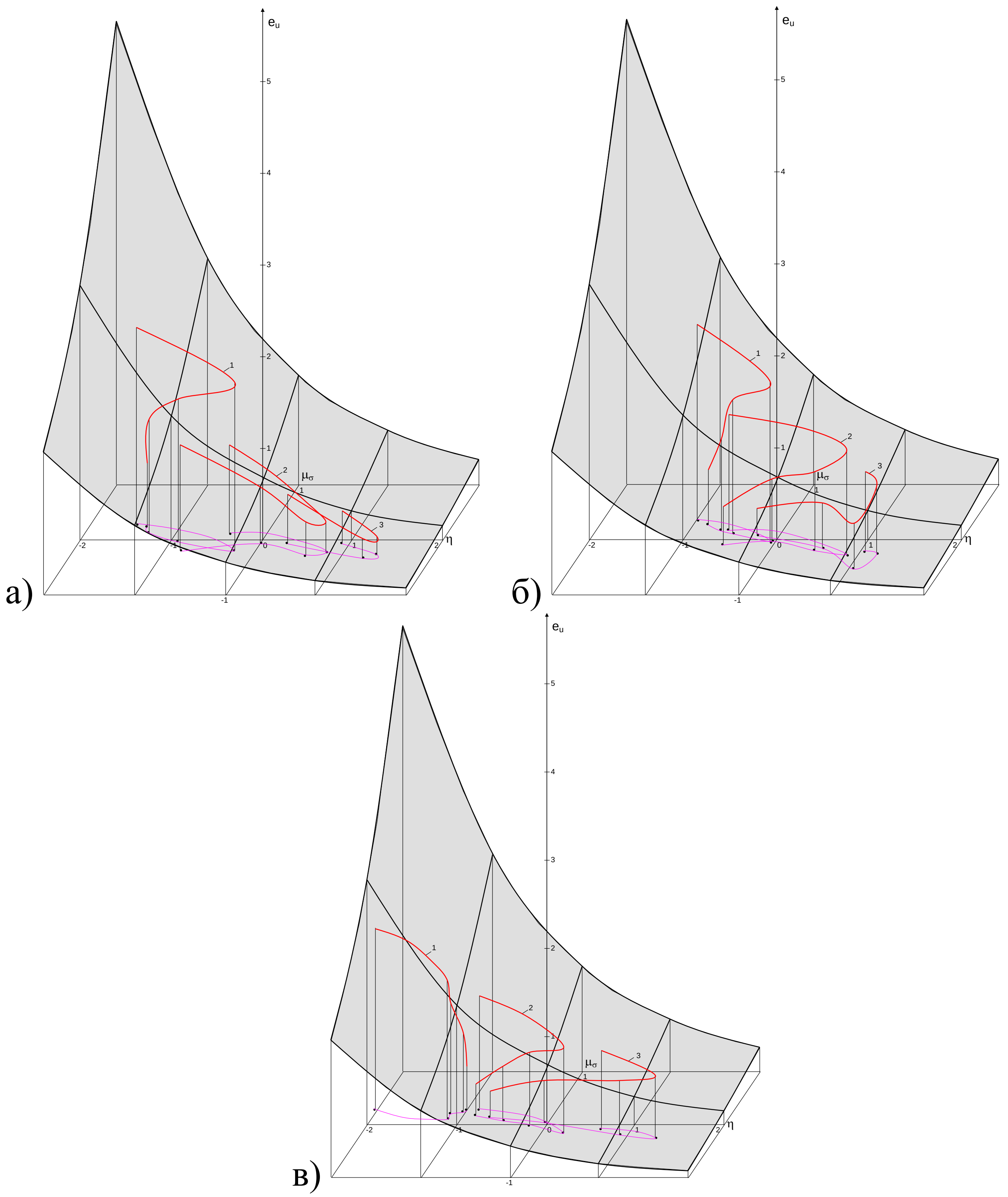
$$e_p(\eta, \mu_\sigma) = 0,68\exp(0,43\mu_\sigma - 0,71\eta), \tag{4.37}$$

где $e_p = \int_0^{t_p} \dot{e}_u d\tau$ – предельная деформация;

t_p – время деформирования до разрушения.

Располагая объемной диаграммой пластичности и траекториями деформирования $e_u=f(\eta, \mu_\sigma)$, можно рассчитать ресурс пластичности с помощью аппарата тензорного накопления повреждений, изложенного в параграфе 4.2.4.

На рис. 4.16 показаны траектории деформирования для операций радиального выдавливания заготовок из стали 10. Траектории получены для частиц материала, принадлежащих трем точкам, лежащим на горизонтальной оси симметрии с радиусами r_{01}= 3,3мм (точка 3),r_{02}= 6,6мм (точка 2) и r_{03}= 10мм (точка 1). Траектории построены при деформировании матрицами с радиусами скругления r = 1мм, r = 3мм, r = 5мм.



а) r = 1мм; б) r = 3мм; в) r = 5мм

Рис. 4.16. Поверхность предельных деформаций и пути деформирования частиц материала для точек, с начальными радусами r_{01}= 3,3мм (точка 3), r_{02}= 6,6мм (точка 2) и r_{03}= 10мм (точка 1)

Полученные и показанные на рис. 4.14 траектории деформирования, их расположение в пространстве $e_u = f(\eta,\ \mu_\sigma)$ отражают факт смещения в область более мягких схем напряженного состояния (область сжимающих напряжений), с возрастанием радиуса скругления матрицы, т.е. условия пластической деформации становятся более благоприятными с точки зрения деформируемости. Сказанное подтверждается результатами расчета ресурса пластичности. Ресурс пластичности рассчитывали, следуя изложенной в параграфе 4.4.4тензорной модели. Следуя этой модели, компоненты тензора повреждений определены в виде (4.25). Главные компоненты направляющего тензора β_{ij} определены по (4.33), а главные компоненты тензора повреждений представлены в виде (4.39). Расчёт ресурса пластичности ψ выполнен для случаев $\frac{r}{d_0} = 0,05$ (радиус скругления матрицы r = 1мм); $\frac{r}{d_0} = 0,15$ (радиус скругления матрицы r = 3мм); $\frac{r}{d_0} = 0,25$ (радиус скругления матрицы r = 5мм). В каждом случае значение ψ рассчитывали для 3-х точек принадлежащих горизонтальной оси симметрии: точка 1 – r_{01}=3,3 мм ($\psi_{1т}$); точка 2 – r_{02}=6,6 мм ($\psi_{2т}$) и точка 3 – r_{03}=10 мм ($\psi_{3т}$). В таблице 4.6 представлены результаты расчета ресурса пластичности для указанных случаев.

Таблица 4.6 – Значения ψ в точках, лежащих на оси Or

r/d_0=0,05			r/d_0=0,15			r/d_0=0,25		
$\psi_{1т}$	$\psi_{2т}$	$\psi_{3т}$	$\psi_{1т}$	$\psi_{2т}$	$\psi_{3т}$	$\psi_{1т}$	$\psi_{2т}$	$\psi_{3т}$
0,58	0,84	0,98	0,49	0,68	0,94	0,46	0,54	0,86

Значения ресурса ψ в таблице приведены при d_0=20 мм. для диаметра фланца d_{max}=42 мм. Анализ результатов расчёта, приведенных в таблице 4.6 показывает, что увеличение радиуса скругления матрицы r от 1 мм до 3 мм практически не влияет на величину использованного ресурса пластичности в опасной точке. При радиусе r=5 мм ресурс пластичности ψ незначительно уменьшается до 0,86. При малом радиусе закругления матрицы (r<3 мм) ресурс пластичности в опасной точке практически исчерпан (ψ = 0,98) и лишь при радиусе $r \geq 5$ мм можно получить фланец диаметром 42 мм (при d_0= 20 мм) без разрушения.

Экспериментальные исследования показывают, что трещина на экваторе фланца возникает при диаметре фланца d_{max}= 48 мм для значения r/d_0= 0,213 (r = 4,26 мм).

РАЗДЕЛ 5
ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ

5.1 Инженерные методики расчёта параметров процесса осесимметричного прямого выдавливания

При практическом исспользовании полученных данных (табл. 4.2), можно предложить методику расчёта ресурса пластичности при выдавливании через матрицы различной геометрии для материалов с различными механическими характеристиками. Накопленную интенсивность деформации $\bar{e}_u$ можно рассчитать с помощью соотношения

$$\bar{e}_u = 2\ln\frac{D}{d}m, \tag{5.1}$$

где D – диаметр матрицы;

d – диаметр калибрующего очка матрицы;

m– коэффициент неравномерности накопленной интенсивности деформаций.

Коэффициент неравномерности m зависит от геометрии матриц и, следуя табл. 4.2, практически не зависит от свойств материала.

После обработки экспериментальных данных, полученных нами при выдавливании меди М1 через матрицы различной геометрии, получена зависимость коэффициента mот геометрии матричной воронки (рис. 5.1).

