

© 2012 р. А.Я. Кулик, Д.С. Кривогубченко, Ю.Ю. Іванов

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

ЗНИЖЕННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СКЛАДНОСТІ ДЕКОДУВАННЯ ДЛЯ ТУРБО-КОДІВ СТАНДАРТИЗОВАНИХ DVB-RCS

Розглядаються питання, пов'язані з сучасними методами турбо-кодування, перспективними для застосування у системах зв'язку. Показано принципи роботи з урахуванням стандарту супутникового зв'язку *DVB-RCS*. Розглянуто алгоритми, які дозволяють знизити обчислювальну складність – *log-MAP* та *max-log-MAP*. Отримано узагальнений вираз для обчислення логарифму відношення правдоподібності в процесі цих процедур декодування за допомогою дослідження ймовірнісно-енергетичних характеристик передавання інформації. Проведене моделювання застосування таких методів декодування турбо-кодів в техніці з використанням обчислювальної потужності технічних засобів та доведено необхідність даних алгоритмів.

Considered problems, associated with modern methods of turbo coding, promising for use in communication systems. Displaying the principles of work taking into account the satellite standard *DVB-RCS*. Considered algorithms, that reduce computational complexity, *log-MAP* and *max-log-MAP*. Obtained a generalized expression for calculating the log-likelihood ratio in the process of decoding procedures using probabilistic research and energy characteristics of information transfer. Modeling the use of such methods decoding turbo codes in the technique of using computing power facilities and proof the necessity of these algorithms.

Вступ

Найбільш помітним досягненням в теорії завадостійкого кодування за останні роки є турбо-коди. Вони володіють особливою здатністю забезпечувати характеристики завадостійкості передавання інформації, близькі до теоретично отриманих значень, використовуючи не дуже складну реалізацію пристроїв кодування.

Турбо-код – потужний метод виправлення помилок, розроблений у 1993 р. та вперше описаний в наукових працях *C. Berrou, A. Glavieux, P. Titimajshima*, який має важливу перевагу в тому, що дозволяє забезпечити надійний зв'язок з ефективністю дуже близькою до теоретичної межі Клода Шенона. Турбо-коди застосовують, щоб кодувати об'ємні інформаційні повідомлення для високошвидкісного передавання даних з великою завадостійкістю. Найважливішими сферами використання турбо-кодування на практиці є космічні та мобільні супутникові комунікації, а також цифрове телебачення. Використовуватись може в будь-якій системі зв'язку [1].

Компанії *France Telecom* і *Telediffusion de France* запатентували широкий клас турбо-кодів, що обмежує можливість їх вільного

застосування і, в той же час, стимулює розвиток нових методів кодування, наприклад, *LDPC* (low-density parity-check code — коди з низькою щільністю перевірок на парність).

Турбо-коди дозволяють збільшити швидкість передавання інформації, не вимагаючи збільшення потужності передавача, а також вони можуть бути використані для зменшення необхідної потужності при передаванні із заданою швидкістю, що, безперечно, робить їх застосування перспективним [2].

Приймання та формування турбо-кода з використанням обчислювальної потужності технічних пристроїв, реалізація розроблених обчислювальних процедур для роботи з даним кодом в техніці, а також дослідження ймовірнісно-енергетичних характеристик процесу передавання інформації з використанням технічних засобів при роботі з турбо-кодами є актуальними проблемами [1].

Постановка задачі

Складність алгоритмів турбо-кодування і явна недостатність програмного забезпечення вільного розповсюдження перешкоджають впровадженню турбо-кодів, хоча в даний час багато систем використовують саме їх. Під час

роботи з розглянутим кодом виникає проблема його декодування, а, відповідно, і реалізації цієї процедури. Для декодування турбо-кодів можна використовувати декілька методів: *SOVA* (soft-output Viterbi algorithm – алгоритм Вітербі з “м’яким” виходом); *MAP* (maximum a posteriori probability – алгоритм декодування по максимуму апостеріорної ймовірності) та його модифікації для зниження обчислювальної складності (*log-MAP*, *max-log-MAP* алгоритми) [2].

