

А. Я. Кулик, д.т.н., професор,
С. Г. Кривогубченко, к.т.н., доцент,
Ю. Ю. Іванов

Вінницький національний технічний університет

АПАРАТНА РЕАЛІЗАЦІЯ MAP ДЕКОДЕРА ДЛЯ ТУРБО-КОДІВ

В статтє рассмотрен алгоритм MAP, которьй является одним из методов работы с временным перспективным для передачи информации турбо-кодом. Приведен алгоритм работы декодера для «жесткого» и «мягкого» нахождения решений. Проведено сравнение сложности операций для данного метода. Приведен математический аппарат для расчета метрик и разработана аппаратная архитектура для работы с MAP декодером. Показано моделирование работы алгоритма MAP для турбо-кода с разной длиной блока и при увеличении итераций декодирования.

Ключевые слова: турбо-код, помехоустойчивость, обобщенная структура для работы с информацией, MAP, аппаратная архитектура, длина блока, моделирование BER.

In the article MAP algorithm, which is one of the methods of working with modern turbo-code, promising for information transfer, is considered. The algorithm of decoder work for «hard» and «soft» finding of solutions is shown. The comparison of operations complexity for this method is carried out. Mathematic formula for metrics calculation is shown and hardware architecture for working with MAP decoder is developed. The simulation of MAP algorithm work for turbo-code with different block length and with increase of decoding iterations is shown.

Key words: turbo-code, noise immunity, generalized structure for working with information, MAP, hardware architecture, block length, simulation of BER.

Вступ. Для боротьби із завадами в системах передавання даних на всіх етапах і в усіх процедурах збирання, оброблювання та передавання інформації застосовується завадостійке кодування, яке дозволяє здійснити захист даних в пам'яті обчислювального пристрою та накопичувачах інформації, забезпечуючи надійність і вірогідність переданої інформації. Оскільки дані передаються між обчислювальними терміналами, літальними апаратами, супутниками та іншими інформаційно-обчислювальними системами, то очевидно, що в час новітніх технологій інформація стала об'єктом автоматизованого оброблення [1].

Найбільш помітним досягненням у теорії завадостійкого кодування за останні роки є турбо-коди. Вони володіють особливою здатністю забезпечувати характеристики завадостійкості передавання інформації, близькі до теоретично отриманих значень. Турбо-код – потужний метод корекції помилок, який застосовують, щоб кодувати об'ємні інформаційні повідомлення для високошвидкісного передавання даних з великою завадостійкістю. Для декодування розглянутого коду можна використовувати SOVA – різновид алгоритму Вітербі. Оптимальним є алгоритм MAP декодування турбокодів. Доцільно розглядати також модифікації log-MAP та max-log-MAP, які знижують обчислювальну складність процесу декодування. Декодери MAP показують кращу енергетичну ефективність, але приблизно вдвічі складніші в реалізації, ніж SOVA декодери [2].

Турбо-коди дозволяють збільшити швидкість та надійність передавання інформації, не вимагаючи збільшення потужності передавача, а також можуть бути використані для зменшення необхідної потужності при передаванні із заданою швидкістю, що, безперечно, робить їх застосування перспективним [3]. Використання турбо-кодування дозволяє працювати при значно більш низьких співвідношеннях сигнал/шум, ніж при застосуванні згорткового кодування за Вітербі або каскадних кодів Вітербі-Ріда-Соломона. Розглянутий код забезпечує роботу при співвідношенні сигнал/шум приблизно 2 дБ в лініях, обмежених по доступній потужності [2, 3].

Завадостійке турбо-кодування використовується на практиці в космічних та мобільних супутникових комунікаціях (наприклад, стандарти DVB-RCS, W-CDMA, CDMA2000, IEEE P1901), цифровому телебаченні (ViaSat, HDTV) [1]. Отже, дослідження систем із застосуванням турбокодів є актуальними.

Потрібно аналізувати існуючі та синтезувати нові методи, які дозволяють підвищити ефективність декодування турбо-коду. Декодери завадостійких кодів є найбільш складними для апаратної та програмної реалізації, оскільки при проектуванні сучасних інформаційних систем до них висуваються умови роботи з максимальною швидкістю передавання інформації. Тому для розподілених комп'ютерних систем різного функціонального призначення розробляється апаратна архітекту-

ра та програмне забезпечення з використанням мов програмування високого рівня та проведенням комп'ютерного імовірнісного і математичного моделювання характеристик турбокоду, необхідних для дослідження ефективності та достовірності розроблених засобів.

