УДК 51-7

В. О. Краєвський[1]
В. М. Михалевич[1]

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ТЕОРІЇ ПІДСУМОВУВАННЯ ПОШКОДЖЕНЬ ІЗ ЗАДАЧЕЮ ПРО ТАУТОХРОНУ

[1]Вінницький національний технічний університет

Встановлено взаємозв'язок між спадковою теорією підсумовування пошкоджень та задачею про таутохрону. Це не тільки надало можливість виявити нові властивості визначального співвідношення цієї теорії, що базується на степеневому представленні інтегрального ядра, а й указує на більш глибинні її зв'язки з різними розділами математики, зокрема з теорією інтегральних рівнянь.

Ключові слова: підсумовування пошкоджень, таутохрона, гранична деформація, тривала міцність, модель спадкового типу, степеневе ядро.

Вступ

В загальному випадку процеси простого гарячого деформування супроводжуються монотонним збільшенням накопиченої деформації ε_i (параметр Удквіста)

$$\varepsilon_i(t)=\int_0^t \dot{\varepsilon}_i(\tau)\,d\tau, \tag{1}$$

де $\dot{\varepsilon}_i$ — інтенсивність швидкостей деформацій; t, τ — час.

Під граничною деформацією розумітимемо накопичену деформацію ε_i, що відповідає граничному стану матеріалу [1—13]. Експериментальні дані [7] та виробничий досвід обробки тиском [14] свідчать про те, що гранична деформація при ізотермічному деформуванні T = const за умов незмінного напруженого стану $\eta = \mathrm{const}$ залежить від закону зміни інтенсивності швидкостей деформацій $\dot{\varepsilon}_i = \dot{\varepsilon}_i(t)$. Для встановлення залежностей між граничною деформацією та законами зміни інтенсивності швидкостей деформацій існує теорія, що називається теорією граничних деформацій при гарячому деформуванні. Ця теорія є представником теорії підсумовування пошкоджень [7, 15—18]. Основна задача теорії підсумовування пошкоджень полягає у знаходженні граничного стану досліджуваного об'єкта для довільного нестаціонарного процесу. При цьому вважаються відомими умови досягнення граничного стану об'єкта для довільного стаціонарного процесу.

Скалярний варіант теорії граничних деформацій при гарячому деформуванні, що запропонований в [7, 18], побудовано за аналогією з варіантом теорії тривалої міцності, що розвинуто в працях [15—17]. Визначальне співвідношення спадкової теорії підсумовування пошкоджень з інтегральним ядром степеневого типу можна представити у вигляді

$$\psi(t)=B\cdot\int_0^t \frac{\varphi(\tau)}{(t-\tau)^{n-1}}\,d\tau; \tag{2}$$

$$\psi(0)=0;\quad \psi(t_*)=1;\quad 0<\psi(t)<1,\quad t\in(0,\,t_*), \tag{3}$$

де ψ — величина, що характеризує рівень накопичення пошкоджень у матеріальній частинці; t_* — граничний час, що відповідає руйнуванню зразка; t, τ — час; B, n — параметри моделі; φ — інтенсивність швидкостей деформацій $\dot{\varepsilon}_i$ (в теорії граничних деформацій при гарячому деформуванні) або інтенсивність напружень σ_i (в теорії тривалої міцності).

В лінійній моделі спадкового типу (2) параметри B, n визначаються на основі відповідних кривих граничного стану матеріалу

© В. О. Краєвський, В. М. Михалевич, 2016

$$t_{*c} = \left(\frac{n}{B \cdot \dot{\varepsilon}_i} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{4}$$

в теорії граничних деформацій при гарячому деформуванні або

$$t_{*c} = \left(\frac{n}{B \cdot \sigma_i} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{5}$$

в теорії тривалої міцності.