Таким чином, необхідно визначити особливості алгоритмів, що знижують складність декодування турбо-кодів. Існує певна кількість наукових праць, які надають ідеї для вирішення поданих проблем, наприклад, [1-6] або інші, пов’язані з даною темою.

Розв’язання поставленої задачі

Розглянутий код затверджений стандартом супутникового зв’язку *DVB-RCS* (digital video broadcasting – return channel via satellite). Пропонується прямий канал (від абонента до супутника), заснований на форматі даних *DVB/MPEG-2* (motion picture experts group – група фахівців для створення стандартів передавання цифрової відео та аудіо інформації), і зворотний канал (від супутника до абонента), на основі режиму *MF-TDMA* (multi-frequency time-division multiple access – багаточастотного доступу з розподіленням за часом). Реально швидкості прямого і зворотного каналів залежать від обладнання і поки не доходять до теоретичної межі. Схеми розподілу ресурсів *DVB-RCS* (рис. 1) мережі забезпечують максимальну ефективність і гнучкість системи з мінімальними витратами. Крім того, *DVB-RCS* характеризується можливістю ефективного захисту інформації в мережах передавання даних, що створюються на базі даної технології [3].

Існує відносна складність декодування турбо-кодів. Одним з методів, який вирішує цю задачу, є алгоритм *MAP*, що знижує обчислювальну складність процедури декодування [4].

Алгоритм, представлений *Bahl, Cocke, Jelinek і Raviv* в 1974 році, розглядає загальний випадок марківського джерела інформації, яка передається через дискретний канал без пам’яті. Цей метод є оптимальним алгоритмом посимвольного *MAP*-декодування лінійних блокових кодів, який мінімізує *BER* (bit error rate – ймовірність помилки на біт). Цей алгоритм формує основу для *MAP*-декодування

турбо-кодів і має альтернативну назву *BCJR* на честь авторів, які його створили.

Ідея *MAP*-декодування – в обчисленні апостеріорних ймовірностей інформаційних символів, використовуючи задану прийняту послідовність \bar{r} та *LLR* (log-likelihood ratio – логарифм відношення правдоподібності), що можна записати у формулі

$$LLR(\bar{U}_i) = \log \left(\frac{p(\bar{U}_i = 1 | \bar{r})}{p(\bar{U}_i = 0 | \bar{r})} \right), \quad (1)$$

де \bar{U}_i – інформаційний символ.

Узагальнений вираз для обчислення *LLR* процедури *MAP*-декодування в алгоритмі *BCJR* має вигляд

$$LLR(\bar{U}_i) = \log \left(\frac{\sum_{m m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \gamma_i^{(1)}(m', m) \cdot \beta_i(m)}{\sum_{m m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \gamma_i^{(0)}(m', m) \cdot \beta_i(m)} \right). \quad (2)$$

де $\alpha_i(m) = \sum_{m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 \gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика

прямого шляху на решітці коду;

$\gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика ребра;

$\beta_i(m) = \sum_{m'} \beta_{i+1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 \gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика

зворотного шляху на решітці коду.

Для того, щоб знизити обчислювальну складність *MAP* алгоритму, можуть бути використані логарифми метрик. Алгоритм, який використовує такий перехід, називають *log-MAP* алгоритмом [5, 6].