Постановка задачі. Таким чином, удосконалення алгоритмів роботи з турбокодом та розробка нових методик його реалізації, приймання та формування з використанням обчислювальної потужності технічних пристроїв, а також дослідженням ймовірнісно-енергетичних характеристик процесу передавання інформації з використанням технічних засобів є актуальними теоретичними і прикладними проблемами.

Існує достатня кількість наукових праць, в яких досліджуються та вирішуються подані проблеми, наприклад, [1–8] або інші, пов'язані з даною тематикою.

Мета статті – на основі аналізу MAP декодера для завадостійкого турбокоду синтезувати апаратну архітектуру для роботи з даним кодом у розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення та виконати моделювання для визначення ймовірності помилки на біт при декодуванні переданої інформації.

Розв'язок задачі. Для розуміння математичного апарату, наведеного далі, доцільно розглянути узагальнену структуру для роботи з інформацією (рис. 1), в якій кодуєчий пристрій (кодер каналу) системи завадостійкого кодування отримує інформаційні символи від джерела і додає до них надлишкові символи таким чином, щоб могла бути виправлена велика частина помилок, які виникають у проце-

сі модуляції сигналів, їх передавання каналом з шумом і демодуляції [4].

Одним із методів, що вирішує складну задачу декодування турбокодів, є алгоритм MAP, який знижує обчислювальну складність процедури. Цей метод, вперше представлений у роботі Bahl, Cocke, Jelinek і Raviv (альтернативна назва BCJR) [4], формує основу для MAP декодування турбокодів. Автори розглядають загальний випадок марківського джерела інформації, яка передається через дискретний канал без пам'яті. Алгоритм є оптимальним посимвольним MAP декодуванням лінійних блокових кодів, який мінімізує BER (bit error rate – ймовірність помилки на біт) [4]. Під час роботи з цим алгоритмом виконується обчислення апостеріорних ймовірностей інформаційних символів, використовуючи задану прийнятну послідовність \bar{r} та LLR (log-likelihood ratio – логарифм відношення правдоподібності), що аналогічно формулі [4]

$$LLR(\bar{U}_i) = \log \left(\frac{p(\bar{U}_i = 1 | \bar{r})}{p(\bar{U}_i = 0 | \bar{r})} \right) \quad (1)$$

Для відображення сигналу в символи (модуляція) використовують вираз

$$\bar{X}_i = m(\bar{V}_i) = (-1)^{\bar{V}_i} \cdot \sqrt{E}, \quad (2)$$

де $\bar{X} = \pm 1$;

$$0 < i \leq N.$$

Наприклад, BPSK (binary phase-shift keying – двійкова фазова модуляція)

$$m(\bar{V}_i) = \begin{cases} \sqrt{E}; & \bar{V}_i = 0, \\ -\sqrt{E}; & \bar{V}_i = 1. \end{cases} \quad (3)$$

