



$$I = \int_a^b f(x) dx$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2}$$

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

«СУЧАСНІ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ НАУК
У ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСАХ - 2013»

*Матеріали II регіональної науково-практичної конференції
молодих науковців*

Матеріали II регіональної науково-практичної конференції молодих науковців

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА
УКРАЇНИ**

ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. М.КОЦЮБІНСЬКОГО
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

*Кафедра вищої математики, інформатики,
та математичних методів в економіці*

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

**«СУЧАСНІ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ НАУК
У ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСАХ – 2013»**

Матеріали II регіональної науково-практичної конференції
молодих науковців

30 квітня 2013 року

Вінниця-2013

Збірник наукових праць «Сучасні застосування фундаментальних наук у виробничих процесах - 2013». Матеріали II регіональної науково-практичної конференції молодих науковців. - Вінниця: ВНАУ, 2013. - 293 с.

За точність викладення матеріалу та достовірність використаних фактів відповідальність несуть автори. Рукописи не рецензуються.

У збірнику подаються наукові статті та тези доповідей учасників II регіональної науково-практичної конференції молодих науковців «Сучасні застосування фундаментальних наук у виробничих процесах - 2013».

Голова редакційної колегії:

Найко Д.А., к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри вищої математики, інформатики та математичних методів в економіці ВНАУ

Члени редакційної колегії:

Мороз О.В., д.е.н., професор, директор ННІ «Аграрної економіки» ВНАУ

Михалевич В.М., д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики ВНТУ

Заболотний В.Ф., д.пед.н., професор, завідувач кафедри методики викладання фізики ВДПУ ім. М. Коцюбинського

Дзісь В.Г., к.т.н., доцент кафедри вищої математики, інформатики та математичних методів в економіці ВНАУ

Левчук О.В., к.пед.н., доцент кафедри вищої математики, інформатики та математичних методів в економіці ВНАУ

Коломісць А. М., д.пед.н., професор кафедри основ фундаментальних дисциплін

Смілянecь О.Г., к.пед.н., доцент кафедри вищої математики, інформатики та математичних методів в економіці ВНАУ

Шевчук О.Ф., к.ф.-м.н., старший викладач кафедри вищої математики, інформатики та математичних методів в економіці ВНАУ

Рекомендовано до друку науково-методичною комісією факультету обліку та аудиту ННІ аграрної економіки ВНАУ,
протокол № 8 від 20 березня 2013 року

*Відповідальний за випуск Найко Д.А.
Вістка Віталія Лисого*

© Колегія авторів
©ВНАУ-2013

ЗМІСТ

Секція 1. МАТЕМАТИКА

1. <i>Абрамчук В.С., д. пед. н., проф., Байдацький О.П., Войтовик О. В., студенти</i> ЗАСТОСУВАННЯ ЕРМІТОВОЇ СПЛАЙН-ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ КОНСТРУЮВАННЯ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ.....	4
2. <i>Бурдейна Л.І., к. пед.н., доц., Дрижук Н.В., студентка</i> МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ.....	8
3. <i>Бурдейна Л.І., к. пед.н., доц., Ковель О.О., студентка</i> ВИРОБНИЧА ФУНКЦІЯ ЯК ЕКОНОМІКО-СТАТИСТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВИРОБНИЦТВА В ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ.....	10
4. <i>Дубчак В. М., к.т.н., доц., Прокопчук С. М., Поп'як О. Г., студенти</i> ІСТОРІЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛ π ТА e	13
5. <i>Дубчак В.М., к.т.н., доц., Василенко Т.С., студентка</i> МАТРИЧНА МОДЕЛЬ ПАРАЛЕЛЬНОГО ОБЧИСЛЕННЯ МНОЖИНИ МОМЕНТНИХ ОЗНАК ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	20
6. <i>Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц., Антонюк Л. Е., студент</i> ВАРІАЦІЙНІ ПРИНЦИПИ В СТРУКТУРІ НАУКОВОГО ЗНАННЯ.....	24
7. <i>Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц., Гаїна А. О., студент</i> З ІСТОРІЇ ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ.....	26
8. <i>Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц., Живелюк О. Л., студент</i> ЗАДАЧІ, ЩО ПРИВОДЯТЬ ДО ПОНЯТТЯ ФУНКЦІОНАЛА.....	29
9. <i>Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц., Щербань Д. П., студент</i> ФОРМУЛА ЕЙЛЕРА ТА ПРИКЛАДИ ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ.....	33
10. <i>Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц., Соловей Ю. К., студент</i> ВАРІАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ІЗОПЕРИМЕТРИЧНОГО ТИПУ.....	37
11. <i>Найко Д.А., к. ф.-м. н., доц.</i> МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІЖГАЛУЗЕВОГО ДИНАМІЧНОГО БАЛАНСУ.....	42
12. <i>Найко Д. А., к. ф.-м. н., доц.</i> СТАТИЧНА МАКРОЕКОНОМІЧНА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА.....	49
13. <i>Найко Д.А., к. ф.-м. н., доц., Пацалюк О.А., студентка</i> ПРО ДЕЯКІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІКО-ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ.....	55
14. <i>Наконечна Л.Й., к. пед. н., доц., Гнатюк І.І., студент</i> ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ, ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ ТА РІЗНІ СПОСОБИ ДОВЕДЕННЯ.....	62
15. <i>Тимошенко О.З., к.ф.-м.н., доц., Романчук А.А., студентка Романчук О.А., студентка</i> ЧАСТИНІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ НЬЮТОНА-ЛОРЕНЦА, ЯКІ ІНВАРІАНТНІ ВІДНОСНО АБЕЛЕВИХ ТРІЙОК ОПЕРАТОРІВ.....	67
16. <i>Бубновська І.А., асистент, Чіков І., студент</i> СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ	