У подальших формулах застосовується натуральний логарифм, але використовується позначення *log* за назвою методу декодування. Використовуючи рівняння для обчислення метрики прямого шляху на решітці коду, можна отримати вираз

$$\log a_i(m) = \log \left(\sum_{m'} \sum_{j=0}^1 \exp(\log a_{i-1}(m') + \log \gamma_i^j(m', m)) \right). \quad (3)$$

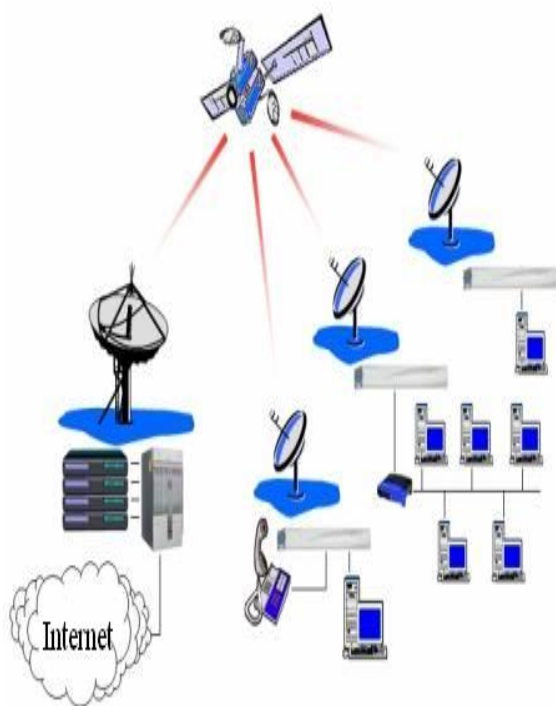


Рис. 1. Принцип DVB-RCS стандарту

Аналогічно, використавши формулу для отримання метрики зворотного шляху на trellis-діаграмі коду, можна знайти вираз

$$\log \beta_i(m) = \log \left(\sum_{m'} \sum_{j=0}^1 \exp(\log \beta_{i+1}(m') + \log \gamma_i^{(j)}(m', m)) \right). \quad (4)$$

Ймовірність $\gamma_i^{(j)}(m', m)$, яка має назву метрики ребра, в дискретному гаусівському каналі буде мати вигляд

$$\gamma_i^{(j)}(m', m) = p\{\bar{U}_i = j\} \cdot \delta_{ij}(m, m') \times \exp \left(-\frac{1}{N_0} \cdot \sum_{q=0}^{N-1} (r_{i,q} - \bar{X}_{i,q})^2 \right), \quad (5)$$

де $\bar{U}_i = j$ – інформаційний біт з множини $\Theta_i^{(j)}$ ребер, що зв'язують стани $S_i^{(m)}$ та $S_{i-1}^{(m')}$, $j \in \{0, 1\}$,

$$\delta_{ij}(m, m') = 1, \text{ якщо } \{m, m'\} \in \Theta_i^{(j)},$$

$$\delta_{ij}(m, m') = 0, \text{ якщо } \{m, m'\} \notin \Theta_i^{(j)},$$

$\bar{X}_{i,q}$ – переданий символ,

$r_{i,q}$ – прийняте значення,

$\frac{E_b}{N_0}$ – відношення сигнал / шум на біт.

Якщо взяти логарифм $\gamma_i^{(j)}(m', m)$ в (5) та здійснити спрощення виразу, то

$$\log \gamma_i^{(j)}(m', m) = \delta_{ij}(m, m') \cdot \left\{ \log p\{\bar{U}_i = j\} - \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{q=0}^{N-1} (r_{i,q} - \bar{X}_{i,q})^2 \right\}. \quad (6)$$

Тоді, якщо ввести позначення $\log a_i(m) = A_i(m)$, $\log \beta_i(m) = B_i(m)$, $\log \gamma_i^{(j)}(m', m) = Y_i^{(j)}(m', m)$, то можна записати (2) в спрощеному вигляді для процедури *log-MAP* декодування

$$\begin{aligned} LLR(\bar{U}_i) = & \log \left(\sum_m \sum_{m'} \exp(A_{i-1}(m') + Y_i^{(1)}(m', m) + \right. \\ & \left. + B_i(m)) \right) - \log \left(\sum_m \sum_{m'} \exp(A_{i-1}(m') + \right. \\ & \left. + Y_i^{(0)}(m', m) + B_i(m)) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Результатом перетворень та спрощень є алгоритм, що використовується в логарифмічній формі.