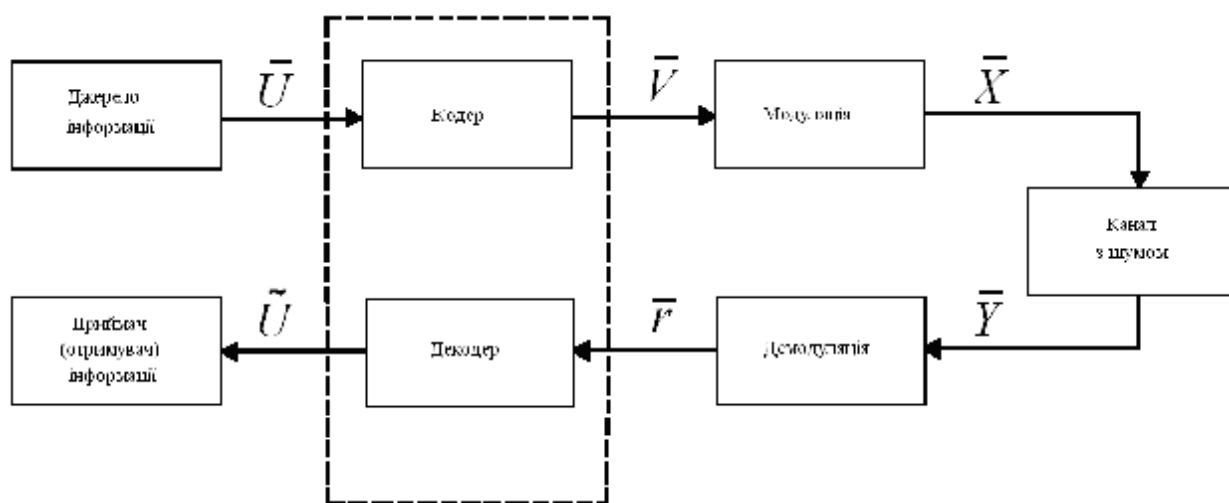


Рис. 1. Узагальнена структура для роботи з інформацією:

\bar{U} – початкові дані, які надаються пристрою кодування інформації; \bar{V} – дані після процедури кодування; \bar{X} – дані після модуляції, які надходять до каналу з шумом; \bar{Y} – дані на виході каналу з шумом; \bar{F} – дані після демодуляції, які надходять до пристрою декодування інформації; \tilde{U} – інформація з джерела після проходження вузлів системи

Тоді для логарифма відношення правдоподібності розраховується ймовірність за виразом

$$p(\bar{U}_i = j | \bar{r}) = \sum_{(m',m) \in \Theta_i^{(j)}} p(S_{i-1}^{(m')}, S_i^{(m)}, \bar{r}) = a_{i-1}(m') \cdot g_i^{(j)}(m', m) \cdot b_i(m), \quad (4)$$

де $\Theta_i^{(j)}$ – множина ребер, які зв'язують стани $S_i^{(m)}$ та $S_{i-1}^{(m')}$ таким чином, що відповідний інформаційний біт $\bar{U}_i = j$, $j \in \{0; 1\}$.

Метрика прямого шляху на решітці коду має вигляд

$$a_i(m) = \sum_{m'} a_{i-1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 g_i^{(j)}(m', m). \quad (5)$$

Визначення метрики зворотного шляху на решітці можливе за виразом

$$LLR(\bar{U}_i) = \log \left(\frac{\sum_m \sum_{m'} a_{i-1}(m') \cdot g_i^{(1)}(m', m) \cdot b_i(m)}{\sum_m \sum_{m'} a_{i-1}(m') \cdot g_i^{(0)}(m', m) \cdot b_i(m)} \right) \quad (8)$$

Доцільно виконувати реалізацію MAP декодера, використовуючи обчислювальну процедуру з формули (8). «Жорсткий» розв'язок можна знайти, використавши вираз

$$\bar{U}_i = \text{sgn}(LLR(\bar{U}_i)) = \begin{cases} 0 \rightarrow LLR(\bar{U}_i) \leq 0, \\ 1 \rightarrow LLR(\bar{U}_i) > 0. \end{cases} \quad (9)$$

Ідею цього перетворення можна побачити на рис. 2.

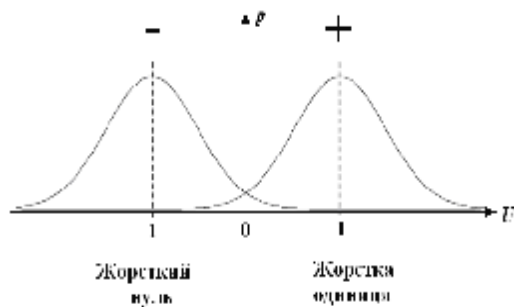


Рис. 2. Визначення «жорстких» рішень за функцією правдоподібності

Алгоритм для реалізації MAP декодера формулюється таким чином [5, 6]:

$$b_i(m) = \sum_{m'} b_{i+1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 g_i^{(j)}(m', m). \quad (6)$$

Розрахунок метрики ребра проводять за формулою

$$g_i^{(j)}(m', m) = p\{\bar{U}_i = j\} \cdot d_{ij}(m, m') \times \exp \left(-\frac{1}{N_0} \cdot \sum_{q=0}^{N-1} (\bar{r}_{i,q} - \bar{X}_{i,q})^2 \right) \quad (7)$$

де $d_{ij}(m, m') = 1$, якщо $\{m, m'\} \in \Theta_i^{(j)}$;

$d_{ij}(m, m') = 0$, якщо $\{m, m'\} \notin \Theta_i^{(j)}$;

$\frac{E_b}{N_0}$ – відношення сигнал / шум на біт.

