

УДК 621.317

## АЛГОРИТМ ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВИМІРЮВАННЯХ ПРИ ВИКОНАННІ МЕТРОЛОГІЧНИХ РОБІТ

*О.М. Васілевський*

### Постановка задачі

При складанні звіту щодо результату вимірювання фізичної величини необхідно подати кількісне значення якості результату так, щоб можна було вірно оцінити його надійність. Без такого значення результати вимірювань при виконанні метрологічних робіт не можна порівняти ні між собою, ні з довідниковими величинами. Тому необхідно, щоб була легкоздійснима, зрозуміла і загальноприйнята методика для характеристики якості результату вимірювання, тобто для оцінювання його невизначеності.

Поняття невизначеності як кількісної характеристики є порівняно новим в історії вимірювань, хоч похибка і аналіз похибки давно використовуються в практиці науки вимірювання чи метрології. На сьогоднішній день загально визнано, що, коли вже оцінено всі відомі та припустимі складові похибки і внесено відповідні поправки, все ще залишається невизначеність відносно істинності встановленого результату, тобто сумнів у тому, наскільки точно результат вимірювання відображає значення величини, що вимірюється [1, 2]. Так само, як практично універсальне використання Міжнародної системи одиниць (SI) внесло узгодженість у всі наукові та технологічні вимірювання, так і всесвітня узгодженість в оцінюванні невизначеності вимірювання повинна забезпечити належне розуміння і правильне використання широкого спектра результатів вимірювань в науці, техніці, торгівлі та промисловості. В еру світового ринку необхідно, щоб метод оцінювання невизначеності при виконанні метрологічних робіт був однаковим в цілому світі для того, щоб вимірювання, проведені в різних країнах, можна було легко порівняти. Тому розробка єдиної методики оцінювання невизначеності результатів вимірювань при виконанні метрологічних робіт є важливою задачею на шляху до взаємного визнання результатів випробувань.

### Аналіз стану досліджень та публікацій

Курс України на європейську і міжнародну інтеграцію зумовлює необхідність переходу до єдиних стандартів в галузі планування, проведення і обробки результатів вимірювань. Впровадження ДСТУ ISO/IEC 17025 – 2001 у випробувальних і калібрувальних лабораторіях України обумовило необхідність виконання вимог пункту 5.4.6 цього стандарту "Оцінювання невизначеності вимірювання" [3]. Основою цих стандартів є Рекомендація INC-1 "Виразення експериментальних невизначеностей", яка визначила класифікацію невизначеностей за типом А і В в залежності від способу оцінки результатів вимірювань, вираження цих невизначеностей у вигляді стандартних відхилень і коваріацій та способів їх сумування [4]. У наведених вище документах [1, 3, 4] в якості головної форми вираження невизначеності нормується сумарна стандартна невизначеність, а інтегральна оцінка (розширена невизначеність) розглядається як додаткова і приводиться один із варіантів наближеного розрахунку коефіцієнту охоплення як коефіцієнта Стюдента з числом степенів вільності, що визначається за формулою Велча-Саттерсвейта. Але такий спосіб оцінювання невизначеності вимірювань не враховує вплив домінуючих складових невизначеностей типу В, закон розподілу яких відрізняється від нормального, а формула Велча-Саттерсвейта взагалі не враховує наявність кореляції між вхідними величинами.

### Формування цілей статті

З огляду на вище сказане, метою статті є побудова єдиного алгоритму виконання обчислень для оцінювання сумарної і розширеної невизначеностей, враховуючи значення коефіцієнту охоплення і наявність кореляції між вхідними величинами з наведенням відповідних формул для їх розрахунку.

### Алгоритм обчислення оцінок невизначеності результатів вимірювань

Основні етапи виконання обчислень невизначеності у вимірюваннях відповідають загальному алгоритму, який представлено на рис. 1 і полягають в наступному.

1. Складання математичної залежності (рівняння вимірювань) між вихідною  $Y$  і вхідними  $X_i$  ( $X_1, \dots, X_N$ ) величинами, від яких вона залежить:  $Y = f(X_1, \dots, X_N)$ . Функція  $f$  повинна містити кожен величину, включаючи всі поправки та поправочні множники на відомі систематичні ефекти, яка може внести значну складову в невизначеність результату вимірювання, основні та додаткові абсолютні похибки засобів вимірювальної техніки, що використовуються при вимірюваннях. Під час складання математичної залежності необхідно дотримуватися рекомендацій, які приведені в МІ 13.002-2003 [5].