Ресурс пластичности можно рассчитать с помощью простейшего критерия Г. А. Смирнова-Аляева (2.4)

$$\psi = \frac{e_u(\delta,\gamma,\mu)}{e_p(\eta_k)\omega} \le 1. \tag{5.2}$$

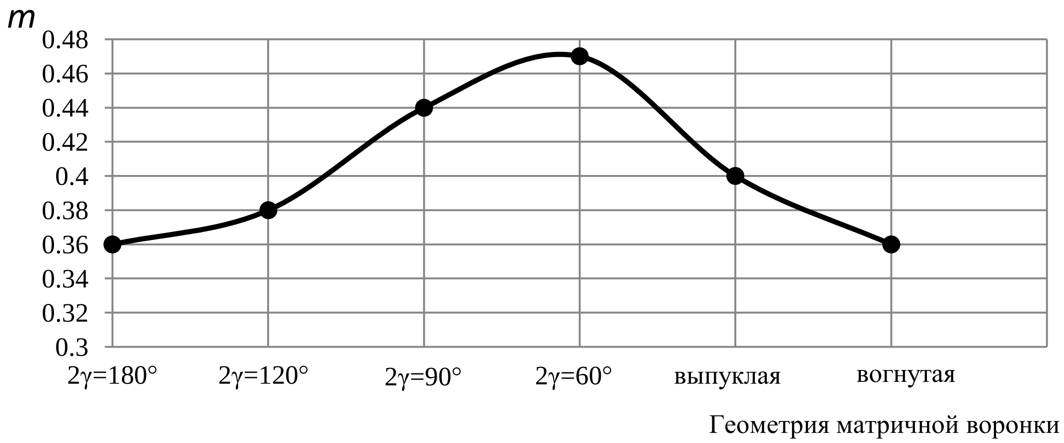


Рис. 5.1. Зависимость коэффициента m от геометрии матричной воронки

Коэффициент ω в критерии (5.2) рассчитан нами с помощью критерия (1.60). Однако в отличие от критерия Г.А. Смирнова-Аляева в критерии (5.2) $\omega = f(\gamma)$– коэффициент, который учитывает влияние истории деформирования и зависит от геометрии матриц (γ) (рис. 5.2).

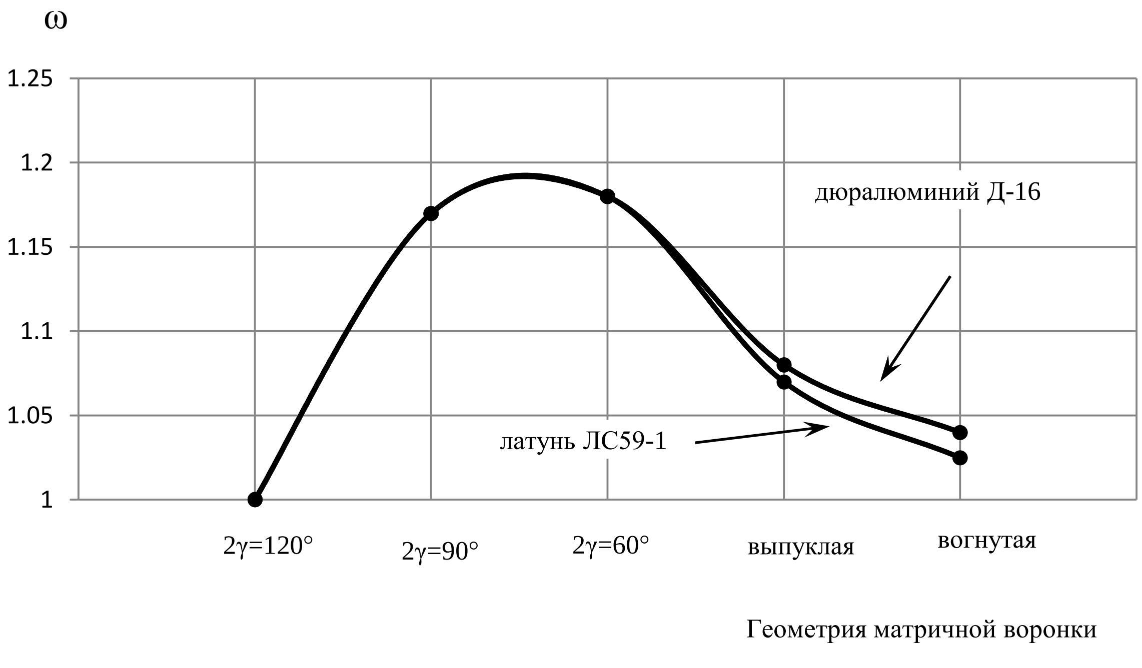


Рис. 5.2.Зависимость коэффициента ω от геометрии матричной воронки для некоторых материалов

В критерии (5.2) δ – обжатие, γ – угол раствора матрицы, μ – коэффициент трения, $\eta_к$ – показатель напряжённого состояния в опасной области заготовки, зависящий от геометрии матриц (рис. 5.3).

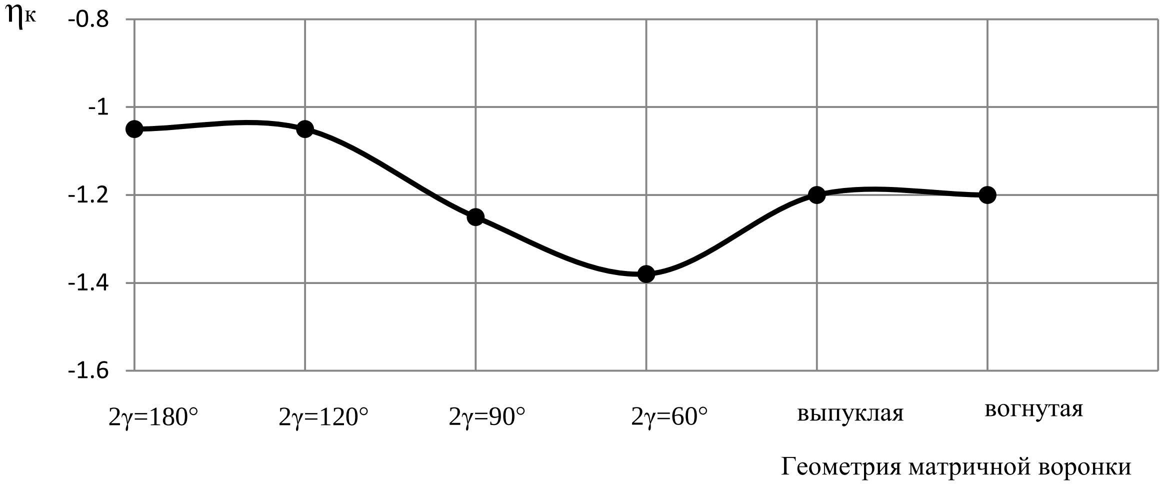


Рис. 5.3.Зависимость показателя $\eta_к$от геометрии матричной воронки

В критерии (5.2) $e_p\left(\eta_k\right)$аппроксимируем с помощью формулы (1.76)

$$e_p\left(\eta_k\right) = e_p\left(\eta = 0\right)\exp\left(-\lambda\eta_i\right),$$

где $\lambda = \ln\dfrac{e_p\left(\eta = -1\right)}{e_p\left(\eta = 0\right)}$.

В результате формула (5.2) приобретает вид

$$\psi = \frac{2\ln\dfrac{D}{d}m\beta}{e_p\left(\eta_k\right) = e_p\left(\eta = 0\right)\exp\left(-\lambda\eta_к\right)\omega} \le 1, \qquad (5.3)$$

где β – коэффициент, учитывающий влияние третьего инварианта тензора напряжений на ресурс пластичности

$$\beta = \frac{\psi\left(I_3\left(T_\sigma\right) \ne 0\right)}{\psi\left(I_3\left(T_\sigma\right) = 0\right)}, \qquad (5.4)$$

где $\psi\left(I_3\left(T_\sigma\right)\neq 0\right)$ – ресурс пластичности, рассчитанный с учетом влияния третьего инварианта тензора напряжений;

$\psi\left(I_3\left(T_\sigma\right)=0\right)$ – ресурс пластичности, рассчитанный без учета влияния третьего инварианта тензора напряжений.

Результаты расчёта ресурса пластичности для различных материалов представлены в табл. 4.2. На рис. 5.4 показана зависимость коэффициента βот геометрии матричной воронки. Как следует из рисунка, коэффициент β практически не зависит от геометрии рассматриваемых матриц.