На основі математичного апарату, наведеного вище, розраховується LLR за узагальненим виразом для інформаційного символу \bar{U}_i в процедурі MAP декодування

– застосовується алгоритм Вітербі «вперед» (прямий шлях) та «назад» (зворотний шлях);

– на прямому шляху для заданої ймовірності зміни стану в момент i знаходиться спільна ймовірність прийнятої послідовності до моменту i та стан в цей момент;

– на зворотному шляху знаходиться ймовірність прийнятої послідовності від моменту $i+1$ до моменту N , використовуючи заданий стан в момент i ;

– для уникнення обчислювальної нестабільності необхідно зберігати умову нормування ймовірностей

$$p(a_i(m)) + p(b_i(m)) = 1. \quad (10)$$

– потрібно знати оцінку щільності потужності шуму N_0 для збереження оптимальності результатів декодера.

Для аналізу складності алгоритму MAP декодування турбо-кодів доцільно скласти табл. 1, де позначення K визначає конструктивну довжину складових кодів [5, 6].

Таблиця 1

Аналіз складності MAP алгоритму

Можлива операція	Алгоритм MAP
Множення	$10 \cdot 2^{K-1}$
Додавання	$4 \cdot 2^{K-1}$
Вибір максимуму	$2 \cdot 2^{K-1} - 1$
Повна робота	$14 \cdot 2^{K-1}$

Для побудови апаратної архітектури доцільно задати специфікацію вимог [7, 8]:

– рекурсивний систематичний згортний кодер (recursive systematic convolutional – RSC);

– двійкова фазова модуляція за формулою (3);
 – кодова швидкість (rate) $R = 0,5$;
 – конструктивна довжина коду (code length) $K = 3$;
 – задана довжина блока (block length);
 – канал з адитивним білим гаусівським шумом (additive white Gaussian noise – AWGN);
 – кількість блоків оперативної запам'ятовувальної пам'яті (memory channel) дорівнює 2.

Апаратну архітектуру для MAP декодера можна представити схемою зображеною на рис. 3.

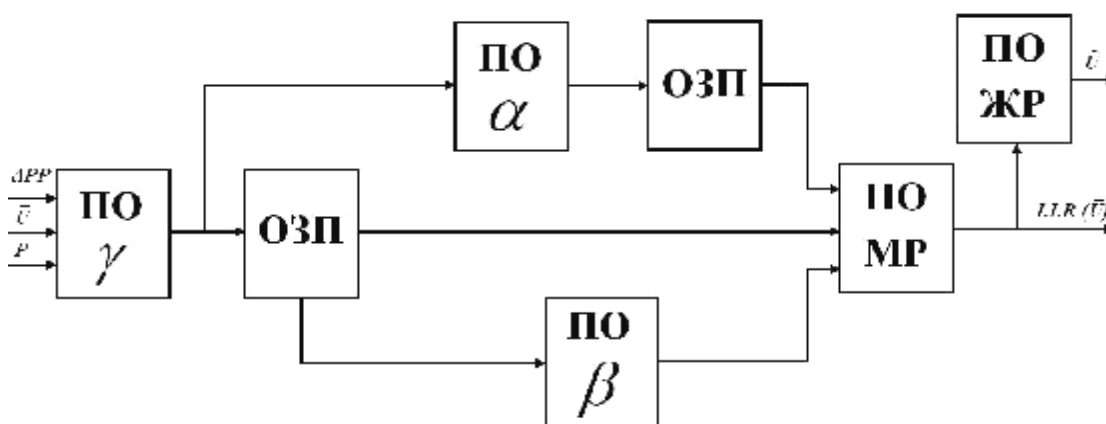


Рис. 3. Архітектура запропонованого MAP декодера:

ПО (a ; b ; g) – пристрій для обчислення метрик; ПОМР – пристрій для обчислення «м'яких» рішень; ПОЖР – пристрій для обчислення «жорстких» рішень; ОЗП – оперативна запам'ятовувальна пам'ять; APP – апостеріорна ймовірність для переданої інформації; P – біти парності

Для обчислення метрики ребра g можна застосувати наступну формулу для зниження

складності розрахунків та підвищення швидкості роботи декодера [8]

$$\log g_i(m, m') = \frac{2 \cdot \bar{U}_i \cdot \bar{X}_i}{N_0} + \frac{2 \cdot P \cdot \bar{X}_i}{N_0} + \log APP_i. \tag{11}$$