Незважаючи на те, що праці зі спадкової теорії тривалої міцності з'явилися на початку другої половини минулого століття [15—17] і давно стали класичними, а теорія граничних деформацій при гарячому деформуванні відома більш ніж чверть століття, і до того ж стала основою нового напрямку — постановки і розв'язання оптимізаційних задач, що інтенсивно розвивається у останні роки [19—23], невідомі праці в яких був би проведений аналіз цих моделей у зіставленні з іншими математичними моделями, подібної до (2) структури, що описують класичні задачі, зокрема відома задача варіаційного числення про таутохрону.

«Таутохрона» означає «рівночасна». Відомості про історію виникнення задачі про таутохрону та знаходження її розв'язку наведено в численних джерелах, зокрема в [24, 25]. Тут наведемо лише висловлювання, що вказує на зв'язок задачі про таутохрону з відомішою задачею про брахістохрону. Йоганн Бернуллі писав про своє захоплення, що він відчував з приводу встановлення несподіваної тотожності таутохрони Гюйгенса і його брахістохрони. На його думку природа завжди прагне діяти найпростішим способом, і тому тут дозволяє одній кривій виконувати дві різні функції.

Стисло задача про таутохрону може бути сформульована так: знайти криву, для якої важке тіло, поміщене в будь-яку її точку і рухаючись вздовж цієї кривої без тертя під дією сили тяжіння, досягає горизонталі за один і той самий час. Х. Гюйгенс, який вперше розв'язав задачу про таутохрону, формулював властивість шуканої кривої, як незалежність періоду коливань важкого тіла, що ковзає по цій кривій під дією сили тяжіння, від початкового положення тіла, тобто від амплітуди.

Метою роботи є встановлення взаємозв'язку між спадковою теорією підсумовування пошкоджень та задачею про таутохрону.

Висувається гіпотеза, що встановлення такого зв'язку сприятиме повнішому дослідженню властивостей визначальних співвідношень спадкової теорії підсумовування пошкоджень.

Результати дослідження

Розглянемо постановку та розв'язання задачі про таутохрону детальніше, дотримуючись методики [26].

При цьому проводитимемо її зіставлення з основною задачею теорії підсумовування пошкоджень.

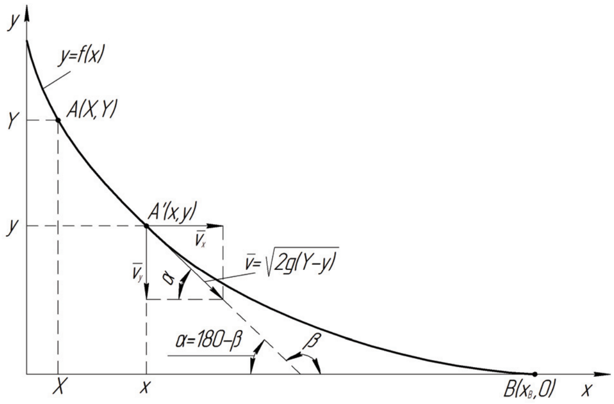

Рис. 1. Ілюстрація щодо постановки та розв'язання задачі про таутохрону

Матеріальна точка під дією сили тяжіння рухається у вертикальній площині (x, y) (рис. 1) вздовж деякої кривої $y = y(x)$. Потрібно визначити цю криву так, щоб матеріальна точка, що починає свій рух без початкової швидкості в точці A кривої з ординатою Y досягла осі x (точка B) за час

$$t = f_1(Y), \tag{6}$$

де $f_1(Y)$ — задана функція.

Нехай точка $A'(x, y)$ є поточним положенням вказаної матеріальної точки. Тоді абсолютна величина швидкості точки, що рухається, направлена по дотичній до кривої $y = y(x)$ і дорівнює

$$v=\sqrt{2g\left(Y-y\right)}\,, \tag{7}$$

а її вертикальна складова v_y визначається із відповідного прямокутного трикутника

$$v_y=-\sqrt{2g\left(Y-y\right)}\sin\left(\beta\right), \tag{8}$$

де β — кут нахилу до осі абсцис дотичної до графіка функції $y=y\left(x\right)$.

