УДК 621.77

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СТУПЕНЕВОЇ СХЕМИ ЗМІНИ ШВИДКОСТІ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ГАРЯЧОМУ ДЕФОРМУВАННІ

Михалевич Володимир Маркусович *д.т.н., професор*
Краєвський Володимир Олександрович *к.т.н., доцент*
Вінницький національний технічний університет
Michalevic V.
Kraєvsky V.
Vinnytsia National Technical University

Анотація: *у роботі визначено, що варіаційна задача визначення закону зміни швидкості деформування, при якому за заданий час матеріал отримує найбільшу деформацію, для моделі накопичення пошкоджень спадкового типу відносно багатоступінчастого деформування зводиться до задачі нелінійного програмування. Побудована загальна структура вирішення цього завдання для k-ступінчастої зміни швидкості і знайдені конкретні рішення для дво-, три- і шестиступенчатого деформування. Отримані результати показують, що для ступеневої деформування оптимальними є схеми зі зниженням швидкості деформування. При цьому зі збільшенням кількості ступенів максимально можлива накопичена деформація також збільшується.*

Ключові слова: *гаряче деформування, задача ізоперіметрічного типу, швідкості деформацій.*

Вступ

На відміну від холодного деформування при гарячому на інтенсивність накопичення пошкоджень, а, відповідно, й на граничну до руйнування деформацію, суттєво впливає швидкість деформування. Цей параметр у багатьох процесах обробки металів тиском можна варіювати в широких межах. Тому важливо навчитися управляти швидкістю деформування так, щоб забезпечити максимальне використання пластичних властивостей матеріалу.

Основна частина

Для оптимізації зміни швидкості деформацій при гарячому деформуванні в роботі [1] нами сформульовано варіаційну задачу ізопериметричного типу: визначити закон зміни швидкості деформації $\dot{\varepsilon}_u = \dot{\varepsilon}_u(t)$, при якому за заданий час t_* матеріал здобуває найбільшу деформацію ε_*

$$\begin{gathered}
\varepsilon_* = \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \to \max, \\
\begin{cases}
\int_0^{t_*} \varphi(t_* - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau = 1, \\
\int_0^{t} \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau \le 1, \ \forall t \in (0, t_*).
\end{cases}
\end{gathered} \tag{1}$$

де t, τ – час; $\varphi(t-\tau, I(\tau))$ – ядро спадковості; f – деяка функція.

Передостання умова в задачі (1) вказує на очевидний факт, що для забезпечення

ISSN 2306-756X

оптимального режиму необхідно використати весь ресурс пластичності матеріалу, тобто в момент часу t_* стан матеріалу повинен бути близьким до руйнування. У той же час остання умова виключає можливість передчасного руйнування матеріалу.

Задачу (1) розв'язано для класу кусково-сталих функцій: для двохступеневої [2] та трьохступеневої [3] схем зміни швидкості деформацій. Дотримуючись запропонованого у попередніх роботах алгоритму, узагальнимо постановку та розв'язання варіаційної задачі (1) на випадок k -ступеневої зміни швидкості деформацій

$$\dot{\varepsilon}_u = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1}, \ 0 \le t \le t_1; \\ \dot{\varepsilon}_{u2}, \ t_1 \le t \le t_2; \\ \dot{\varepsilon}_{uk}, \ t_{k-1} \le t \le t_*. \end{cases} \tag{2}$$

Для схеми деформування (2) варіаційна задача (1) зводиться до задачі нелінійного програмування

$$\varepsilon_* = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2}(t_2 - t_1) + \ldots + \dot{\varepsilon}_{uk-1}(t_{k-1} - t_{k-2}) + \dot{\varepsilon}_{uk}(t_* - t_{k-1}) \to \max;$$
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{k-1} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_* - t_{i-1})^n - (t_* - t_i)^n \right) \right] + \dot{\varepsilon}_{uk} (t_* - t_{k-1})^n = \gamma^n; \\ \dot{\varepsilon}_{u1} t_1^n \le \gamma^n; \\ \dot{\varepsilon}_{u1} \left(t_2^n - (t_2 - t_1)^n \right) + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_2 - t_1)^n \le \gamma^n; \\ \\ \sum_{i=1}^{k-2} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_{k-1} - t_{i-1})^n - (t_{k-1} - t_i)^n \right) \right] + \dot{\varepsilon}_{uk-1} (t_{k-1} - t_{k-2})^n \le \gamma^n. \end{cases} \tag{3}$$