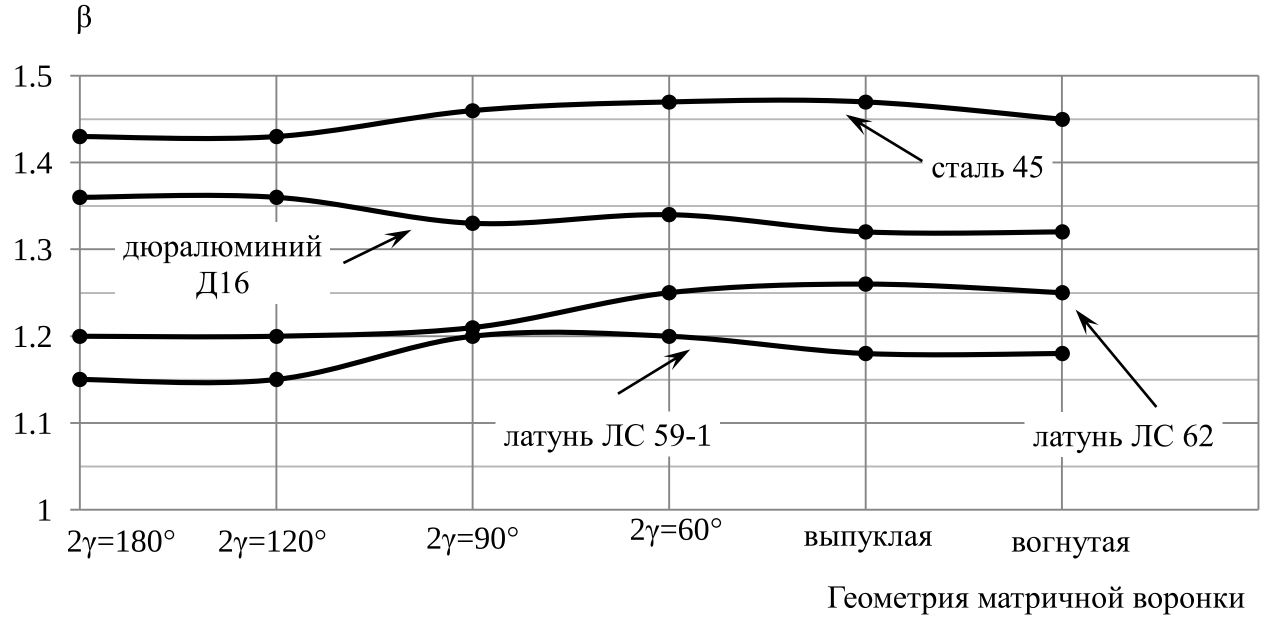


Рис. 5.4.Зависимость коэффициента βот геометрии матричной воронки

Отклонение β от β=constнаходится в пределах доверительных интервалов. Однако величина βзависит от свойств материалов. Предположим, что эта зависимость связана с параметрами модели материала, в нашем случае, с диаграммой пластичности. Одним из важнейших параметров модели материала является $\lambda = \ln\dfrac{e_p\left(\eta=-1\right)}{e_p\left(\eta=0\right)}$ – коэффициент чувствительности пластичности к изменению схемы напряженного состояния «мягкой области» $\left(-5\le\eta\le 0\right)$ напряженных состояний. Коэффициент λ, определяемый в области $\left(-1\le\eta\le 0\right)$ тангенсом угла наклона линеаризованной прямой $\dfrac{de_u}{d\eta}$, отражает влияние третьего инварианта тензора напряжений на пластичность. Определим коэффициент β, какведичину постоянную, для различных геометрий матриц, но как переменную, зависящую от величины λ

$$\beta=\alpha\lambda. \qquad (5.5)$$

Коэффициент $\alpha=\dfrac{\beta}{\lambda}$ находится в пределах α=1,38–1,43 для исследованных нами марок стали, α=4–6 для исследованных нами цветных металлов.

Решив (5.3) относительно диаметра d,получим формулу для расчета диаметра калибрующего очка матрицы при осесимметричном прямом выдавливании

$$d\ge\frac{D}{\exp\left[e_p\left(\eta=0\right)\exp\left(-\lambda\eta_k\right)\right]\dfrac{\omega}{2m\beta}}. \qquad (5.6)$$

С помощью (5.6) можно рассчитать предельно-допустимый диаметр калибрующего очка матрицы для материалов, диаграмма пластичности которых известна.

Изложенный способ расчетной оценки деформируемости заготовок при осесимметричном прямом выдавливании можно распространить на материалы с различной упрочняемостью, если исходить из гипотез о кинематическом подобии и подобии путей деформирования [68]:

1. Пути деформирования частиц материала в опасной области заготовок не зависят от свойств материала.

2. Разрушение материала заготовок при осесимметричном выдавливании наступает в центральной области заготовок.

3. Возмущения, связанные с изменяющимися условиями в контакте не оказывает влияние на траекторию пути деформирования частиц материала вдоль оси симметрии заготовки.

5.2 Расчёт предельно-допустимого диаметра фланца при радиальном выдавливании

Как следует из результатов приведенных в работе [5] при радиальном выдавливании сплава АМц-М и АМг6 получены экспериментальные данные об изменении компонент тензора логарифмических деформаций на различных этапах деформирования, а также показатель напряжённого состояния η.

В табл. 4.9 [5] приведены эти данные, из которых следует, что окружная деформация $e_\theta = \ln\dfrac{D_i}{D_0}$ практически равна интенсивности деформаций e_u на экваторе серединной поверхности меридионального сечения заготовки. Следовательно, можно принять приближенное соотношение $e_u = e_\varphi$. Следуя критерию Г. А. Смирнова-Аляева (2.4)

$$\psi = \frac{e_u}{e_p(\eta)} \le 1.$$

Введем в знаменатель критерия коэффициент ω, учитывающий влияние истории нагружения, рассчитываемый по формуле

$$\omega = \frac{e_p(\eta)}{e_p(\eta = const)}, \tag{5.7}$$

где $e_p(\eta = const)$ – пластичность, определяемая по диаграмме пластичности;

$e_p(\eta)$ – пластичность, определяемая по критерию (2.8).

Тогда критерий (2.4) запишем в виде

$$\psi = \frac{\ln \frac{D_k}{D_0}}{e_p(\eta)\omega}, \tag{5.8}$$

где $D_к$ – предельно допустимый диаметр фланца.

После несложных преобразований получим формулу, с помощью которой можно рассчитать величину предельно-допустимого диаметра фланца

$$D_k \leq \frac{D_0}{\exp\left[e_p(\eta = 0)\exp(-\lambda\eta_k)\right]\omega}. \tag{5.9}$$

Формула (5.9) справедлива для случаев радиального выдавливания со свободным истечением металла в кольцевую полость. При этом на экваторе боковой поверхности реализуется плоское напряжённое состояние, и диаграмма пластичности $e_p = f(\eta)$ не зависит в этом случае от вида напряжённого состояния. В случае радиального выдавливания с подпором, необходимо строить диаграмму пластичности с учетом третьего инварианта тензора напряжений.

5.3 Пластическое упрочнение цилиндрических заготовок

Одним из важнейших факторов технологической наследственности в процессах холодной обработки металлов давлением является упрочнение. В машиностроении находят применение различные способы упрочнения – роликовая обкатка, дробеструйная обработка, вибронакатывание, ультразвуковые выглаживания и др. [80]. Одним из способов пластического формоизменения заготовок с целью придания необходимых эксплуатационных свойств элементам конструкций является известная задача теории пластичности – кручение цилиндрических стержней в сочетании с растяжением либо сжатием. В работе [76] разработан расчётный аппарат, позволяющий оценивать эффект упрочнения. Получена также формула, связывающая крутящий момент и интенсивность деформаций.

Однако необходимо установить зависимость крутящего момента от угла закручивания, как для изотропно, так и для анизотропно-упрочняющихся материалов.

Рассмотрим расчётный аппарат, позволяющий оценивать крутящий момент, степень деформации и абсолютный угол закручивания цилиндрических заготовок различных изотропно и анизотропно-упрочняющихся материалов, цветных сплавов, малоуглеродистых сталей, аустенитных нержавеющих и др. сталей.

В 1.3.2 и 1.3.3 рассмотрены модели, учитывающие наследственное влияние истории нагружения на текущее состояние материала при пластической деформации – это модели эффекта Баушингера и модели Бакхауза. Эти модели можно положить в основу соотношений для расчёта компонент девиатора напряжений анизотропно-упрочняющихся тел. Известно, что модели кинематического упрочнения различают способами определения добавочных напряжений, связанных с проявлением эффекта Баушингера [86]. В работе [16] Г. Бакхауз предлагает добавочные напряжения представить в виде (1.33).
Г. Д. Дель в работе [36] предлагает уравнения координат центра поверхности нагружения согласно теории Г. Бакхауза записать следующим образом

$$\alpha_{ij} = \frac{1-\beta(e_0)}{3}\sigma_u(e_u)\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} - \frac{1}{3}\int_0^{e_u}\left[1-\beta\left(e_u^*\right)\right]\sigma_u\left(e_u^*\right)\varphi\left(e_u - e_u^*\right)\frac{d^2\varepsilon_{ij}}{de_u^{*2}}de_u^*, \quad (5.10)$$

где $\varphi\left(e_u - e_u^*\right)$– функция, характеризующая наследственное влияние истории нагружения;

e_u^* – переменная подынтегральной функции.

Функции $\varphi\left(e_u - e_u^*\right)$, $\sigma_u(e_u)$, $\beta\left(e_u\right)$ являются инвариантными, не зависящими от вида напряжённого состояния и истории нагружения. Их будем рассматривать как характеристики материала, которые используются в принятой модели.

Уравнения состояния, согласно ассоциированного закона течения, запишем в виде

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2}\frac{de_u}{\overline{\sigma_u}}\left(S_{ij} - \alpha_{ij}\right), \qquad (5.11)$$

где $\overline{\sigma_u} = \overline{\sigma_u}\left(e_u\right)$ – диаграмма деформирования, учитывающая анизотропию материала.