$$\begin{cases} x = \frac{C_1}{2}(2t - \sin 2t) + C_2, \\ y = \frac{C_1}{2}(1 - \cos 2t). \end{cases} \quad (13)$$

Якщо перетворити параметр підстановкою $2t = t_1$ і взяти до уваги, що $C_2 = 0$, бо $y(0) = 0$, то одержимо рівняння сімейства циклоїд в звичайній формі:

$$\begin{cases} x = \frac{C_1}{2}(t_1 - \sin t_1), \\ y = \frac{C_1}{2}(1 - \cos t_1). \end{cases} \quad (14)$$

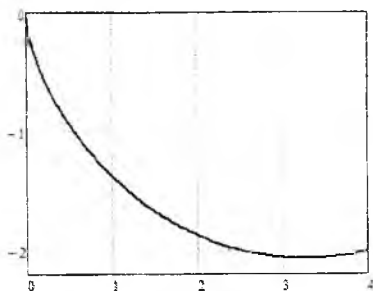


Рис. 1.

Отже, брахістохроною є циклоїда (рис. 1).

Література

1. Гельфанд И. М., Фомин С. В., Вариационное исчисление. – М: Физматгиз, 1961. – 228 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Гостехиздат, 1957. – 424 с.

Краєвський В. О., к.ф.-м.н., доц.

Соловей Ю. К., студент

Вінницький національний технічний університет

ВАРІАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ІЗОПЕРИМЕТРИЧНОГО ТИПУ

Анотація

В роботі розглянуто варіаційні задачі ізопериметричного типу. Сформульовано необхідну умову існування екстремалей для відповідних задач

та визначено суть принципу взаємності. Із застосуванням розглянутого математичного апарату розв'язано задачі визначення рівняння лінії заданої довжини, що обмежує найбільшу площу та визначення форми підвішеного абсолютно гнучкого, нерозтяжного однорідного канату

Ізопериметричними задачами в вузькому розумінні цього слова називаються задачі про пошук геометричної фігури максимальної площі при заданому периметрі.

У сучасному розумінні ізопериметричними задачами називається значно загальніший клас задач, а саме: усі варіаційні задачі, в яких потрібно визначити екстремум функціонала

$$v = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y_1', y_2', \dots, y_n') dx \quad (1)$$

при наявності так званих ізопериметричних умов

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y_1', y_2', \dots, y_n') dx = l_i, \quad (2)$$

$$(i = \overline{1, m}),$$

де l_i – сталі, m може бути більше, менше чи дорівнювати n .