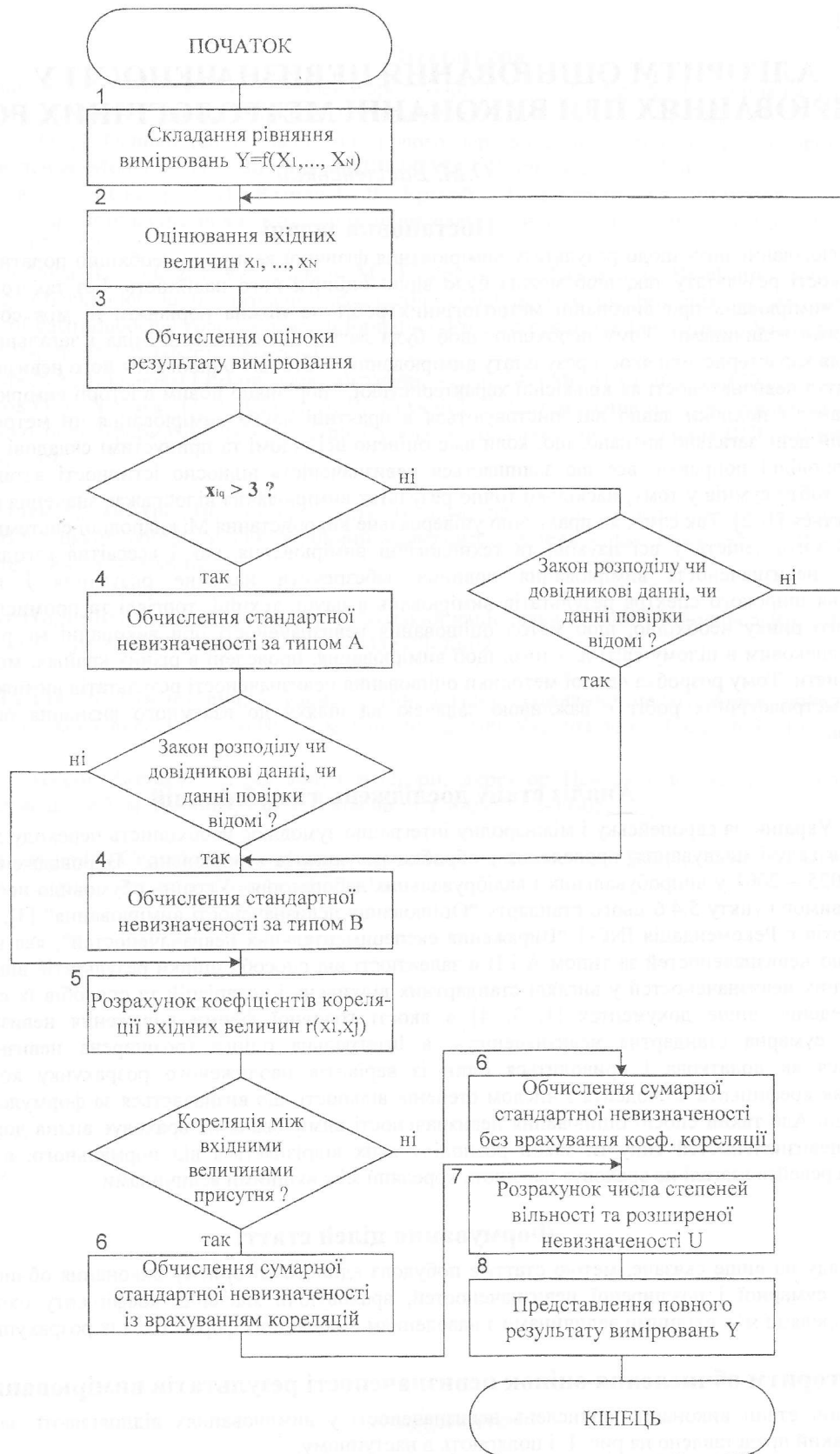


Рисунок 1 - Алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при виконанні метрологічних робіт

2. Визначити  $x_i$  – оцінене значення вхідної величини  $X_i$  або на основі статистичного аналізу серії спостережень, або іншим способом (оцінювання із зовнішніх джерел, таких як величини, пов'язані з атестованими еталонами, стандартними зразками речових і матеріалів чи стандартними довідниковими даними).