Эта функция является характеристикой материала. Вид этой функции

$$\overline{\sigma_u} = \frac{1+\beta(e_u)}{2}\sigma_u(e_u). \qquad (5.12)$$

В соотношении (5.12) функция $\beta\left(e_u\right) = \dfrac{\sigma_{0,2}}{\sigma}$ – отношение условного предела текучести на сжатие с допуском на пластическую деформацию
e_u= 0,002 к напряжению растяжения до интенсивности деформации e_u.

Компоненты девиатора напряжений с учетом (5.10):

$$S_{ij} = \frac{2}{3}\sigma_u(e_u)\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} - \frac{1}{3}\int_0^{e_u}\left[1-\beta\left(e_u^*\right)\right]\sigma_u\left(e_u^*\right)\varphi\left(e_u - e_u^*\right)\frac{d^2\varepsilon_{ij}}{de_u^{*2}}de_u^*. \qquad (5.13)$$

Применение этого подхода к расчету компонент тензора напряжений, позволило получить зависимость крутящего момента от угла закручивания предварительно растянутой цилиндрической заготовки.

Этот пример наглядно демонстрирует применение принятой модели анизотропно-упрочняющихся тел.

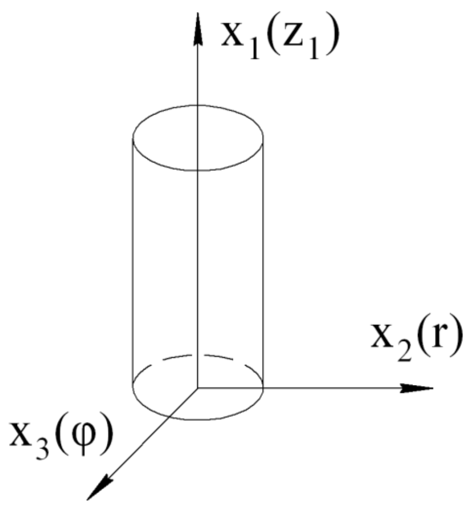


Рис.5.5. Цилиндрический образец в системе координат 1, 2, 3(z, r, φ)

В цилиндрической системе координат (рис. 5.5) компоненты тензора приращений деформаций

$$\left.\begin{aligned} & d\varepsilon_{rz} = d\varepsilon_{r\varphi} = 0 \\ & d\varepsilon_{z\varphi} = 0 \\ & d\varepsilon_{z} = -2d\varepsilon_{r} = -2d\varepsilon_{\varphi} \end{aligned}\right\} \quad (5.14)$$

Компоненты девиатора напряжений согласно (5.13) равны:

$$\left.\begin{aligned} & S_{zr} = S_{r\varphi} = 0; S_r = S_{\varphi} = -0,5S_z \\ & S_z = \frac{2}{3}\sigma_u(e_u)\frac{d\varepsilon_z}{de_u} - \frac{1}{3}\left[1-\beta(e_u)\right]\varphi(e_u - e_0)\left[\left(\frac{d\varepsilon_z}{de_u}\right)_0 - 1\right] \\ & S_{z\varphi} = \frac{2}{3}\sigma_u(e_u)\frac{d\varepsilon_{z\varphi}}{de_u} - \frac{1}{3}\left[1-\beta(\varepsilon_u)\right]\sigma_u(\varepsilon_u)\varphi(e_u - \varepsilon_u)\left(\frac{d\varepsilon_{z\varphi}}{de_u}\right)_0 \end{aligned}\right\},(5.15)$$

где $\left(\frac{d\varepsilon_z}{de_u}\right)_0, \left(\frac{d\varepsilon_{z\varphi}}{de_u}\right)_0$ – производные осевых и угловых деформаций в момент начала закручивания.

Компоненты девиатора напряжений

$$S_r = S_{\varphi} = -0,5S_z = -\frac{\sigma_z}{3}. \quad (5.16)$$

В начальный момент пластического кручения ($e = \varepsilon_0$) касательное напряжение, отвечающее условной границе текучести $\tau_{0,2}$ равно

$$\tau_{0,2} = \frac{\sigma_u(\varepsilon_0)\sqrt{\beta(e_0)}}{\sqrt{3}}. \quad (5.17)$$

Если принять (e_0 = ε_u), то зависимость предела текучести на сдвиг от накопленной интенсивности деформаций предварительного растяжения (сжатия) имеет вид

$$\tau_{0,2} = \frac{\sigma_u(\varepsilon_u)\sqrt{\beta(e_u)}}{\sqrt{3}}. \qquad (5.18)$$

Для изотропных материалов $\beta(e_u)=1$ полученные соотношения приводят к формулам Мизеса. Оценка условного предела текучести на сдвиг при кручении заготовок после их предварительного растяжения или сжатия до деформации e_0 имеет вид

$$\tau_{0,2} = \frac{\sigma_u(\varepsilon_u)}{\sqrt{3}}\left\{1-\frac{\left[1-\beta(\varepsilon_0)\right]\sqrt{\beta(\varepsilon_0)}}{1+\beta(\varepsilon_0)}\right\}. \qquad (5.19)$$

Наименьший крутящий момент, при котором в упрочненной цилиндрической заготовке напряжения на контуре $r = R$ при ее закручивании достигнут предел текучести $\tau_{0,2}$, можно рассчитать по формуле сопротивления материалов

$$M_{кр} = \tau_{0,2}\frac{\pi d^3}{12}. \qquad (5.20)$$

Подставив в формулу (5.20) $\tau_{0,2}$ рассчитанную по (5.19) получим

$$M_{кр} = \frac{\pi d^3}{12}\frac{\sigma_u(\varepsilon_0)}{\sqrt{3}}\left\{1-\frac{\left[1-\beta(\varepsilon_0)\right]\sqrt{\beta(\varepsilon_0)}}{1+\beta(\varepsilon_0)}\right\}. \qquad (5.21)$$

Или если принять (e_0 = ε_u), получим

$$M_{кр} = \frac{\pi d^3}{12}\frac{\sigma_u(\varepsilon_u)}{\sqrt{3}}\left\{1-\frac{\left[1-\beta(e_u)\right]\sqrt{\beta(e_u)}}{1+\beta(e_u)}\right\}. \qquad (5.22)$$

Если кривую течения аппроксимировать формулой Людвига (1.16)

$$\sigma_u = A\varepsilon_u^n,$$

а e_uпри кручении рассчитать по формуле (см. рис. 5.6)

$$e_u = \frac{tg\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{\varphi d\pi}{2l180\sqrt{3}}, \tag{5.33}$$

то окончательно получим

$$M_{кр} = \frac{A}{\sqrt{3}}\left(\frac{\varphi\ d\ \pi}{2l180\sqrt{3}}\right)^n \frac{\pi d^3}{12}\left\{1 - \frac{\left[1-\beta(e_u)\right]\sqrt{\beta(e_u)}}{1+\beta(e_u)}\right\}. \tag{5.34}$$

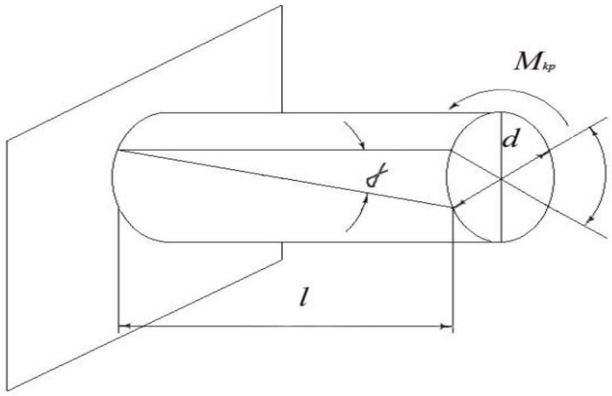


Рис. 5.6. Схема кручения цилиндрического образца

Соотношения (5.18) и (5.34) можно использовать для оценки эффекта упрочнения при свободном кручении тонкостенных трубок и заготовок сплошного сечения после их предварительного растяжения (сжатия) до накопленной деформации e_0.

В случае изотропного упрочнения, когда $\beta(e_u) = 1$, формулу (5.34)запишем в виде

$$M_{кр} = \frac{A}{\sqrt{3}}\left(\frac{\varphi\ d\ \pi}{2l180\sqrt{3}}\right)^n \frac{\pi d^3}{12}. \tag{5.35}$$

Построена зависимость β = β(e_u), которая получена после испытания цилиндрического образца на растяжение с последующим сжатием [76] (рис. 5.7). Величина β оказалась равной β = 0,45.

Для экспериментальной проверки полученной формулы (5.34) изготовили цилиндрические образцы из стали 20, стали 35, стали 40Х диаметром 10 мм и длиной рабочей части l=70 мм. Их закручивали на уголφ= 180^0 , 360^0, 540^0,720^0,900^0, 1080^0 на испытательной машинеКМ-50.