Для того, щоб уникнути операції додавання для експоненціальних складових, можна застосувати логарифм якобіана [5], формула для визначення якого має вид

$$\begin{aligned} \log(\exp(\Omega) + \exp(\Psi)) = & \max(\Omega, \Psi) + \\ & + \log(1 + \exp(-|\Omega - \Psi|)) = \end{aligned} \quad (8)$$

де $f(|\Omega - \Psi|) = \log(1 + \exp(-|\Omega - \Psi|))$.

Для економії часу, спрощення та швидкості обчислень, замість того, щоб декілька разів звертатися до відносно повільної та коштовної в апаратному виконанні функції $\exp(x)$, для виразу $f(|\Omega - \Psi|)$ складають таблицю.

Вигляд графіка функції $f(|\Omega - \Psi|)$ показаний на рисунку 2, де f_j (*log-MAP*) – розгляну-

та функція, aprox_j (*linear-log-MAP*) – функція, отримана за допомогою апроксимації $f(|\Omega - \Psi|)$ лінійною функцією за методом найменших квадратів, j – кількість вимірів для моделювання при кроці h , який для аргумента $|\Omega - \Psi|$ даної функції має значення 0,2. Отримані коефіцієнти для лінійної функції $\alpha = -0,205$ та $b = 0,572$.

Відомо, що всього декілька значень достатньо, щоб майже досягти точності *MAP* алгоритму.

Для зменшення обчислювальної складності, але з втратою властивості оптимальності, використовується модифікований *MAP* алгоритм [6], відомий як *max-log-MAP*.

Сутність цієї модифікації полягає в тому, що логарифмується *MAP* метрика та застосовується апроксимація виду

$$\log(\exp(\Omega) + \exp(\Psi)) \approx \max(\Omega, \Psi). \quad (9)$$

У результаті, використовуючи формулу (9) та властивість логарифму дробу, отримана формула логарифма відношення правдоподіб-

ності для інформаційного символу \overline{U}_i набуває вигляду

$$LLR(\overline{U}_i) \approx \max_{m',m} \left\{ A_{i-1}(m') + Y_i^{(1)}(m',m) + B_i(m) \right\} - \max_{m',m} \left\{ A_{i-1}(m') + Y_i^{(0)}(m',m) + B_i(m) \right\} \quad (10)$$

Обчислення на прямому та зворотному шляхах можуть бути представлені у наступному вигляді

$$A_i(m) = \max_{m'} \max_{j \in \{0,1\}} \left\{ A_{i-1}(m') + Y_i^{(j)}(m',m) \right\} \quad (11)$$

$$B_i(m) = \max_{m'} \max_{j \in \{0,1\}} \left\{ B_{i+1}(m') + Y_i^{(j)}(m',m) \right\} \quad (12)$$

Складність алгоритму *log-MAP* приблизно вдвічі більша, ніж для *max-log-MAP*. Для алгоритмів *log-MAP* та *MAP* ймовірність помилки мінімальна й однакова [3].

Для моделювання алгоритмів *log-MAP* та *max-log-MAP* (рис. 3) використано кодову

Таблиця 1 – Обчислені значення $f(|\Omega - \Psi|)$

$ \Omega - \Psi $	0	0,125	0,25	0,50	1	2	4	8	∞
$f(\Omega - \Psi)$	0,6931	0,6326	0,5759	0,4741	0,3133	0,1269	0,0181	0,0003	0