у якій цільова функція залежить від $2k-1$ параметрів: $\dot{\varepsilon}_{u1}$, $\dot{\varepsilon}_{u2}, \ldots, \dot{\varepsilon}_{uk}$, t_1, t_2, …, t_{k-1}. Тут γ, n – сталі, що характеризують властивості матеріалу.

Аналіз двохступеневого та трьохступеневого деформування показав, що оптимальною є схема, при якій деформування на кожній ступені відбувається до моменту, що передує руйнуванню. З урахуванням цього на основі (3) отримаємо

$$\varepsilon_* = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2}(t_2 - t_1) + \ldots + \dot{\varepsilon}_{uk-1}(t_{k-1} - t_{k-2}) + \dot{\varepsilon}_{uk}(t_* - t_{k-1}) \to \max,$$
$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1} = \dfrac{\gamma^n}{t_1^n}; \\ \dot{\varepsilon}_{u2} = \dfrac{\gamma^n - \dot{\varepsilon}_{u1}\left(t_2^n - (t_2 - t_1)^n\right)}{(t_2 - t_1)^n}; \\ \dot{\varepsilon}_{uk-1} = \dfrac{\gamma^n - \sum_{i=1}^{k-2} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_{k-1} - t_{i-1})^n - (t_{k-1} - t_i)^n \right) \right]}{(t_{k-1} - t_{k-2})^n}; \\ \dot{\varepsilon}_{uk} = \dfrac{\gamma^n - \sum_{i=1}^{k-1} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_* - t_{i-1})^n - (t_* - t_i)^n \right) \right]}{(t_* - t_{k-1})^n}. \end{cases} \tag{4}$$

Після підстановки $\dot{\varepsilon}_{u1}, \dot{\varepsilon}_{u2}$, …, $\dot{\varepsilon}_{uk}$ в ε_* дістанемо

$$\varepsilon_* = F(t_1, t_2, \ldots, t_{k-1}) \to \max. \tag{5}$$

ISSN 2306-756X

Отже, у результаті задача нелінійного програмування (3) зведена до знаходження безумовного максимуму функції $k-1$ змінної. Очевидно, що необхідні умови екстремуму мають вигляд

$$\frac{\partial F}{\partial t_i}=0,\ i=\overline{1,k-1}. \tag{6}$$

Система (6) складається з $k-1$ нелінійних рівнянь. Проаналізувавши структуру задачі (4) було створено Maple-програму, у якій реалізовано автоматичну побудову виразу для цільової функції і системи (4) в залежності від кількості ступенів k. Крім того за допомогою інтелектуальних потужностей Maple відбувається автоматичне визначення рівнянь системи (6) та знаходження її розв'язків. Достовірність знайдених розв'язків для k-ступеневого закону зміни швидкості деформацій підтверджено розв'язками задачі для $k=2$ і $k=3$, які повністю співпали з результатами попередніх досліджень двохступеневої та трьохступеневої схем [2, 3].