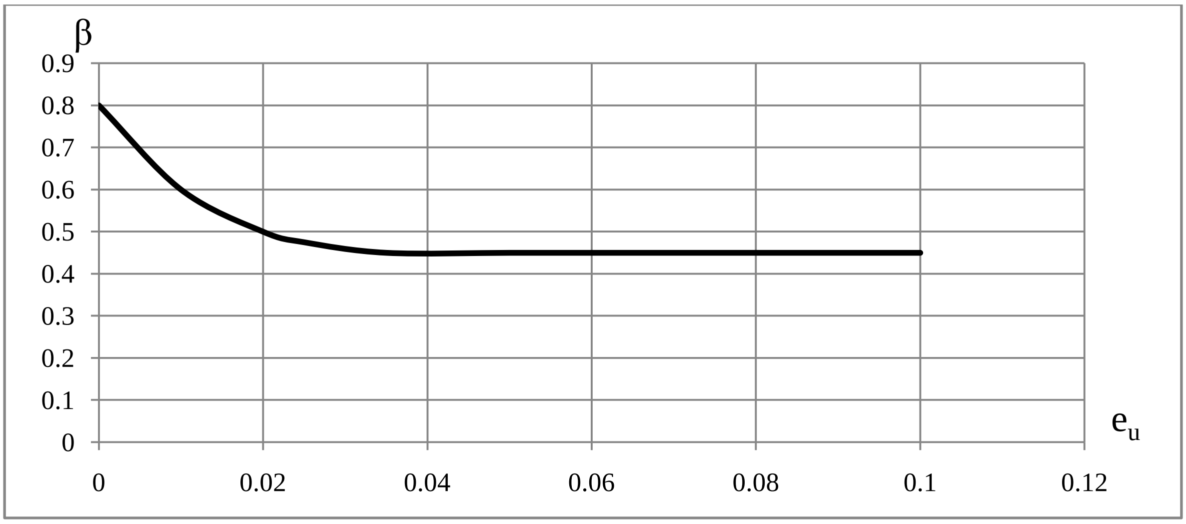


Рис. 5.7.Зависимость параметра β от предварительной деформации растяжения e_u стали 20.

На рабочую поверхность образца наносили с помощью штангенциркуля продольную риску вдоль образующей цилиндра. Угол α(рис. 5.6) измеряли с помощью инструментального микроскопа.

Крутящий момент при каждом угле поворота φ отсчитывали на делительном устройстве машины КМ -50.

На рис. 5.8 показан построенный график зависимости $M_{кр} = f(\varphi)$.

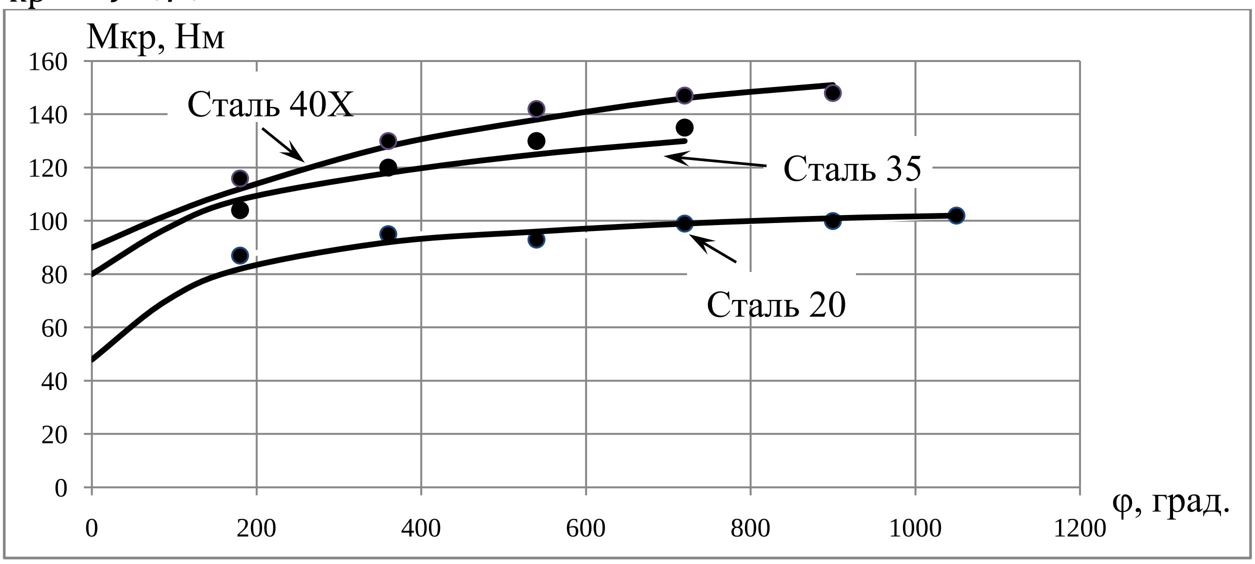


Рис.5.8. Зависимость угла закручивания от крутящего момента предварительно растянутой цилиндрической заготовки стали 20, стали 35, стали 40Х

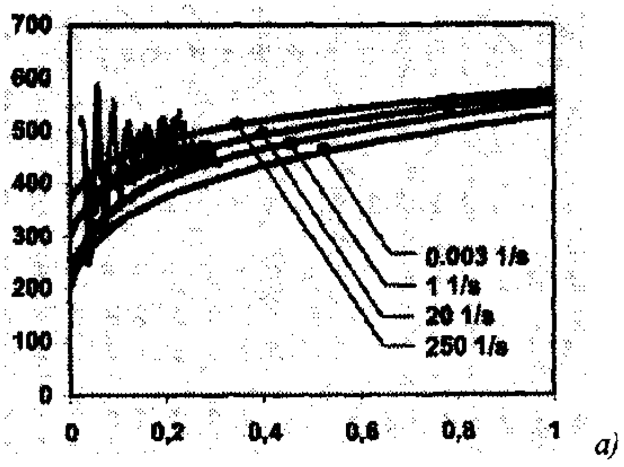
Сплошная линия соответствует результатам расчета по формуле (5.34),круглыми точками отмечены результаты эксперимента. Как следует из рис. 5.8 расхождение между результатами расчёта по формуле (5.34) и экспериментом не превышает 6 %.

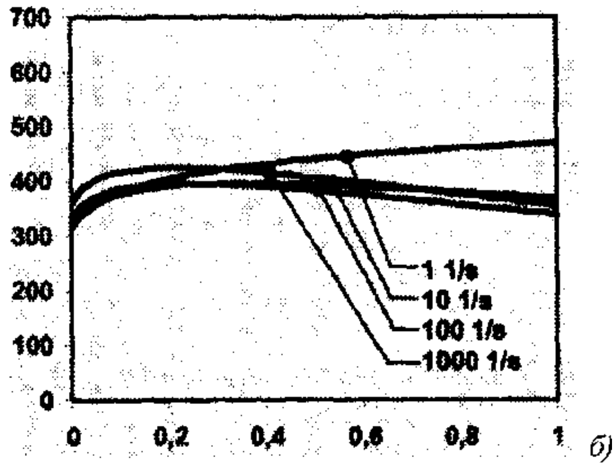
5.4 Скоростной эффект в процессе холодного пластического деформирования

Нас в дальнейшем будет интересовать влияние скорости деформации на вид кривой течения $\sigma_u = f\left(e_u\right)$.Экспериментально установлено, что увеличение скорости деформации при нормальной температуре увеличивает предел текучести, как при сжатии, так и при растяжении пластичных материалов [78]. В работе [87] приведены данные о влиянии скорости деформации на стандартные механические характеристики материалов: предел прочности и предел пропорциональности. В этой же работе приведены экспериментальные результаты влияния скорости удара на предел текучести. Из результатов следует, что с ростом скорости удара до 10 м/с динамический предел текучести возрастает в два раза (сталь 45) и три раза (армко-железо). В расчетах необходимо учитывать изменение механических характеристик, вызванное динамическими нагрузками.

В технической литературе [26, 34] приводятся результаты экспериментальных данных, указывающих на влияние скорости деформирования на характеристики кривых течения ряда Fe и Al материалов.

На рис. 5.9 показаны результаты испытаний материалов, проведенные авторами работы [26].





а) – аппроксимация и экстраполяция на базе модели Свифта кривых течения при растяжении с различной скоростью стальных листов ZstE180BH;

б) – кривые течения зависящие от скорости деформирования сплава AlMgSil – F31.

Рис. 5.9. Влияние скорости деформирования на упрочнение Fe и Al материалов [26]

Кривые получены с применением адиабатической модели к результатам на растяжение и сжатие. Как следует из рисунков, у сталей удельная работа пластического деформирования с возрастанием скорости деформации растет, у алюминиевого сплава – снижается, либо не изменяется.