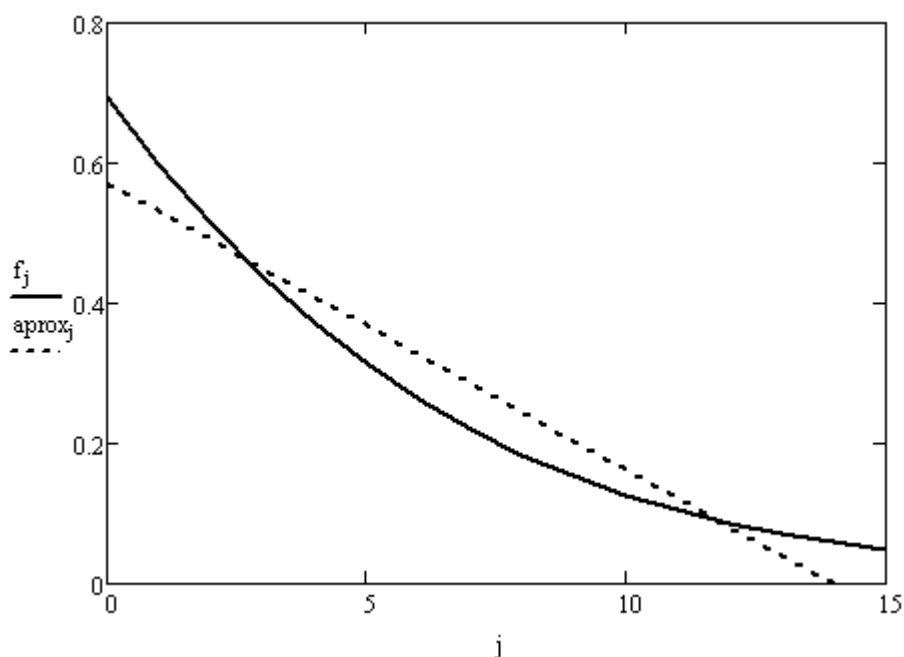


Рис. 2. Функції для *log-MAP* та *linear-log-MAP*

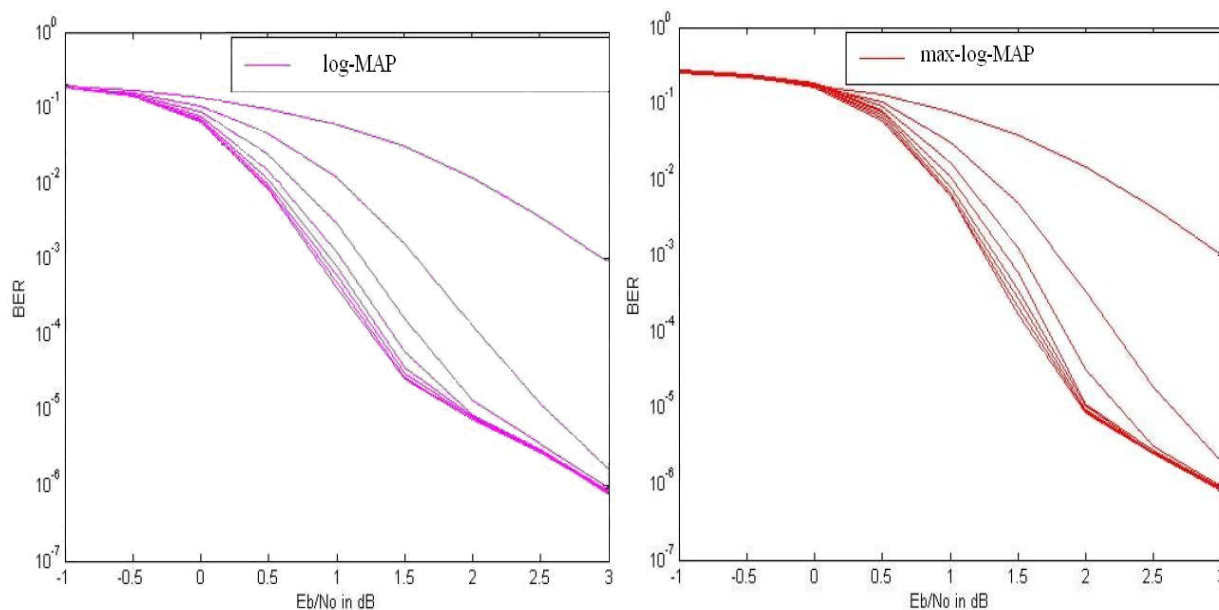


Рис. 3. Моделювання BER для алгоритмів *log-MAP* та *max-log-MAP*

швидкість $R = \frac{1}{3}$ (rate) та довжину блока 480 біт (frame size), що показано на графіках залежності ймовірності помилки на біт від відношення сигнал / шум на біт.