Оскільки під час руху матеріальної точки вздовж кривої $y=y\left(x\right)$ вертикальна складова її швидкості дорівнює

$$\mathrm{v}_y=\frac{dy}{dt}, \tag{9}$$

то з (8), (9) випливає

$$dt=-\frac{dy}{\sqrt{2g\left(Y-y\right)}\sin\left(\beta\right)}. \tag{10}$$

Знак «–» в останній формулі указує на збільшення t зі зменшенням y.

Інтегруванням обох частин останньої рівності, з урахуванням (6), отримаємо таке співвідношення:

$$\int\limits_0^Y\frac{u\left(y\right)dy}{\sqrt{Y-y}}=f\left(Y\right), \tag{11}$$

де
$$\frac{1}{\sin\left(\beta\left(y\right)\right)}=u\left(y\right); \tag{12}$$

$$f\left(Y\right)=\sqrt{2g}\cdot f_1\left(Y\right). \tag{13}$$

Звернемо увагу, що в рівнянні (11) невідома функція $u\left(y\right)$ входить під знак інтеграла. Такі рівняння називаються інтегральними. Вказане рівняння відоме як рівняння Абеля, який займався узагальненнями задачі про таутохрону.

Визначальне співвідношення спадкової теорії підсумовування пошкоджень (2), коли

$$n=\frac{1}{2}, \tag{14}$$

набуває вигляду:

$$\psi\left(t\right)=B\int\limits_0^t\frac{\varphi\left(\tau\right)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau.. \tag{15}$$

Звернемо увагу на тотожність структури рівнянь (11) та (15).

Після визначення функції

$$u\left(y\right)=\frac{1}{\sin\left(\beta\right)} \tag{16}$$

визначається функція

$$y=\Phi\left(\beta\right). \tag{17}$$

Далі, у відомому співвідношенні, що виражає геометричний зміст похідної

$$\frac{dy}{dx}=\mathrm{tg}\left(\beta\right), \tag{18}$$

замість диференціала функції підставимо його вираз відповідно до співвідношення (17) та отримаємо:

$$dx = \frac{\Phi'(\beta) \cdot d\beta}{\operatorname{tg}(\beta)}. \tag{19}$$

Інтегруванням останнього співвідношення отримаємо:

$$x = \int \frac{\Phi'(\beta) \cdot d\beta}{\operatorname{tg}(\beta)} = \Phi_1(\beta). \tag{20}$$

В результаті, шукана крива визначається параметричними рівняннями

$$\begin{cases} x = \Phi_1(\beta); \\ y = \Phi(\beta). \end{cases} \tag{21}$$

Отже, головним є визначення функції $u(y)$, тобто знаходження розв'язку інтегрального рівняння (11). У відповідності до [27], для знаходження вказаного розв'язку обидві частини рівняння множимо на $\frac{1}{\sqrt{z-Y}}$ та інтегруємо по Y в межах від 0 до z

$$\int_0^z \frac{dY}{\sqrt{z-Y}} \int_0^Y \frac{u(y)\,dy}{\sqrt{Y-y}} = \int_0^z \frac{f(Y)}{\sqrt{z-Y}} dY. \tag{22}$$

Повторний інтеграл у лівій частині рівності перетворимо, змінивши порядок інтегрування (формула Діріхле), та обчислимо внутрішній інтеграл:

$$\int_0^z \frac{dY}{\sqrt{z-Y}} \int_0^Y \frac{u(y)\,dy}{\sqrt{Y-y}} = \int_0^z u(y)\,dy \int_y^z \frac{dY}{\sqrt{(z-Y)Y-y}} = \pi \int_0^z u(y)\,dy. \tag{23}$$

Отримаємо співвідношення

$$\int_0^z u(y)\,dy = \frac{1}{\pi} \int_0^z \frac{f(Y)}{\sqrt{z-Y}} dY, \tag{24}$$

дифференціювання якого дає шуканий розв'язок.