Створену програму використали для моделювання безперервного кручення зразків зі сталі 14Х17Н2 при температурі 1150^{0}С [4]. При крученні з постійною швидкістю максимальна деформація, яку може витримати матеріал до руйнування $\varepsilon_*=1.8$. При використанні двохступеневої схеми деформування, параметри якої визначаються розв'язком системи (6)

$$\dot{\varepsilon}_u(t)=\begin{cases}0.4329\ c^{-1}, 0\le t\le 3.4268;\\ 0.0164\ c^{-1}, 3.4268<t\le 30,\end{cases} \tag{7}$$

одержимо деформацію $\varepsilon_*=1.914$. Згідно розрахунків оптимальна трьохступенева схема має вигляд

$$\dot{\varepsilon}_u=\begin{cases}1.59\ c^{-1}, 0\le t\le 0.821;\\ 0.048\ c^{-1}, 0.821<t\le 9.713;\\ 0.01\ c^{-1}, 9.713<t\le 30.\end{cases} \tag{8}$$

Цій схемі відповідає $\varepsilon_*=1.939$. Розв'язавши задачу (1) для випадку шести ступенів зміни швидкості деформування, отримаємо максимальну накопичену деформацію $\varepsilon_*=1.948$ при

$$\dot{\varepsilon}_u=\begin{cases}13.4567\ c^{-1}, 0\le t\le 0.079;\\ 0.3824\ c^{-1}, 0.079<t\le 1.021;\\ 0.0633\ c^{-1}, 1.021<t\le 4.379;\\ 0.0216\ c^{-1}, 4.379<t\le 11.230;\\ 0.0107\ c^{-1}, 11.230<t\le 21.021;\\ 0.0069\ c^{-1}, 21.021<t\le 30.\end{cases} \tag{9}$$

Динаміка зміни накопиченої деформації в процесі деформування при використанні різних режимів показана на рис. 1. Слід зазначити, що ефект від оптимізації буде більше для матеріалів з яскраво вираженою залежністю граничних деформацій від швидкості деформацій.

ISSN 2306-756X

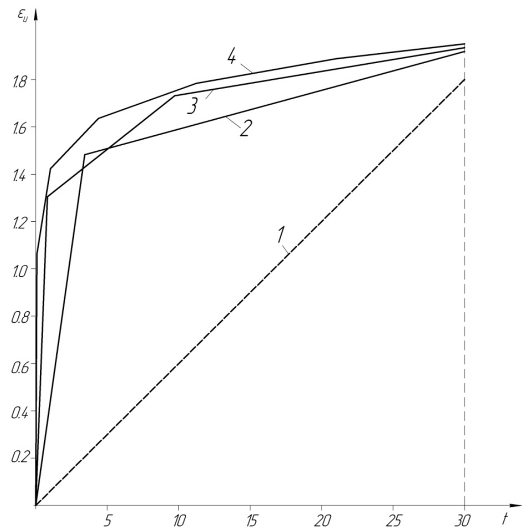

Рис. 1. Динаміка зміни накопиченої деформації:
1 – при деформуванні з постійною швидкістю; 2 – при деформуванні за схемою (7); 3 – при деформуванні за схемою (8); 4 – при деформуванні за схемою (9)

Отримані результати показують, що для ступеневого деформування оптимальними є схеми зі зниженням швидкості деформування. При цьому зі збільшенням кількості ступенів ε_* також збільшується. Тобто, можливо припустити, що найбільша величина накопиченої деформації ε_* буде у випадку, коли k нескінченно зростає. Розгляд задачі (3) при $k \to \infty$, а також введення в її структуру додаткових обмежень, зокрема на максимально можливу швидкість (з технологічних міркувань), є одним з напрямів подальшої роботи.

Висновки

1. Для визначення оптимальних параметрів ступеневої схеми зміни швидкості деформацій (2) при гарячому деформуванні, при якій за заданий час матеріалом здобувається найбільша деформація, запропоновано задачу нелінійного програмування (3).
2. Побудовано загальну структуру розв'язку задачі (3) для випадку k-ступеневої схеми зміни швидкості.
3. Знайдені розв'язки задачі (3) для двох-, трьох та шестиступеневого деформування.
4. Сформульовано задачі подальших досліджень.

Список літератури

1. Михалевич В. М. Формулювання варіаційної задачі для моделі накопичення пошкоджень при гарячому деформуванні / Михалевич В. М., Краєвський В. О. // В зб.: «Обробка матеріалів тиском» . Збірник наукових праць. – Краматорськ, 2009. – №2(21). – С. 12-16. – ISBN 978-966-379-339-9.