Або для станів решітки коду

$$\log g_{i,00}(m, m') = (-\bar{U}_i - P_i) + \log APP_i(-1), \tag{12}$$

$$\log g_{i,01}(m, m') = (-\bar{U}_i + P_i) + \log APP_i(-1), \tag{13}$$

$$\log g_{i,10}(m, m') = (+\bar{U}_i - P_i) + \log APP_i(+1), \tag{14}$$

$$\log g_{i,11}(m, m') = (+\bar{U}_i + P_i) + \log APP_i(+1). \tag{15}$$

Для розрахунку метрики a використовуються формули (12)–(15) та значення a , отримане на попередньому стані решітки. Дані надходять до запам'ятовувального пристрою, а потім обчислюються «м'які» рішення. Перехід до «жорстких» рішень потребує застосування формули (9).

На рис. 4 показано моделювання енергетичної ефективності та характеристик BER для алгоритму MAP з використанням різної довжини блоку турбо-коду (260, 600, 1296 біт).

Отже, важливою перевагою турбо-кодів є незалежність складності декодування від довжини інформаційного блоку, що дозволяє знизити ймовірність помилки декодування шляхом збільшення його довжини.

На рис. 5 наведені результати моделювання енергетичної ефективності та характеристик BER для методу MAP з використанням різної кількості ітерацій декодування турбокоду з довжиною блока 520 біт. Стрілка на рисунку показує збільшення кількості ітерацій від 1 до 10.

Отже, при збільшенні кількості ітерацій ймовірність помилки зменшується, оскільки кожна наступна крива проходить нижче за попередню. Для заданої специфікації та розробленої апаратної архітектури результат роботи MAP декодера показує значення BER, що прямує до мінімуму, який визначений теоретично можливою межею для даного коду (Union Bound), коли існує безпомилкове передавання та декодування інформації, і для турбокоду ці значення максимально наближені до даної межі.

