УДК 621.391

П. Козлюк (м. Вінниця)

ДИСКРЕТНЕ ЗНАКОЗМІННЕ q-ПЕРЕТВОРЕННЯ

При обробці сигналів засобами спектрального аналізу важливе значення має вибір ортогонального дискретного перетворення. Це відбувається за рахунок того, що досліджуваний сигнал можливо зобразити за допомогою різних базисних функцій з відповідно різною кількістю спектральних коефіцієнтів. Задача пошуку оптимальної системи базисних функцій полягає у дослідженні апріорних відомостей про імовірнісні характеристики досліджуваного сигналу з урахуванням вимог до апроксимації. Одною з основних вимог до апроксимації є обчислювальна складність. Тому на практиці найчастіше використовують системи базисних функцій, що допускають швидкі алгоритми обчислення. Крім того, для аналізу широкого кола сигналів з розривами, гострими піками, стрибками та іншими неоднорідностями бажано щоб перетворення ділило сигнал на локальні частотні зони, а базисні послідовності мали також і часову локалізацію. Тому в наш час широко застосовується Wavelet-перетворення.

Пропонується ортогональне дискретне перетворення (q-перетворення), з можливістю зміни параметрів базисних функцій. Матриця q-перетворення розмірності N має такий вигляд:

$$Q_N = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N-1,1} & a_{N-1,2} & a_{N-1,3} & a_{N-1,4} & {}_{N-1,5} & \dots & a_{N-1,N-1} & a_{N-1,N} \\ a_{N,1} & a_{N,2} & a_{N,3} & a_{N,4} & a_{N-1,5} & \dots & a_{N,N-1} & a_{N,N} \end{vmatrix},$$

де

$$a_{ij} = \begin{cases} m_i \cdot q^{n_1-(i-1)}, & j=1; \\ m_i \cdot q^{2n_1-(i-j)}, & 1<j\le i,\ 1<i\le N; \\ -q^{-1}, & j=i+1,\ 1\le i\le N-1; \\ 0, & j>i+1; \end{cases},$$

$$m_i = \begin{cases} 1, & i<N; \\ q^{-n_1}, & i=N. \end{cases}$$

Генерацію базисних послідовностей виконують задаючи параметр q та визначаючи відповідний параметр n_1 із рівняння:

$$q^{2(n_1+1)} - q^2 + 1 = 0 .$$

Основні властивості q-перетворення:
- ефективний алгоритм швидкого перетворення (рекурентний характер обчислення вимагає тільки два множення і два додавання на один спектральний коефіцієнт не залежно від розмірності N);
- довільна розмірність N швидкого перетворення;
- мінімальна затримка видачі спектрального коефіцієнта при обробці в темпі надходження вхідних відліків;
- можливість адаптації до сигналу форм базисних послідовностей шляхом зміни параметра q .

Базисні послідовності (за виключенням невеликої кількості початкових) є зсунутими квазиекспоненціальними послідовностями і процес обчислення спектральних коефіцієнтів можна представити як знаходження вихідного значення нерекурсивного фільтра, коефіцієнтами якого є відліки базисної послідовності. За своїми частотними і кореляційніми властивостями базисні послідовності близькі до широкосмугових сигналів.

В доповіді пропонується розширити набір базисних послідовностей q-перетворення за рахунок зміни знаків відліків базисних послідовностей .Така зміна знаків дозволяє генерувати декілька твірних базисних послідовностей з різними частотними характеристиками. Наприклад, можна побудувати матрицю q-перетворення, базисні послідовності якої з парними номерами мають частотну характеристику низькочастотного фільтра, а з непарними номерами – частотну характеристику високочастотного фільтра.

При використанні знакозмінних q-перетворень, базисні послідовності яких мають фільтруючу властивість, отримуємо спектральні коефіцієнти, що виділяють низько- і високочастотні компоненти сигналу. При цьому можна застосовувати метод кратномасштабного аналізу, тобто, послідовного розділення частотних смуг з використанням однієї пари фільтрів, який використовується при Wavelet-аналізі.