2. Михалевич В. М. Вісесиметрична осадка циліндричних заготовок / Михалевич В. М., Краєвський В. О., Добранюк Ю. В. // Наукові нотатки: міжвузівський збірник (за напрямом «Інженерна механіка»). – Луцьк: – 2009 – Випуск 25, ч. 1 – С. 241-249. – ISBN 5-7763-8653-5.

3. Михалевич В. М. Поиск решения вариационной задачи при горячем деформировании / Михалевич В. М., Краєвський В. О. // В зб.: «Обробка матеріалів тиском» . Збірник наукових праць. – Краматорськ, 2010. – №1(22). – С. 38-43.

4. Богатов А. А. Влияние горячей прерывистой деформации на пластичность металла / Богатов А. А., Смирнов М. В., Криницын В. А. и др. // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1981. – №12. – С. 37-40.

ISSN 2306-756X

References

1. Mykhalevych V. M. Formuliuvannia variatsiinoi zadachi dlia modeli nakopychennia poshkodzhen pry hariachomu deformuvanni / Mykhalevych V. M., Kraievskyi V. O. // V zb.: «Obrobka materialiv tyskom» . Zbirnyk naukovykh prats. – Kramatorsk, 2009. – №2(21). – S. 12-16. – ISBN 978-966-379-339-9.

2. Mykhalevych V. M. Visesymetrychna osadka tsylindrychnykh zahotovok / Mykhalevych V. M., Kraievskyi V. O., Dobraniuk Iu. V. // Naukovi notatky: mizhvuzivskyi zbirnyk (za napriamom «Inzhenerna mekhanika»). – Lutsk: – 2009 – Vypusk 25, ch. 1 – S. 241-249. – ISBN 5-7763-8653-5.

3. Mykhalevych V. M. Poisk resheniya variatsionnoy zadachi pri goryachem deformirovanii/ Mykhalevych V. M., Kraievskyi V. O. // V zb.: «Obrobka materialiv tyskom» . Zbirnyk naukovykh prats. – Kramatorsk, 2010. – №1(22). – S. 38-43.

4. Bogatov A. A. Vliyanie goryachey preryivistoy deformatsii na plastichnost metalla / Bogatov A. A., Smirnov M. V., Krinitsyin V. A. i dr. // Izv. vuzov. Chernaya metallurgiya. – 1981. – №12. – S. 37-40.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СТУПЕНЧАТОЙ СХЕМЫ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ГОРЯЧЕМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Аннотация: *в работе определено, что вариационная задача определения закона изменения скорости деформирования, при котором за заданное время материал получает наибольшую деформацию, для модели накопления повреждений наследственного типа относительно многоступенчатого деформирования сводится к задаче нелинейного программирования. Построена общая структура решения этой задачи для k-ступенчатого изменения скорости и найдены конкретные решения для двух-, трех- и шестиступенчатого деформирования. Полученные результаты показывают, что для ступенчатого деформирования оптимальными являются схемы со снижением скорости деформирования. При этом с увеличением количества ступеней максимально возможная накопленная деформация также увеличивается.*

Ключевые слова: *горячее деформирование, задача изопериметрического типа, скорости деформаций.*

OPTIMIZATION PARAMETERS STUPENCHATOY SCHEME CHANGE SPEED DEFORMATIONS AT BURNING DEFORMATION

Summari: *in the work it is defined, that variational problem of definition of the deformation rate change law at which the material receives the greatest strain for set time, for damages accumulation model of hereditary type with reference to the class of multistage deformation is reduced to the problem of nonlinear programming. The generic structure of this problem solution for the k-stage changing of the strain rate is constructed and concrete solutions for two-, three- and six-stage deformation are received. The received results show, that for step deformation schemes with rate of deformation lowering are optimum. Thus with increase in amount of steps the greatest possible cumulative strain also is increased.*

Keywords: *hot deformation problem izoperymetrychnoho type, speed deformation.*

ISSN 2306-756X