IX Міжнародна конференція

КОНТРОЛЬ І УПРАВЛІННЯ В СКЛАДНИХ СИСТЕМАХ (КУСС-2008)

СЕКЦІЯ 3
Контроль і управління в окремих галузях

Підсекція 3.3
Контроль і управління в економіці

УДК 517.977

В. М. Михалевич, д.т.н.,проф.; В. О. Краєвський, к.т.н.

ВИТРАТА РЕСУРСУ ПРИ ДВОСТУПЕНЕВИХ ПРОЦЕСАХ У СИСТЕМАХ ЗІ СПАДКОВИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

У роботі [1] пропонується квазілінійна модель стомлюваності спортсмена на середніх та довгих дистанціях (легка атлетика, лижні перегони, біатлон, велоспорт і ін.):

$$\Psi(t) = \int_0^t \varphi\big(t-\tau; v(\tau)\big) \cdot v(\tau) \cdot d\tau \,, \tag{1}$$

де $\Psi(t)$ – параметр, який характеризує міру виснаження спортсмена (в початковий момент часу $\Psi(t=0)=0$, а в момент повної витрати сил спортсмена $\Psi(t=t_*)=\Psi_*=1$), $\varphi(t-\tau, v)$ – ядро спадковості (функція пам'яті, функція впливу); t, τ - час; v – швидкість спорсмена.

Ядро $\varphi(t-\tau, v)$ повністю визначається граничною кривою часу стаціонарної дії $t_{*c}= t_{*c}(v)$, яка відображує граничну відстань, що долає спортсмен за умови стаціонарного процесу ($v(t)=v_i$=const). Залежність $t_{*c}= t_{*c}(v)$ є характеристикою даного спортсмена і визначається експериментально. Очевидно, що це є неперервна монотонно спадна функція. Приймемо

$$t_{*c} = av^b \,. \tag{2}$$

Тепер ми можемо поставити таку задачу: для заданої довжини дистанції S знайти функцію розподілення швидкості руху спортсмена $v=v(t)$, при якій дистанцію буде подолано за мінімальний час t_*. Очевидно, що мінімальний час можна досягти при використанні усіх фізичних можливостей спортсмена на кінець дистанції, тобто $\Psi(t_*)=1$.

Розглянемо найпростішу схему розподілення швидкості спортсмена – двоступеневу. Тоді,

$$v(t) = \begin{cases} v_1, 0 \le t \le t_1; \\ v_2, t_1 < t \le t_*, \end{cases} \tag{3}$$

де $v_1 = const$, $v_2 = const$. Для схеми (3) із математичної моделі (1) отримаємо таке рівняння

$$\left(\frac{v_2 S_1 + v_1 (S - S_1)}{v_1 v_2 t_{*1}}\right)^{-\frac{1}{b}} - \left(\frac{S - S_1}{v_2 t_{*1}}\right)^{-\frac{1}{b}} + \left(\frac{S - S_1}{v_2 t_{*2}}\right)^{-\frac{1}{b}} = 1 \,. \tag{4}$$

Розв'язавши рівняння (4) відносно S_1 (довжина дистанції, яку спортсмен долає із швидкістю v_1), знаходимо мінімальний час t_* проходження дистанції із ступеневою зміною швидкості руху.

Розглянемо дистанцію $S = 3$ км і спортсмена, для якого значення параметрів граничної кривої часу стаціонарної дії (2) $a = 158{,}5126$, $b = -2.465$. Мінімальний час за який спортсмен може подолати задану дистанцію рухаючись із сталою швидкістю $v = 15$ км/год – 0.2 год. Якщо він буде рухатись швидше, то йому не вистачить ресурсу організму для подолання цієї дистанції, якщо повільніше – очевидно, час збільшиться. Припустимо спортсмен рухається по схемі (3) із $v_1 = 10$ км/год і $v_2 = 20$ км/год. Тоді із рівняння (4) $S_1 = 2.71063$ км, а час необхідний на подолання дистанції t_* =0.29 год, тобто час збільшився у порівнянні із рухом із стаціонарною швидкістю. Змінимо схему руху. Якщо $v_1 = 20$ км/год і $v_2 = 10$ км/год, то $S_1 = 2.529543$ км і t_* =0.17 год. Завдяки застосуванню такої схеми руху спортсмена вдалось скоротити час на подолання дистанції на 15%.

У роботі знайдено критеріальне співвідношення, яке випливає із квазілінійної моделі стомлюваності спортсмена (1) для випадку двоступеневої зміни швидкості. Результати обчислень за даним критеріальним співвідношенням показали, що застосувавши двоступеневу схему зміни швидкості можна досягти зменшення часу на подолання заданої дистанції у порівнянні із рухом спортсмена із сталою швидкістю. Пошук оптимальної функції зміни швидкості є предметом подальших досліджень.

Література

1. Михалевич В.М. Моделювання витрати ресурсу в системах зі спадковими властивостями // XIII Міжнародна конференція з автоматичного управління (Автоматика-2006). Тези доповідей. м. Вінниця, 25-28 вересня 2006 р. – Вінниця, УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – С. 288.