Визначимо цю функцію для таутохрони. У цьому випадку час $t = f_1(Y)$, за який матеріальна точка подолає шлях від т. А до т. В не залежить від положення т. А, тобто (див. (6))

$$t = f_1(Y) = c = \text{const}. \tag{25}$$

Тоді, на основі (24), з урахуванням (13), отримаємо:

$$\int_0^z u(y)\,dy = \frac{\sqrt{2g}\,c}{\pi} \int_0^z \frac{dY}{\sqrt{z-Y}} = \frac{2\sqrt{2g}\,c}{\pi}\sqrt{z}. \tag{26}$$

Рівняння шуканої функції визначаємо диференціюванням останньої рівності:

$$u(z) = \frac{\sqrt{2g}\,c.}{\pi\sqrt{z}}. \tag{27}$$

На основі останнього співвідношення, з урахуванням (16) отримаємо:

$$y = \frac{2gc^2}{\pi^2} \sin^2(\beta), \tag{28}$$

а з урахуванням (17), (20) —

$$x = \frac{2gc^2}{\pi^2} \int \frac{2\sin(\beta)\cos(\beta)}{\operatorname{tg}(\beta)} d\beta = \frac{2gc^2}{\pi^2}\left(\beta + \frac{1}{2}\sin(2\beta)\right) + c_1. \tag{29}$$

де c_1 — стала інтегрування.

Остаточно автори отримали параметричне рівняння циклоїди, яке можна записати у вигляді

$$\begin{cases} x = 2r\left(\beta + \frac{1}{2}\sin(2\beta) - \frac{\pi}{2}\right); \\ y = r\left(1 - \cos(2\beta)\right), \end{cases} \qquad (30)$$

де r — радіус твірного кола

$$r = \frac{gc^2}{\pi^2}; \quad c_1 = -\pi r. \qquad (31)$$

Параметр β параметричного рівнянні циклоїди (30) має чіткий геометричний зміст — кут нахилу до осі абсцис дотичної до графіка функції $y = y(x)$, що ілюструється на рис. 1. Опосередкованою перевіркою правильності рівнянь циклоїди є справджуваність рівності (18), в чому легко переконатися

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2r\sin(2\cdot\beta)}{2r\left(1+\cos(2\beta)\right)} = \mathrm{tg}(\beta). \qquad (32)$$

Звернемо увагу на те, що в обох розглядуваних процесах фігурує час t, проте роль цього чинника суттєво різна. Для повнішого уявлення про аналогію між двома розглядуваними процесами складено табл. відповідності величин та їх позначень, що використані в запису розглянутих моделей.

Відповідність між величинами в моделях (2) та (11)

Змінні моделі (11), їх означення та межі зміни	Змінні моделі (2), їх означення та межі зміни
Y — ордината початкового положення матеріальної точки; $Y \in (0; 2\cdot r]$	t — час деформування; $t \in (0; \infty)$
$f(Y) = \sqrt{2\cdot g}\cdot t$, t — час, впродовж якого матеріальна точка долає відстань від т. А до т. В; $t \in \left(0, \pi\cdot\sqrt{\frac{r}{g}}\right]$	$\frac{\psi}{B}$ — рівень пошкоджень; $\frac{\psi}{B} \in \left(0; \frac{1}{B}\right)$
y — змінна інтегрування, що є ординатою поточного положення матеріальної точки; $y \in [0; Y]$	τ — змінна інтегрування, $\tau \in [0; t]$
$u = \frac{1}{\sin(\beta)}$ — шукана функція; $u \in [1; \infty)$	φ — шукана функція, що описує закон зміни визначальної величини; $\varphi \in [0; \varphi_*)$, φ_* — граничне значення
β — кут нахилу до осі абсцис дотичної до графіка циклоїди	—