Для одержання основної необхідної умови в ізопериметричній задачі про знаходження екстремуму функціонала (1) при наявності зв'язків (2) потрібно скласти допоміжний функціонал [1]

$$v^* = \int_{x_0}^{x_1} \left(F + \sum_{i=1}^m \lambda_i F_i \right) dx, \quad (3)$$

де λ_i – сталі, і написати для нього рівняння Ейлера

$$\Phi_{y_k} - \frac{d}{dx} \Phi_{y_k'} = 0, \quad (4)$$

$$k = \overline{1, n},$$

$$\Phi = F + \sum_{i=1}^m \lambda_i F_i.$$

Довільні сталі C_1, C_2, \dots, C_{2n} в загальному розв'язку системи рівнянь Ейлера та сталі $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ визначаються з граничних умов

$$y_k(x_0) = y_{k0}, y_k(x_1) = y_{k1}, (k = \overline{1, n}) \quad (5)$$

і з ізопериметричних умов

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i dx = l_i, (i = \overline{1, m}). \quad (6)$$

Система рівнянь Ейлера (4) для функціоналу v^* не змінюється, якщо (3) помножити на деякий сталий множник μ_0 і, отже, подати його у вигляді

$$\mu_0 v^* = \int_{x_0}^{x_1} \sum_{i=0}^m \mu_i F_i dx, \quad (7)$$

де введено позначення $F_0 = F$, $\mu_i = \lambda_j \mu_0$, $j = \overline{1, m}$. Тепер усі функції F_i входять симетрично, тому екстремалі у вихідній варіаційній задачі (1) та в задачі $\int_{x_0}^{x_1} F_s dx$ на знаходження екстремуму функціонала при наявності ізопериметричних умов

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i dx = l_i, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, s-1, s+1, \dots, m) \quad (8)$$

збігаються при будь-якому виборі s ($s = 0, 1, \dots, n$).

Ця властивість називається принципом взаємності. Наприклад, задача про максимум площі, що обмежена замкнутою кривою заданої довжини, і задача про мінімум довжини замкненої кривої, що обмежує задану площу, взаємні і мають спільні екстремалі.

Приклад 1. Знайти криву $y = y(x)$ заданої довжини l , для якої площа зображеної на рис. 1 криволінійної трапеції досягає максимуму.

Математична формалізація задачі така: $S = \int_{x_0}^{x_1} y dx \rightarrow \max$,

$$\begin{cases} \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + y'^2} dx = l; \\ y(x_0) = y_0; y(x_1) = y_1. \end{cases} \quad (9)$$

Розв'язання. Складаємо спочатку допоміжний функціонал

$$S^* = \int_{x_0}^{x_1} (y + \lambda \sqrt{1 + y'^2}) dx.$$

Оскільки підінтегральна функція не містить x , то загальний розв'язок рівняння Ейлера шукаємо, як $F - y'F'_y = C_1$ [2]. Тоді

$$y + \lambda \sqrt{1 + y'^2} - \frac{\lambda y'^2}{\sqrt{1 + y'^2}} = C_1,$$

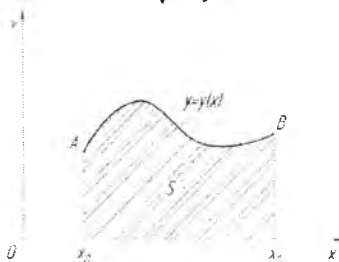


Рис. 1.

звідки

$$y - C_1 = \frac{-\lambda}{\sqrt{1 + y'^2}}.$$

Введемо параметр t , вважаючи $y' = \operatorname{tg} t$; тоді отримаємо

$$y - C_1 = -\lambda \cos t;$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} t,$$

звідки

$$dx = \frac{dy}{\operatorname{tg} t} = \frac{\lambda \sin t dt}{\operatorname{tg} t} = \lambda \cos t dt;$$

$$x = \lambda \sin t + C_2.$$

Отже, рівняння екстремалей у параметричній формі має вигляд:

$$\begin{cases} y - C_1 = -\lambda \cos t; \\ x - C_2 = \lambda \sin t, \end{cases}$$

чи, виключивши t , одержимо $(x - C_2)^2 + (y - C_1)^2 = \lambda^2$ – сімейство кіл. Сталі визначаються з умов (9).*Приклад 2.* Знайти форму абсолютно гнучкого, нерозтяжного однорідного канату довжиною l , що підвішений у точках A і B (рис. 2).Оскільки в положенні рівноваги центр ваги повинен займати найнижче положення, то задача зводиться до знаходження мінімуму статичного моменту P щодо горизонтальної осі Ox . Досліджуємо на екстремум функціонал

$$P = \int_{x_0}^{x_1} y \sqrt{1 + y'^2} dx$$

за умови, що

$$\int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + y'^2} dx = l.$$

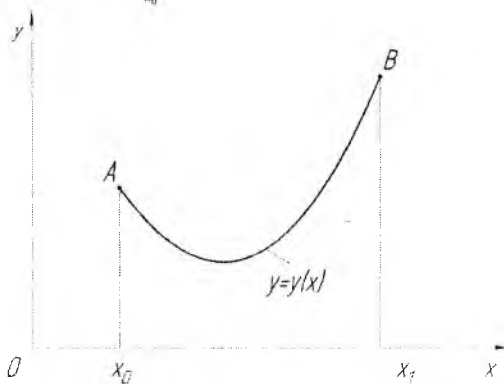


Рис. 2.