Если аппроксимировать кривую течения уравнением Людвига (1.16)

$$\sigma_u = Ae_u^n,$$

то можно записать модель скоростного упрочнения в виде, предложенном в работе [74]

$$A_v = A\left[1{,}045 + \frac{\ln\left(0{,}0027 + \dot{\varepsilon}_u\right)}{135}\right]. \tag{5.36}$$

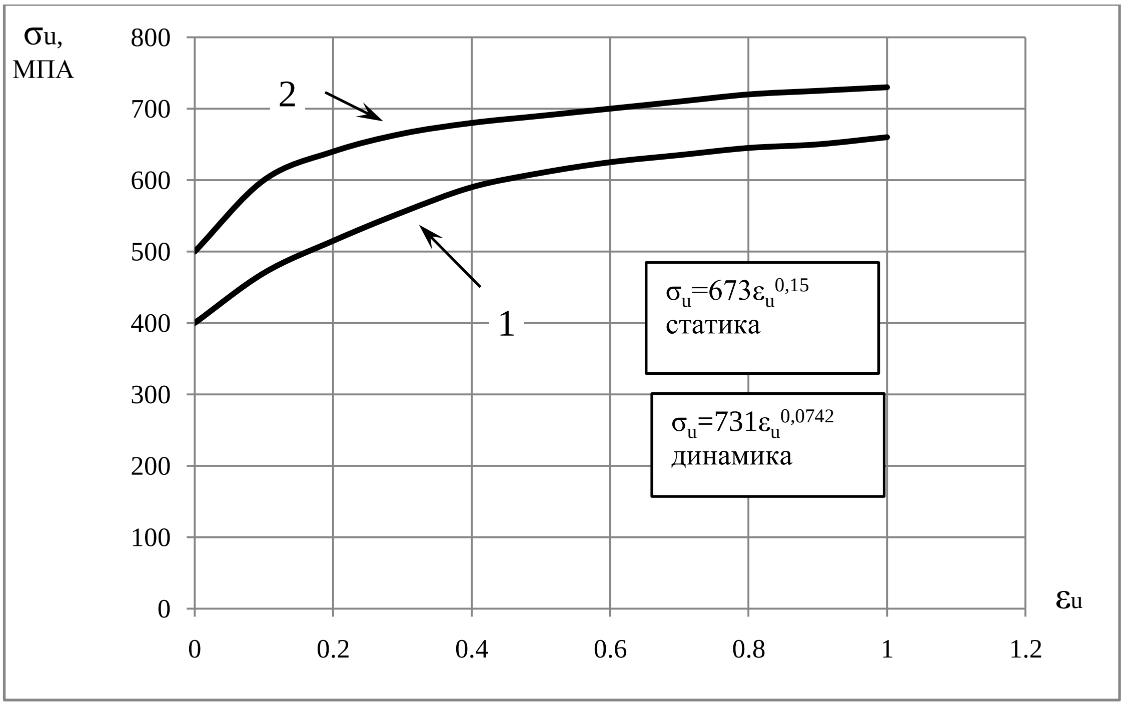
Коэффициент n в формуле (1.16) изменяется в зависимости от скорости деформирования следуя соотношению

$$n_v = n\exp\left[-0{,}1273\ln\left(1 + \dot{\varepsilon}_u\right)\right]. \tag{5.37}$$

В формулах (5.36) и (5.37) A_v – коэффициент аппроксимации кривой течения, учитывающий влияние скорости деформирования, $\dot{\varepsilon}_u$ – скорость интенсивности деформаций, n_v – показатель степени, учитывающий влияние скорости деформирования, A и nв формуле (1.16) – коэффициенты аппроксимации кривой течения, построенной без учета скорости деформирования (квазистатическая деформация).

В разделе 1 (рис. 1.5) представлены результаты экспериментального построения кривой течения стали 20 в условиях квазистатического деформирования. Построим кривую течения стали в условиях динамического нагружения, например, при скорости 250 $\frac{1}{сек}$.

С этой целью в формулы (5.36) и (5.37) подставим коэффициенты аппроксимации кривой течения A и nстали 20, а скорость интенсивности деформаций $\dot{\varepsilon}_u$ примем равной $\dot{\varepsilon}_u = \frac{1}{250}\frac{1}{сек}$. В результате получим для стали 20 коэффициенты A = 673 МПа, n = 0,15 в условиях квазистатического нагружения и A_v = 731 МПа, n_v = 0, 0742 в условиях динамического нагружения. На рис. 5.10 показана кривая течения построенная по аппроксимации (1.16) для условий статического – (кривая 1) и динамического – (кривая 2) нагружений.



1 – статика, 2 – динамика ($\dot{\varepsilon}_u = \dfrac{1}{250}\dfrac{1}{сек}$)

Рис. 5. 10. Кривая течения стали 20, построенная в условиях квазистатического и динамического нагружений

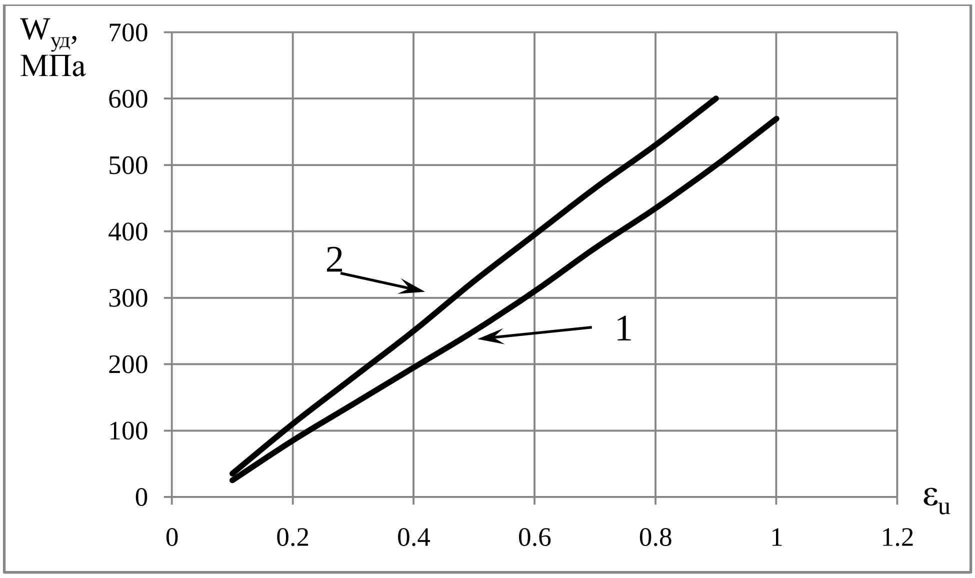
Как следует из рис. 5.10 в условиях динамического нагружения кривая 2 расположена выше кривой 1, следовательно в условиях динамического нагружения кривая 2 расположена выше кривой 1, следовательно удельная потенциальная энергия оказывается больше по сравнению с энергией, затрачиваемой металлом в условиях квазистатического нагружения. Рассчитаем работу деформации (удельную потенциальную энергию) для случаев статического и динамического нагружений.

Для этого проинтегрируем соотношение (1.16)

$$W_{уд} = \int \sigma_u d\varepsilon_u = \int A\varepsilon_u^n d\varepsilon_u = A\frac{\varepsilon_u^{n+1}}{n+1}. \qquad (5.38)$$

Подставив в (5.38) коэффициенты A, n и A_v, n_v получим значения удельной потенциальной энергии в статических и динамических условиях нагружения для различных условий интенсивности деформаций ε_u.

На рис. 5. 11 показаны полученные зависимости $W_{уд}\left(e_{и}\right)$.



1 – статика, 2 – динамика ($\dot{\varepsilon}_{и}=\frac{1}{250}\frac{1}{сек}$)

Рис. 5. 11. Удельная потенциальная энергия деформаций в статике и динамике в зависимости от интенсивности деформаций

Как следует из рисунка эти зависимости линейны, расхождение значений $W_{уд}$, полученных в результате расчета по принятой модели статическим и динамическом нагружениях для различных уровней деформаций, находятся в пределах 15-30 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема оценки деформируемости, предотвращение разрушения металлов и сплавов в процесах обработки их давленим – комплексная проблема, решение которой базируется на феноменологической теории твердого тела, механикесплошной среды. Современные представления металлофизиков о механизме разрушения на дислокационном уровне, механиков на уровне механики разрушения, не позволяют оценивать степень деформаций, при которых происходит разрушение металлов в условиях сложного нагружения. Это связано с тем, что при обработке металлов давлением происходят сложные процессы зарождения, развития и залечивания дефектов.

Из предлагаемой монографии следует, что задача оценки деформируемости металлов без разрушения при обработке давлением обладает рядом особенностей, и развитию методов ее решения на уровне механики разрушения металофизики, предшествует феноменологический подход, позволяющий с достаточной для практики точностью прогнозировать на стадии проектирования технологий вероятность разрушения обрабатываемых материалов.

Излагаемая в монографии теория деформируемости, по существу, является новым направлением в теории обработки металлов давлением. Её практическое приложение, расчётный аппарат позволяет оценивать как технологическое наследство (качество изделий) так и способность материала выдержать технологичесую операцию без разрушения. Работы последних лет в этом направлениии, в том числе авторов монографии, посвящены развитию критериев разрушения, однако выбор этих критериев для решения нетривиальных задач обработки давлением крайне затруднен для инженера-технолога и специалистов, занимающихся вопросами применения современных компютерных вычислительных программ, обеспечивающих оценку предельного формоизменения и необходимой степени деформации.

В отличии от ранее изданых (в том числе авторами данной монографии), книгах и статьях, посвященных теории деформируемости, данная монография обобщает результаты исследований последних лет по проблемам разрушения. В ней вводится новая классификация процессов обработки давлением по факторам скорости изменения безразмерных показателей напряжённого состояния (первой и второй производной показателей от накопленной интенсивности деформаций).

В данной монографии продемонстрированы подходы, обеспечивающие выбор феноменологических критериев разрушения для оценки использованного ресурса пластичности следуя предложенной авторами классификации процессов обработки давлением по факторам скорости измениения безразмерных показателей напряжённого состояния.

Авторы надеются, что предлагаемая монография позволит решать нетривиальные практические задачи обработки металлов давлением, а также послужит основой для дальнейшего развития разрабатываемого научного направления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Аксенов Л. Б. Системноепроектированиепроцессов штамповки/ Л. Б. Аксенов. – Л.: Машиностроение, 1990. – 240 с.: ил.