При проведенні багатократних вимірювань за значення  $i$ -тої вхідної величини  $x_i$  приймають середнє арифметичне  $\bar{x}_i$  результатів ряду окремих спостережень  $x_{iq}$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq} \quad (1)$$

В отриманні значення  $x_1, \dots, x_N$  вносяться поправки на відомі систематичні ефекти.

3. Обчислення оцінки результату вимірювання вихідної величини  $y$  отримують при підстановці в рівняння вимірювань оцінок вхідних величин:  $y=f(x_1, \dots, x_N)$ . В деяких випадках для зменшення впливу нелінійності рівняння вимірювання і врахування кореляції між вхідними величинами, вихідну величину оцінюють за формулою

$$y = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n f(x_{1q}, \dots, x_{Nq}) \quad (2)$$

4. Якщо кількість спостережень  $i$ -тої вхідної величини більше трьох і невідомо ні закону розподілу ймовірності, ні довідникових даних, ні даних перевірки чи калібрування, то стандартна невизначеність  $u(x_i)$  розраховується тільки за типом А, що описується формулою

$$u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2} \quad (3)$$

Якщо ж відомі і результати багатократних спостережень вхідної величини і данні зовнішніх джерел (отримані іншими способами), що перераховані в пункті 2, то крім розрахунку стандартної невизначеності типу А, необхідно проводити обчислення стандартних невизначеностей типу В.

Стандартні невизначеності типу В, можна обчислювати через верхні і нижні границі  $[a_-; a_+]$  припустимого закону розподілу, чи проміжок  $U_p$ , що має заданий рівень довіри  $p$ .

Для заданих границь закону розподілу стандартна невизначеність типу В обчислюється таким чином:

а) для рівномірного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{12}}; \quad (4)$$

б) для трикутного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{24}}; \quad (5)$$

в) для трапецієдального закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{24}} \sqrt{1 + \beta^2} \quad (6)$$

при зміні  $\beta$  від 0 до 1 трапецієдальний закон розподілу змінюється від трикутного до рівномірного;

г) для експоненціального (асиметричного) закону розподілу

$$u_B(X_i) = \sqrt{\frac{(a_+ - x)(x - a_-) - (a_+ - 2x + a_-)}{\lambda}} \quad (7)$$

де  $x$  – очікуване значення;  $\lambda$  - параметр розподілу.

Для заданих проміжків  $U_p$  з відомим рівнем довіри  $p$ , при припущенні нормального закону розподілу, невизначеність типу В визначається як

$$u_B(x_i) = \frac{U_p}{k_p}, \quad (8)$$

де  $k_p$  – коефіцієнт охоплення, який для нормального закону розподілу, відповідно дорівнює 1,64; 1,96 і 2,58 для рівнів довіри 0,9; 0,95 і 0,99.

При відсутності багаторазових спостережень та наявності інших даних (нестатистичних), розраховується тільки стандартна невизначеність типу В у відповідності з формулами (4) – (8).

5. Якщо значення яких-небудь вхідних величин ( $x_i$ ,  $x_j$ ) пов'язані між собою (попарно корельовані), то необхідно розрахувати коефіцієнт кореляції за формулою

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}}, \quad (9)$$

де  $l = 1, \dots, n_{ij}$ ;  $n_{ij}$  – кількість пов'язаних пар результатів вимірювань.

6. Обчислення сумарної стандартної невизначеності  $u_c(y)$  результату вимірювання  $y$  із врахуванням стандартних невизначеностей типу А і В (А або В) та коефіцієнтів кореляцій.

При відсутності кореляції між вхідними величинами сумарну стандартну невизначеність визначають за формулою

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i), \quad (10)$$

де  $c_i = \partial f / \partial x_i$  – коефіцієнти чутливості, що показують, як оцінка вихідної величини змінюється зі зміною значень вхідних оцінок  $x_1, \dots, x_N$ .

При наявності кореляцій між вхідними величинами сумарну стандартну невизначеність обчислюють за формулою

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j), \quad (11)$$

де  $u(x_i)$  – стандартна невизначеність  $i$ -тої вхідної величини, яка розрахована за типом А або за типом В.