Висновки

Отже, для ефективного використання інформації, що отримана з кожного декодера, застосовують “м’яку” схему декодування, оскільки в каскадній схемі, такій як турбо-код, для надійної роботи алгоритм декодування не повинен бути обмеженим поданням на декодери “жорсткої” схеми рішень. Оптимальними є алгоритм *MAP*-декодування турбо-кодів та його модифікація *log-MAP*. Можна розглядати також *max-log-MAP* алгоритм. Ці методи декодування значно знижують обчислювальну складність процесу, використовуючи логарифм якобіана та його апроксимацію. Представлені алгоритми можуть бути використані для побудови апаратно-програмних засобів декодування сигналів у системах зв’язку.

Проведені дослідження підтверджують перспективність використання турбо-кодів у розподілених комп’ютерних системах різного функціонального призначення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Hanzo L. Turbo Coding, Turbo Equalisation and Space-Time Coding for Transmission over Wireless Channels / L. Hanzo, T.H. Liew, B.L. Yeap. – Southampton: Department of Electronics and Computer

Science of UK, 2002. – 746 p. – ISBN 0-470-84726-3.

2. Кулик А.Я. Турбо-код: властивості та застосування для завадостійкого кодування / А.Я. Кулик, С.Г. Кривогубченко, Ю.Ю. Иванов // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2011. – № 2(22). – С. 25-33.
3. Single- and Multi-Carrier CDMA. Multi-User Detection, Space-Time Spreading, Synchronisation and Standards / Hanzo L., Yang L-L., Kuan E-L., Yen K. – New York: John Wiley & Sons Inc, 2003. – 1077 p. – ISBN 0-470-86309-9.
4. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ.; под ред. В.Б. Афанасьева / Р. Морелос-Сарагоса. — М.: Техносфера, 2005. — 320 с. — ISBN: 5-94836-035-0.
5. Valenti M. An Efficient Software Radio Implementation of the UMTS Turbo Codec [Web resource] / Matthew C. Valenti. – Access mode: <http://www.cse.wvu.edu/~mvalenti/documents/valenti2001c.pdf>.
6. Taskaldiran M. The Modified Max-Log-MAP Turbo Decoding Algorithm by Extrinsic Information Scaling for Wireless Applications [Web resource] / M. Taskaldiran, R. Morling, I. Kale. – Access mode: <http://westminsterresearch.wmin.ac.uk/6178/1/TurboCodeChapter.pdf>.

A.Y. Kulyk, D.S. Krivogubchenko, Y.Y. Ivanov. **Reducing computational complexity decoding for turbo codes standardized DVB-RCS.**

А.Я. Кулик, Д.С. Кривогубченко, Ю.Ю. Иванов. **Снижение вычислительной сложности декодирования для турбо-кодов стандартизованных DVB-RCS.**

Рассматриваются вопросы, связанные с современными методами турбо-кодирования, перспективными для применения в системах связи. Показаны принципы работы с учётом стандарта спутниковой связи *DVB-RCS*. Рассмотрены алгоритмы, которые позволяют снизить вычислительную сложность – *log-MAP* и *max-log-MAP*. Получено обобщенное выражение для вычисления логарифма отношения правдоподобия в процессе этих процедур декодирования посредством исследования вероятностно-энергетических характеристик передачи информации. Проведено моделирование применения таких методов декодирования турбо-кодов в технике с использованием вычислительной мощности технических средств и доказана необходимость данных алгоритмов.