Алиев И. С. Технологические возможности новых способов комбинированного выдавливания / И. С. Алиев // Кузнечно - штамповочное производство. – 1990. – № 2. – С. 7–9.

Алиев И.С. Формоизменение заготовки при радиально-прямом выдавливании на оправке /И. С. Алиев, Л. И. Алиева, Я. Г. Жбанков // Державний вищий навчальный заклад «Донецький національний технічний університет». Наукові праці. «Металургія». – 2008. – Випуск 10 (141). –С. 201–204.

Оценка технологической деформируемости при холодном выдавливании втулок сфланцем / И.С.Алиев,Л.И. Алиева,С.В.Мартынов , Н.Ю. Ткаченко // Научный вестник ДГМА. – 2010.– №1(6Е). – С.8–14.

Алиева Л.И. Оценка деформируемости металлов при холодном выдавливании энергетическим методом / Л. И. Алиева // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Зб. наук. пр. – Краматорськ: ДДМА. – 2006. – С. 346–350.

АлиеваЛ.И.Комбинированное выдавливание втулоксфланцем/Л. И. Алиева // Прогрессивные методы и технологическое оснащение процессов ОМД. Сб. тезисов межд. науч.-техн. конф. – Санкт-Петербург. – 2005. – С. 23–26.

Алиева Л.И. Совершенствование процессов холодного выдавливания осесимметричныхдеталейсфланцем:дис. кандидататех.наук: 05.03.05 – Процессы и машины обработки давлением / Алиева Лейла Играмотдиновна. – Луганск : ВНУ им. В. Даля, 2006. – 215 с.

Алиева Л.И. Формообразование утолщений на полых и сплошных заготовках. Л. И. Алиева, Р. С. Борисов // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Зб. наук. пр. – Краматорськ –

Слов’янськ: ДДМА, 2003. – С. 262–267.
Алиева Л.И. Комбинированное выдавливание полых деталей с фланцем.Л. И. Алиева, Р. С. Борисов // Ресурсозберегающие технологии производства и обработки материалов в машиностроении. Сб. науч. тр. в 2-х ч. Ч.1. – Луганск: ВНУ им.В. Даля. – 2004. – С. 49–55.
Алиева Л. И. Выдавливание втулок с фланцем / Л. И. Алиева, Р. С. Борисов // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні. Зб. наук. пр. в 2-х ч. Ч.І – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля. – 2003. – С. 99–105.
Технологические процессы пластического деформирования в машиностроении /А.В. Алифанов, Л.В. Захаревич, Е.М. Макушок, Л.Д. Оленин – Мн.: Наука и техника, 1989. – 208 с.
Алюшин Ю. А. Энергетические основы механики Учеб. пособие для вузов / Ю. А. Алюшин. – М.: Машиностроение, 1999. – 192 с.
Андрейченко В.А. Теория ОМД. Часть IV. Теоретические основы экспериментальных исследований пластического формоизменения: Учеб. пособие / В. А. Андрейченко – Тула: Тул. гос. ун-т., 2002. – 68 с.
Артес А.Э. Холодная объемная штамповка в мелкосерийном и серийном производстве. – М.: НИИМАШ, 1982. – 58 с.
Bachaus G. Zur analytischen darstellung des material ver hältens im plastischen bereich / G. Bachaus // ZAMM. – 1971. – № 51. –P. 471–474.
Бакхауз Г. Анизотропия упрочнения. Теория в сопоставлении с экспериментом / Бакхауз Г. // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1976. – №6. – С. 120 – 129.
Bachaus G. Constitutive equations for the plastic behavior of metals and the influence of the deformation induced rotation / G. Bachaus // Acta Mechanica. – 1981. – № 41. – P.73–83.
Bachaus G. Fließspannungen und fliessbedingungen bei zyklischen verformungen / G. Bachaus // ZAMM. – 1976. – № 56. –P. 337–

348.
Bachaus G. Plastic deformation in form of strain trajectories of constant curvature theory and comparison with experimental results. / G. Bachaus // Asta Mechanica. – 1979 – № 34. –P. 193–204.
Balendra R. Research dedicated to the development of advanced metal-forming technologies / R. Balendra, Y Qin // J. Mater. Process. Technol. – 2004. – №2. – P. 144–152.
Barlat, F. Plastic behavior and stretchability of cheet metals. Part I: a yield functson for orthotropic sheet under plane stress conditions / F. Barlat, J. Lian // International Journal of Plasticity. – 5(1).–1989. – P. 51–66.
Barlat, F. A six-component yield funtion for anisotropic materials / F. Barlat, D. J. Lede, J. C. Brem // International Journal of Plasticity. – 7(7).–1991. – P. 693–712.
Бейгельзимер Я. Ю. Винтовая экструзия – процесс накопления де-формаций. / Я. Ю. Бейгельзимер, В. Н Варюхин., Д. В Орлов, С. Г. Синков – Донецк : Фирма ТЕАН, 2003. – 87 с.
Биба Н.В. Применение программы QFORM 2D/3D для разработки малоотходной технологии штамповки / Н.В. Биба, С.А. Стебунов // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. – Том 5. Пластична деформація металів. – Дніпропетровськ : Системні технології, 2002. – С. 221–226.
Богатов А. А. Условие разрушения металлов при знакопеременном деформировании с произвольной формой цикла / А. А. Богатов, В. Л. Колмогоров // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. – 1973. – № 4. с.102–104.
Werner, H. und Gese, H.: Zur Bedeutung dehnratenabhängiger Werkstoffkennwerte in der Crashsimulation. Kennwertermittlung fϋr die Praxis. Tagungsbald Werkstoffprϋfung 2002. –P. 139–146.
Voce, E.: Therelationshipbetweenstressandstrainforhomogeneousdeformation. J. Int. Metals. – 1948. –V. 74. –P. 537–562.
Грушко О. В. Технологічний паспорт матеріалу для процесів

поверхневого зміцнення заготовок / О. В. Грушко, Т. І. Молодецька // Вісник Національного технічного університету “ХПІ” : зб. наук. пр. Темат. вип. : Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків : НТУ “ХПІ”, 2010. – № 42. – С. 113–118. – ISSN 2079-5459.

Грушко А. В. Параметр напряженного состояния, учитывающий свойства материала, и его влияние на пластичность / А. В. Грушко // Вісник Національного технічного університету України “КПІ”. Серія “Машинобудування“. – К. : НТУУ “КПІ”, 2012. – № 64. – С. 220–226. – ISSN 2305-9001.

Губкин С. И. Пластическая деформация металлов. Физико-механические основы пластической деформации / С. И. Губкин. – М.: Металлургиздат, 1961. – 376 с.

Губкин С. И. Диаграмма схем механических состояний / С. И. Губкин. – Изв. АН СССР. ОТН. – 1950. – №8. – С. 1165–1182.

Гуменюк В. С. Об осесимметричном деформировании пластических материалов / В. С. Гуменюк, А. Д. Чернышов // Математические вопросы механики сплошных сред и теплофизики. – К.: Институт математики АН УССР. – 1982. – С. 79–88.

ГунГ.Я.Теоретическиеосновы обработки металловдавлением/ Г. Я. Гун. – М.: Металлургия, 1980. 456 с.

Dell, H.; Gese, H.; Kepler, L.; Werner, H. and Hooputra, H.: Continuos Failure Prediction Model for Nonlinear Load Paths in Successive Stamping and Crash Processes, SAE – Paper 2001 – 01 - 1131, New Sheet Steel Produkts and Steet M.etal Stamping (SP – 1614), SAE 2001 world Congress, Michigan, march 5 - 8, 2001, p. p. 113–122.

Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. – М.: Машиностроение, 1978. – 174 с.

ДельГ. Д. Деформируемость материалов с анизотропным упрочнением / ДельГ. Д. // Прикладные задачи механики сплошных сред. Воронеж. – 1988. – С. 16–19.

Дель Г. Д. Предельные деформации при формообразовании

деталей из листа / Г. Д. Дель Г. Д., С. С. Осипов // Изв. ВУЗов. Авиационная техника. – 1987. – № 1. – С.19–24.
Дель Г. Д. Предельные деформации листовых заготовок / Г. Д. Дель, С. С. Осипов, Н. В. Ратова // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. – № 2. – С. 25–26.
Дель Г. Д. Критерий деформируемости металлов при обработке давлением / Г. Д. Дель, В. А. Огородников, В. Г. Нахайчук // Изв. ВУЗов, Машиностроение. – 1975. – №4. С. 19–24.
Дель Г. Д. Пластичность при немонотонном деформировании / Г. Д. Дель, Ф. Х. Томилов, Ю. С. Богомолов // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. – 1982. – №6 – С. 34–37.
Демин В. А. Проектирование процессов толстолистовой штамповки на основе прогнозирования технологических отказов / В. А. Демин. – М. Машиностроение, 2002. – 186 с.
ДжонсонВ. Механика процессоввыдавливанияметалла / В.Джонсон, Х. Кудо. – М.: Металлургия, 1966. – 317 с.
Джонсон У. Теория пластичности дляинженеров / У. Джонсон, П. Б. Меллор. Пер. с англ. /пер. Овчинников А. Г. / — М.: Машиностроение, 1979. — 567 с. ил.
Calibrationandevaluationofseven fracture models / T. Wierzbicki, Y. Bao, Y. W. Lee, Y. Bai // International Journal of mechanical Sciences. – 2005. – Vol. 47. – P. 719–743.
Евстратов В.А. Теория обработки металлов давлением. – Харьков: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. – 248 с.
Методологическая база САПР переналаживаемых штампов для выдавливания / В.А. Евстратов, В.И. Кузьменко, В.В. Торяник и др. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. – № 1. – С. 10–11.
Жбанков Я.Г. Исследование процесса радиально-прямого выдавливания полых изделий / Я.Г. Жбанков // Студентський вісник ДДМА. – Краматорськ : ДДМА. – 2005. – С.22–28.
Zhang S. H. Some new features in the development of metal forming technology / S. H. Zhang, Z. R. Wang // J. Mater. Process.