Якщо вклади в  $u_c^2(y)$  стандартних невизначеностей оцінювалися окремо за типом А і за типом В, то позначивши їх як  $u_{cA}^2(y)$  і  $u_{cB}^2(y)$  та розраховавши окремо згідно рівняння (10) або (11), отримаємо загальну сумарну стандартну невизначеність, яка пов'язана із сумарними невизначеностями типу А і В співвідношенням

$$u_c^2(y) = u_{cA}^2(y) + u_{cB}^2(y). \quad (12)$$

7. Для розрахунку розширеної невизначеності  $U$  потрібно отримати значення коефіцієнту охоплення  $k$ , що створює проміжок, який відповідає заданому рівню довіри  $p$ . В загальному випадку коефіцієнт охоплення вибирають у відповідності з формулою

$$k = t_p(v_{\text{eff}}), \quad (13)$$

де  $t_p(v_{\text{eff}})$  – квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів вільності  $v_{\text{eff}}$  і довірчою ймовірністю  $p$ .

Значення коефіцієнту  $t_p(v_{\text{eff}})$ , як правило вибирається з довідникової таблиці за значенням ефективного числа степенів вільності, що розраховується за формулою

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^4}, \quad (14)$$

де  $v_i$  – число степенів вільності під час визначення оцінки  $i$ -тої вхідної величини.

При сумуванні невизначеностей середніх значень вхідних величин, що визначалися за типом А, число степенів вільності визначається з виразу:  $v_i = n_i - 1$ , а при сумуванні невизначеностей отриманих за типом В число степенів вільності приймається рівним нескінченності ( $v_i = \infty$ ) [6].

Розрахувавши ефективне число степенів вільності  $v_{\text{eff}}$  та вибравши коефіцієнт охоплення  $k$ , отримаємо розширену невизначеність, яка обчислюється за формулою

$$U = k \cdot u_c(y). \quad (15)$$

8. Представлення повного результату вимірювання включає в себе оцінку вихідної величини і приписане їй значення розширеної невизначеності із зазначенням рівня довіри

$$Y = y \pm U, p = 0,95. \quad (16)$$

Значення розширеної невизначеності вказується з кількістю значущих цифр, не більше двох. Результат вимірювання, як і значення вхідних величин, заокруглюють так, щоб вони відповідали своїм невизначеностям.

При виконанні метрологічних робіт та представленні результатів вимірювань рекомендується наводити достатню кількість інформації для того, щоб можна було проаналізувати чи повторити весь процес отримання результату вимірювання і обчислення невизначеностей вимірювань, а саме:

- алгоритм отримання результату вимірювань;
- алгоритм розрахунку всіх поправок та їх невизначеностей;
- невизначеності всіх використовуваних даних та способи їх отримання;
- алгоритми обчислення сумарної і розширеної невизначеностей [6].

### Висновки

На основі міжнародних стандартів та керівництва по вираженню невизначеності вимірювань описано процедуру оцінки і вираження невизначеності та розроблено алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при проведенні метрологічних робіт, що представлено на рис. 1. Такий алгоритм оцінювання невизначеності вимірювань дозволяє враховувати наявність кореляції при розрахунках сумарних стандартних невизначеностей і ефективного числа степенів вільності та автоматизувати процедуру оцінювання невизначеності.

Запропонований алгоритм оцінювання невизначеності вимірювань у подальшому може бути використаний як для автоматизації процесу обчислення оцінок невизначеності вимірювань, так і при розробці єдиної методики оцінювання і вираження невизначеності результатів вимірювань в Україні, що дозволить легко порівнювати результати вимірювань фізичних величин у різних країнах світу.

### Список літератури

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Geneva: ISO, 1993. – 101 p.
2. Сопрунюк П.М., Василевский А.Н., Чабанюк Ю.А. Неопределенность результатов измерений при контроле асинхронности вращения электромеханических преобразователей // Системы обработки информации. – 2006. – Выпуск 7 (56). – С. 72 – 75.
3. ДСТУ ISO/IEC 17025-2001. Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій. – К.: Держстандарт України, 2001.
4. Giacomo P. The expression of Experimental Uncertainties (Recommendation INC-1), BIMP // Metrologia. – 1981. - №11. – P. 73.
5. МІ 13.002-2003. Методика обґрунтування рівнянь вимірювань та оцінки методичної складової похибки (невизначеності) результатів вимірювань. – Харків: ХДНДІМ. – 2003. – 11 с.
6. МИ 2552-99. ГСИ. Руководство по выражению неопределенности измерений. – Санкт-Петербург: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999. – 27 с.

**Васілевський Олександр Миколайович** – к.т.н., старший викладач кафедри метрології та промислової автоматики Вінницького національного технічного університету, 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, тел. 59-86-72, e-mail: wasilevskiy@mail.ru.