Властивість незалежності часу досягнення осі x від початкового положення матеріальної точки на циклоїді у спадковій теорії підсумовування пошкоджень інтерпретується як незалежність від часу деформування рівня пошкоджень d

$$\psi(t) = B\int_0^t \frac{\varphi(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau = d = \mathrm{const}. \qquad (33)$$

Перевіримо чи задовольняє цій умові знайдений розв’язок

$$\varphi(t) = \dot{\varepsilon}_i(t) = \frac{k}{\sqrt{t}}. \qquad (34)$$

Підставляємо (34) в (33) та з урахуванням (15) і нерівності в (3), отримаємо:

$$\int_0^t \frac{kd\tau}{\sqrt{t-\tau}\sqrt{\tau}} = \frac{d}{B} < 1, \qquad (35)$$

звідки з урахуванням

$$\int_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}\cdot\sqrt{\tau}} = \pi \qquad (36)$$

отримаємо, що для будь яких траєкторій (34), якщо

$$k=\frac{d}{B\cdot\pi}, \quad (37)$$

рівень пошкоджень залишається незмінним у часі

$$\psi(t)=d\,, \quad (38)$$

з ростом пластичної деформації відповідно до співвідношення

$$\varepsilon_i(t)=\frac{2d}{B\pi}\cdot\sqrt{t}\,. \quad (39)$$

Отже, знайдено закон зміни швидкості деформацій, за яким матеріал виявляє властивості надпластичності. Це новий результат в спадковій теорії підсумовування пошкоджень, істинне значення якого потребує подальшого осмислення та експериментальних перевірок.

На рис. 2 показано граничні криві стаціонарного та нестаціонарного деформування. Для всіх кривих нестаціонарного деформування, що описуються рівнянням (34) та лежать нижче кривої 2, тобто для яких у (37) $d<1$, рівень пошкоджень є допустимим.

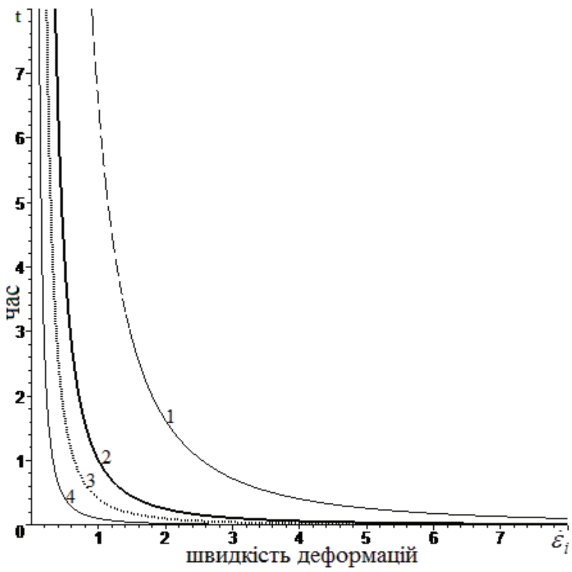

Рис. 2. Гранична крива стаціонарного деформування (2 — розрахунок за (4), $n=B=0{,}5$) та криві нестаціонарного деформування (1, 3, 4 — розрахунок за (34)) зі сталим рівнем пошкоджень: 1 — $d=4$; 3 — $d=1$; 4 — $d=0{,}5$

Висновки

Встановлення взаємозв’язку спадкової теорії підсумовування пошкоджень із задачею про таутохрону вказує на більш глибинні зв’язки цієї теорії з різними розділами математики, зокрема з теорією інтегральних рівнянь. Прослідковується надзвичайно цікавий зв’язок з дробовими операторами, а через них з фракталами, нанотехнологіями та інформаційними технологіями [29—32]. Встановлення таких взаємозв’язків сприятиме подальшому розвитку теорії підсумовування пошкоджень, поглибленню її теоретичного обґрунтування та посиленню прикладної спрямованості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. — М. : Машиностроение, 1978. — 174 с.