Technol. – 2004. – № 1. – P. 39–47.
ИльюшинА.А.Ободнойтеориидлительной пластичности / А. А. Ильюшин // Изв.АН СССР. Механика твердого тела. – 1967. – №3. – С. 21–35.
Ишлинский А. Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением / А. Ю. Ишлинский // Украинский математический журнал.1954. Т. 6. №3. С. 314–325.
Калпин Ю. Г. Оценка деформационной способности металлов в процессах холодной объемной штамповки / Ю. Г. Калпин, Ю. К. Филипов, Н. Н. Беззубов // Технология, организация и экономика машиностроительного производства. – М. – 1988. – вып. 10. – С. 1–16.
Каржан В.В. Прогрессивная технология и оборудование для обработки давлением / В.В. Каржан // Кузнечно-штамповочное производство. – М.: Машиностроение, 1985. – №8. –С. 10–13.
Качанов Л. М.Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.:Наука,1969.–420 с.
Кийко И. А. Теория разрушения в процессах пластического течения /И. А. Кийко // Обработка металлов давлением. Межвузовский сборник. Свердловск.: УПИ им. С.М. Кирова. – 1982. – С. 27–40.
Колмогоров В. Л. Напряжения. Деформации. Разрушение / В. Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением / В. Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1986. – 688 с.
Luo M. Ductile Fracture Calibration and Validation of Anisotropic Aluminum Sheets / M. Luo, T. Wierzbicki // By Massachusetts Institute of Technology Conference : 2009 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental & Applied Mechanics Proceedings, June 1-4. – Albuquerque New Mexico USA, 2009. – P. 211–222.
Сопротивление материалов пластическому деформированию в приложениях к процессам обработки металлов давлением / А. В. Лясников, Н. П. Агеев, Д. П. Кузнецов [и др.] Под об. Ред. А.

В. Лясникова. – СПб.: Внешторгиздат – Петербург, 1995. – 527 с.
Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М., Машиностроение, 1975. – 400 с.
Marciniak Z. Limit strains in the processes of stretchhforming sheet metal /Z. Marciniak, K. Kuczynski // Int. J.of Mechanical Sciences. – 1967. – Vol. 9. – P. 609–620.
Marciniak Z. Odksztafcenia graniczne przy tfocztniu blach / Z Marciniak. – Warszawa: Wudawnictwa naukowo-techniczne, 1971. – 232 p.
Матвеев С. А. Возможности конечно-элементного анализа при решении технологических задач обработки металлов давлением / С. А. Матвеев, В. С. Мамутов, К. М. Иванов // Металлообработка. – 2003. – №1. – С.23–28.
Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. - Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – С. 195.
Мишулин А. А. Совершенствование технологии ковки на основе описания деформационной анизотропии пластичности / А. А. Мишулин, В. М. Михалевич // Труды ЦНИИТМАШ. – 1982. – № 173. – С. 144–161.
Nadai A. Berichte des Werkstoffausschus Verein deutscher Eisenutten leute, Dusseldorf, 1925.
Umform- und Zerteiltechnick / Manuskript. Herausgeber: Prof. R.Neugebauer / Chemnitz: Fraunhofer-institut IWU. 2005. – 632 s.
Овчинников А. Г. Основы теории штамповки выдавливанием на прессах / А. Г. Овчинников. – М.: Машиностроение, 1983. – 200 с.
Огородников В.А. Оценкадеформируемостиметаллов при обработкедавленим / В. А. Огородников. – Головне вид-во «Вища школа», 1983. – 175 с.
Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников. – Киев, УМК ВО, 1989. – 152 с.

Огородников В. А. Моделирование процессов обработки давлением на основе гипотезы о силовом и кинематическом подобии параметров деформирования / В. А. Огородников, А. В. Грушко, И. А. Деревенько // Обработка металлов давленим: Сб. научн. тр. – Краматорск: ДГМА. – 2012. – №4(34). – С. 46–52. – ISSN 2076–2151.
Огородников В. А. Напряжённое состояние при холодном прессовании / В. А. Огородников, Г. Д. Дель // Изв. ВУЗов. Цветная металлургия. – 1970. – № 4. – С. 141–146.
Параметры модели, формирующей карту материала в процесах обработки давлением / В. А. Огородников, Л. И. Алиева, В. М. Кожушаный,И. А. Деревенько // Обработка металлов давленим: Сб. научн. тр. – Краматорск: ДГМА. – 2011. – №1(26). – С. 91–98. – ISSN 2076–2151.
Огородников В. А. Диаграммыпластичности и особенности их построения / В. А. Огородников, И. Ю. Кирица, В. И. Музычук // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Зб. наук. пр. – Краматорськ. – 2006. – с. 251–255.
Огородников В. А. Энергия. Деформации. Разрушение. (Задачи автотехнической экспертизы). Монография / В. А. Огородников, В. Б. Киселев, И. О. Сивак - Винница. УНІВЕРСУМ– Вінниця, 2005. – 204 с. IBSN 966-641-117-2.
Огородников В. А. Выдавливание инструментальных сталей / В. А. Огородников, В. А. Рвачев, О. Л. Гайдамак // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №8. – С. 8–11.
Огородніков В. А.Зміцненнявалівпластичним деформуванням//В. А. Огородніков, В. Ф. Середюк, В. Л. Разуваєв // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1997. – № 1(14).– С. 67–71.
ОдингИ.А.Теорияползучести и длительной прочности металлов / И. А. Одинг, В. С. Иванова, В. В. Бурдукский , В. Н. Геминов. – М.:Металлургиздат, 1959. – 488 с.
Орленко Л.П. Поведение материалов при импульсных

нагрузках / Л. П. Орленко. – М.: Машиностроение, 1969. – 167 с.
Петров П .А. Моделирование выдавливания осесимметричной детали с помощью системы QFORM2D/3D / П. А. Петров, Д. А. Гневашев, Ю. К. Филиппов // Заготовительные производства в машиностроении. – 2003. – №12. – С. 26–27.
Полевой С. И. Упрочнение металлов. Справочник / С.И. Полевой,С. Д. Евдокимов. – М.Машиностроение, 1986. – 320 с.
РвачевМ. А. Анализ экспериментов по визиопластичности с помощью метода R-функций Текст. / М. А. Рвачев, В. Д.Покрас. – Деп. в УкрНИИНТИ, 18. 12.87, № 3194 Ук. – 87. – 22 с.
Сивак Р.И. Влияние неравномерности пластической деформации на использованный ресурс пластичности / Р.И.Сивак // Обработка материалов давленим: зб. науч. тр. – Краматорск: ДГМА. – 2012. – №3(32). – С.40–43. ISSN 2076–2151.
Сивак Р.І. Холодне комбіноване видавлювання :Монографія / Р.І. Сивак, В.А.Огородніков.–Вінниця: ВНТУ – 2011.–180 с.
Смирнов-Аляев Г.А. Механические основы пластической обработки металлов / Г. А. Смирнов-Аляев. – Л. Машиностроение, 1978. – 368 с.
СтепанскийЛ. Г. Расчетыпроцессовобработкиметаллов давлением / Л. Г. Степанский. – М.: Машиностроение, 1982. – 217 с.
Талыпов Г. Б. Исследование эффекта Баушингера / Г. Б. Талыпов // Известия АН СССР. Механика и машиностроение. – 1964. – №6. – С. 131–137.
Високошвидкісніметодиобробкиметалівтиском: Підручник / В. А.Тітов, Ю. Є. Шамарін, А. І. Долматов, В. К. Борисевич, В. О. Маковей, В. М.Алєксєєнко. – Київ: КВІЦ, 2010. – 303 с.: іл. – ISBN 978-966-2003-59-8
Теория ковки и штамповки / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др. Под ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1999. – 598 с.

Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. Изд.3-е, перераб. и доп. В двух частях. Часть первая. Деформация и разрушение / Я. Б. Фридман. – М.: Машиностроение, 1974. - 472 с.

Хилл Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 408 с.

ШофманЛ.А. Теорияирасчеты процессовхолоднойштамповки. Л. А. Шофман. – М.: Машиностроение, 1964. – 375 с.

Яковченко А. В. Аналитические методы моделирования нестационарных процессов обработки металлов давлением / А. В. Яковченко. – Донецк: ДонНИИЧермет, 1997. – 177 с.