Розв'язання. Складаємо допоміжний функціонал

$$P^* = \int_{x_0}^{x_1} (y + \lambda) \sqrt{1 + y'^2} dx,$$

для якого рівняння Ейлера має вигляд

$$F - y' F_{y'} = C_1$$

$$(y + \lambda) \sqrt{1 + y'^2} - \frac{(y + \lambda) y'^2}{\sqrt{1 + y'^2}} = C_1,$$

відки

$$y + \lambda = C_1 \sqrt{1 + y'^2}.$$

Вводимо параметр t , вважаючи, що

$$y' = \operatorname{sh} t.$$

Відки

$$y + \lambda = C_1 \operatorname{ch} t;$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{sh} t;$$

$$dx = \frac{dy}{\operatorname{sh} t} = C_1 dt;$$

$$x = C_1 t + C_2,$$

чи включаючи параметр t отримаємо

$$y + \lambda = C_1 \operatorname{ch} \frac{x - C_2}{C_1},$$

тобто форма абсолютно гнучкого, нерозтяжного однорідного канату є дещогоювою лінією (рис. 3).

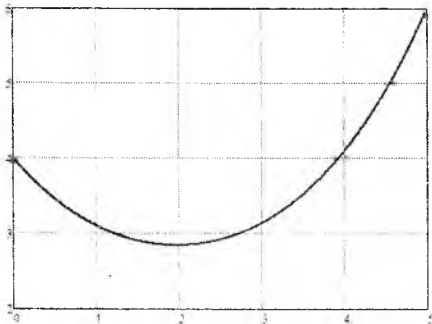


Рис. 3.

Література

Гельфанд И. М., Фомин С. В., Вариационное исчисление. — М. Физматгиз, 1961. — 228 с.

2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Гостехиздат, 1957. – 424 с.

Найко Д.А., к. ф.-м. н., доц.

Вінницький національний аграрний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІЖГАЛУЗЕВОГО ДИНАМІЧНОГО БАЛАНСУ

Анотація

Дана робота носить оглядово – аналітичний характер та стосується математичного моделювання міжгалузевого динамічного балансу

1. Динамічна модель Леонтьєва. Нехай економічна система має в своєму складі n галузей (і виробничу і споживчу) та n типів продуктів (товарів). Кожна галузь виробляє лише один продукт, різні галузі виробляють різні продукти. Коефіцієнти a_{ij} матриці прямих витрат $A = \|a_{ij}\|$ не залежать від часу та масштабу виробництва.

Час в моделі дискретний і змінюється через проміжки, що дорівнюють року $t = 1, 2, \dots, T$. Оскільки модель подаватимемо у вигляді матриці, то нижній індекс означатиме номер року.

В моделі використовуватимемо $(n + 1)$ змінних, що характеризують стан економіки в динаміці.

x_t – вектор-стовпець валових випусків галузей;

\bar{x}_t – вектор-стовпець галузевих потужностей (максимально можливих випусків);

v_t – вектор введення потужностей;

L_t – трудові ресурси.

Крім того розглядаємо такі матриці зі сталими коефіцієнтами (ліворуч вказуємо їхні розмірності):

$(n \times n)$ $B = \|b_{ij}\|$ – матриця фондомісткості;

$(n \times 1)$ $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)'$ – вектор-стовпець споживання в розрахунку на одного зайнятого;

$(1 \times n)$ $l = (l_1, l_2, \dots, l_n)$ – вектор-рядок трудомісткості.

В цих позначеннях модель записується так:

$$x_t \geq Ax_t + Bv_t + L_t c; \quad (1)$$

$$x_t \leq \bar{x}_{t-1}; \quad (2)$$

$$\bar{x}_t \leq \bar{x}_{t-1} + v_t; \quad (3)$$