2. Кийко И. А. Теория разрушения в процессах пластического течения / И. А. Кийко // Обработка металлов давлением : сб. труд. — 1982. — С. 27—40.

3. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение / В. Л. Колмогоров. — М. : Металлургия, 1970. — 229 с.

4. Матвийчук В. А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов : моногр. / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. — Краматорск : ДГМА, 2009. — 268 с. — ISBN 978-966-379-317-7.

5. Михалевич В. М. Математичне моделювання механіки формоутворення при холодному торцевому розкочуванні / В. М Михалевич., В. О. Краєвський. — Вінниця: «УНІВЕРСУМ-Вінниця», — 2008. — 188 с. — ISBN 978-966-641-238-9.

6. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні : моногр. / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. — Вінниця : ВНТУ, 2013. — 180 с. — ISBN 978-966-641-532-8.

7. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич / Вінниця : «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1998. — 195 с.

8. Огородніков В. А. Деформація волочінням і фізико-механічні властивості тонких термопарних дротів / В. А. Огородніков, О. Ю. Співак, О. В. Грушко. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2014. — 112 с.

9. Огородніков В. А. Механіка процесів холодного пластичного деформування вісесиметричних заготовок з глухим отвором / В. А. Огородніков, І. Ю. Кириця, В. Є. Перлов. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2015. — 164 с.

10. Огородніков В. А. Механіка процесів холодного формозмінювання з однотипними схемами механізму деформації / В. А. Огородніков, В. І. Музичук, О. В. Нахайчук. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. — 179 с. — ISBN 978-966-641-217-4.

11. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. — К. : Выща шк., 1983. — 173 с.

12. Огородников В. А. Энергия. Деформация. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы) / В. А. Огородников, В. Б. Киселёв, И. О. Сивак. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. — 196 с.

13. Сивак, Р. І. Холодне комбіноване видавлювання : моногр. / Р. І. Сивак, В. А. Огородніков. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2011. — 179 с. — ISBN 978-966-641-397-3.

14. Жбанков Я. Г. Восстановление пластичности при изотермическом горячем дробном деформировании / Я. Г. Жбанков, Л. И. Алиева, В. М. Михалевич // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. — 2013. — № 7. — С. 12—17.

15. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности / А. А. Ильюшин // Механика твердого тела. — 1967. — № 13. — С. 21—25.

16. Ильюшин А. А. Основы математической теории термовязкой упругости / А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря. — М. : Наука, 1970. — 280 с.

17. Москвитин В. В. Сопротивление вязко-упругих материалов / В. В. Москвитин. — М. : Наука, 1972. — 327 с.

18. Михалевич В. М. Модель предельных деформаций при горячем деформировании / В. М. Михалевич // Изв. АН СССР. — 1991. — № 5. — С. 89—95. — (Металлы).

19. Mikhalevich V. M. Variational problems for damage accumulation models heritable type // V. M. Mikhalevich, V. O. Kraevskiy // The nonlinear analysis and application 2009: Materials of the international scientific conference (April 02—04th 2009, Kyiv). — Kyiv : NTUU «KPI», 2009. — P. 109—110.

20. Михалевич В. М. Вісесиметрична осадка циліндричних заготовок / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Наукові нотатки : міжвузівський зб. — Луцьк: — 2009 — Вип. 25. — Ч. 1. — С. 241—249. — ISBN 5-7763-8653-5. — (Інженерна механіка)

21. Михалевич В. М. Постановка и решение оптимизационных задач в теории деформируемости / В. Михалевич., В. Краевский // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». — К. : НТУУ «КПІ». — 2010. — С. 142—145. — (Машинобудування).

22. Михалевич В. М. Поиск решения вариационной задачи при горячем деформировании / В. Михалевич., В. Краєвський // Обработка материалов давлением. — Краматорск : ДГМА. — 2010. — № 1 (22). — С. 38—43.