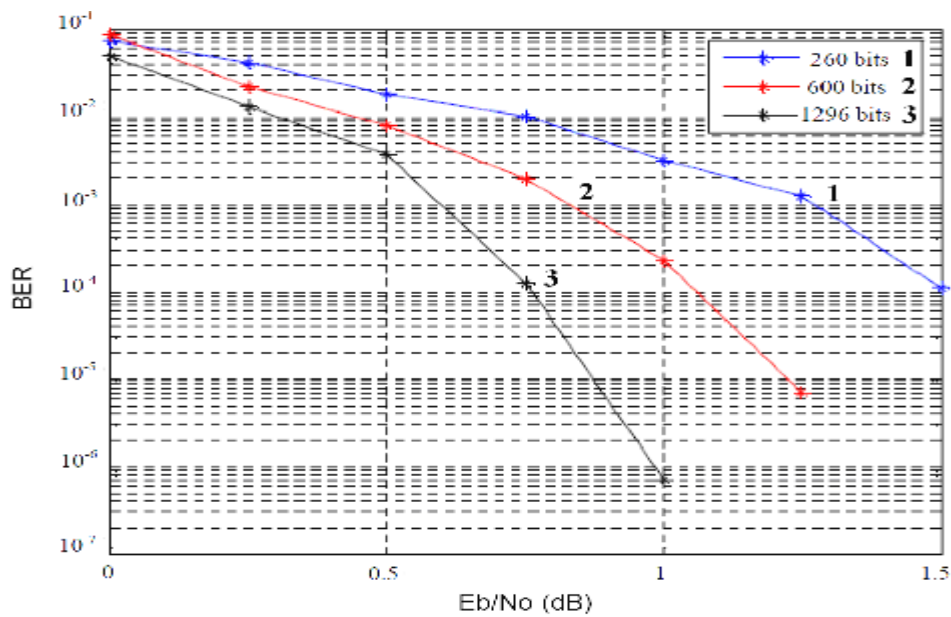


Рис. 4. Моделювання для алгоритму MAP з різною довжиною блока

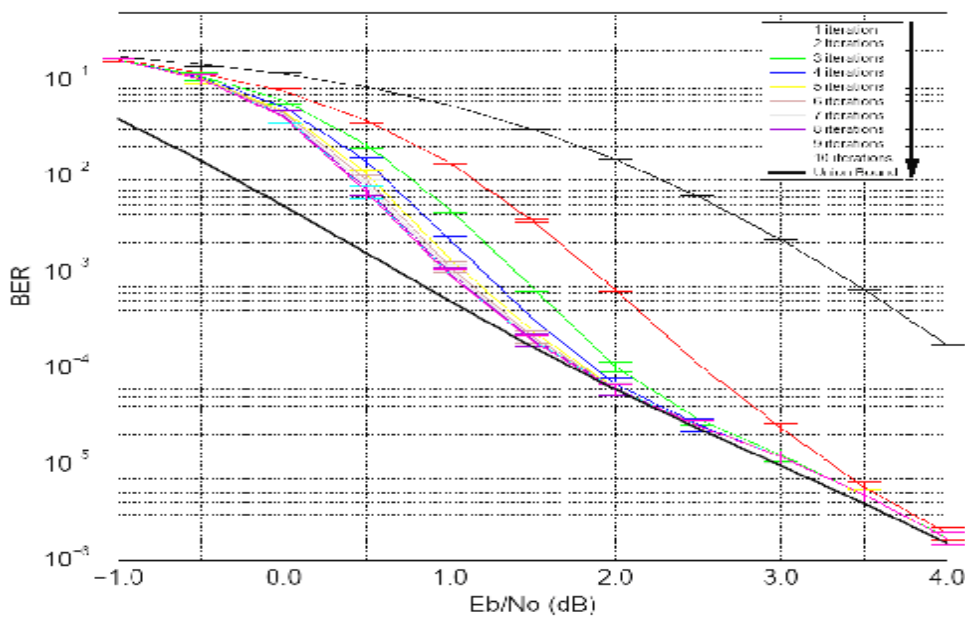


Рис. 5. Моделювання для алгоритму MAP для різної кількості ітерацій

Висновки. Отже, розглянуто алгоритм MAP декодування турбо-кодів та наведено математичний апарат для розуміння реалізації, складності та принципів роботи турбо-кодів, які використовуються в сучасних стандартах для передавання цифрової інформації (DVB-RCS, W-CDMA, CDMA2000, IEEE P1901, Via-Sat, HDTV). Для надійної роботи алгоритм декодування MAP не повинен бути обмеженим поданням на декодери «жорсткої» схеми рішень. Для кращого використання інформації, яка отримана з кожного декодера, застосовують «м'яку» схему декодування.

Запропоновано апаратну архітектуру для MAP декодера, яка дозволяє перейти до «м'яких» рішень. Наведено методику розрахунку метрик для даної апаратної реалізації. Моделювання показало результати BER, близькі до 10^{-7} . Отже, підвищено ефективність та завадостійкість декодування при проектуванні сучасних завадостійких систем передавання цифрової інформації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Sripimanwat K. Turbo Code Applications: A Journey from a Paper to Realization / K. Sripimanwat. – New York: Springer, 2005. – 386 p. – ISBN 1-402-03686-8.
2. Кулик А. Я. Турбо-код: властивості та застосування для завадостійкого кодування / А. Я. Кулик, С. Г. Кривогубченко, Ю. Ю. Іванов // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2011. – № 2 (22). – С. 25–33.
3. Кулик А. Я. Перспективи застосування турбокоду в інформаційно-вимірювальних системах та системах контролю // Матеріали I міжнародної наукової конференції «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах» (ВКДТС – 2011): збірник тез доповідей / А. Я. Кулик, Ю. Ю. Іванов. – Вінниця: ВНТУ, 18-20 жовтня, 2011 р. – С. 189.
4. Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate / L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, J. Raviv // IEEE Transactions on Information Theory. – 1974. – V. 20. – P. 284–287.
5. Neubauer A. Coding Theory: Algorithms, Architectures and Applications / A. Neubauer, J. Freudenberger, V. Kuhn. – Chippingham: John Wiley & Sons, Ltd, 2007. – 362 p. – ISBN 0-470-02861-0.
6. Moon T. K. Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms / T. K. Moon. – John Wiley & Sons, Ltd, 2005. – 750 p. – ISBN 0-471-73914-6.
7. Kim S. A Memory-Efficient Block-wise MAP Decoder Architecture / S. Kim, S-Y. Hwang, M. J. Kang // ETRI Journal. – 2004. – V. 26. – № 6. – P. 615–621.
8. Sabeti L. New Design of a MAP Decoder [Web resource] / L. Sabeti. – Access mode: http://www.vlsi.uwindsor.ca/presentations/sabeti_seminar_1.pdf.

Стаття надійшла до редакції 24.04.2012.