23. Краевский В. А. Вариационные задачи в теории деформируемости // В. А. Краевский, В. М. Михалевич / Надійність і довговічність машин і споруд : Міжнар. наук.-техн. зб. — [К. : ІПМіцн. ім. Г. С. Писаренка НАНУ]. — 2013. — Вип. 37. — С. 90—97.

24. Берман Г. Н. Циклоида / Г. Н. Берман / М. : Наука, 1980. — 112 с.

25. Гиндикин С. Г. Рассказы о физиках и математиках / С. Г. Гиндикин / М. : МЦНМО, 2006 — 464 с.

26. Краснов М. Л. Интегральные уравнения / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. — М.: Наука, 1968. — 193 с.

27. Смирнов В. С. Курс высшей математики / В. С. Смирнов. — Т. 2. — М. : Наука, 1974. — 656 с.

28. Cycloid [Електронний ресурс] // Mathematical Etudes. — Липень 19, 2016. — Режим доступу : http://www.etudes.ru/en/etudes/cycloid/ .

29. Потапов А. А. Фракталы и дробные операторы в обработке информации — фундаментальное направление синергетики / А. А. Потапов // Известия ЮФУ. — 2011. — № 6. — С. 30—40. — (Технические науки).

30. Потапов А. А. Размышления о фрактальном методе, методе дробных интегропроизводных и фрактальной парадигме в современном естествознании (из записных книжек автора)/ А. А. Потапов // Радиоэлектроника. — 2012. — № 1, Т. 4. — С. 103—142. — (Наносистемы. Информационные технологии).

31. П’янило Я. Використання дробових похідних для аналізу нестаціонарного руху газу в трубопроводах за наявності компресорних станцій та відводів / Я. П’янило // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2012. — № 16. — С. 122—132.

32. П’янило Я. Дослідження спектрального методу розв’язування рівнянь у дробових похідних за часом у базисі многочленів Лагеррав / Я. П’янило, М. Васюник, І. Васюник // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2013. — № 18. — С. 173—179.

Рекомендована кафедрою вищої математики ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 13.09.2016

Краєвський Володимир Олександрович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, e-mail: kraila@ukr.net;

Михалевич Володимир Маркусович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, e-mail: vmykhal@gmail.com.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. O. Kraievskyi[1]
V. M. Mykhalevych[1]

Relationship Theory of Damage Summation with Problem of tautochrone

[1]Vinnytsia National Technical University

The relationship between the hereditary theory of damage summation and the problem of tautochrone is ascertained. This has not only made it possible to reveal new properties of the defining relation of this theory, based on the power expression of the integral kernel, but also indicates a deeper connection with various branches of mathematics, in particular the theory of integral equations.

Keywords: damage summation, tautochrone, maximum deformation, protracted durability, hereditary type model, power-mode kernel.

Kraievskyi Volodymyr O. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Chair of Higher Mathematics, e-mail: kraila@ukr.net;
Mykhalevych Volodymyr M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Higher Mathematics, e mail: vmykhal@gmail.com

В. О. Краевский[1]
В. М. Михалевич[1]

Взаимосвязь теории суммирования повреждений с задачей о таутохроне

[1]Винницкий национальный технический университет

Установлена взаимосвязь между наследственной теорией суммирования повреждений и задачей о таутохроне. Это не только позволило выявить новые свойства определяющего соотношения этой теории, базирующейся на степенном представлении интегрального ядра, но и указывает на более глубинные ее связи с различными разделами математики, в частности теории интегральных уравнений.

Ключевые слова: суммирование повреждений, таутохрона, предельная деформация, длительная прочность, модель наследственного типа, степенное ядро.

Краевский Владимир Александрович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, e-mail: kraila@ukr.net;
Михалевич Владимир Маркусович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, e mail: vmykhal@gmail.com