УДК 373.31:51(091)

ІСТОРИЧНИЙ ЕКСКУРС В ТЕОРІЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

І. В. Хом'юк, А. П.Саєнко

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця
e-mail: andriyko_sayenko@ukr.net

Постановка проблеми. Диференціальні рівняння – розділ математики, що вивчає теорію і способи розв'язання рівнянь, що містять шукану функцію та її похідні різних порядків одного аргументу (звичайні диференціальні) або декількох аргументів (диференціальні рівняння в частинних похідних). Диференціальні рівняння широко використовуються на практиці, зокрема для опису перехідних процесів.

Аналіз останніх досліджень. Про велике освітнє та виховне значення історії науки у навчанні математики наголошували відомі математики і методисти: І. К. Андронов, О. М. Боголюбов, О. І. Бородін, В. М. Брадіс, А. С. Бугай, М. І. Бурда, М. Я. Віленкін, Н. О. Вірченко, Л. М. Вивальнюк, Г. І. Глейзер, Б. В. Гнєденко, І. Я. Депман, М. Я. Ігнатенко, В. Ю. Назаров, А. М. Колмогоров, А. Г. Конфорович, О. І. Маркушевич, В. О. Мейдер, Г. О. Михалін, А. З. Насиров, Т. С. Полякова, М. І. Шкіль та інші.

Мета дослідження – відобразити історичні аспекти теорії диференціальних рівнянь.

Викладення основного матеріалу дослідження. Теорія диференціальних рівнянь – розділ математики, що займається вивченням диференціальних рівнянь і пов'язаних з ними завдань. Їх результати застосовуються у багатьох природничих науках, особливо широко в фізиці.

Спочатку диференціальні рівняння виникли для задач механіки, в яких брали участь координати тіл, їх швидкості і прискорення, що розглядаються як функції від часу.

Якісна теорія диференціальних рівнянь була одночасно створена математиками А.Пуанкаре й А.М.Ляпуновим [2]. Задача, поставлена Пуанкаре, полягала у тому, щоб, не інтегруючи диференціальне рівняння, дослідити поводження сім'ї інтегральних кривих рівняння $y' = f(x, y)$ або системи $\frac{dx}{dt} = \varphi(x, y)$, $\frac{dy}{dt} = \phi(x, y)$ на всій площині тільки на основі властивостей функцій, що містяться у правих частинах рівнянь. А.Пуанкаре дав класифікацію і показав значення особливих точок інтегральних кривих, дослідив поводження останніх в околі особливих точок, увів поняття граничного циклу як замкненої інтегральної кривої, до якої наближаються по спіралях досить близькі інтегральні криві.

Сам термін «Диференціальні рівняння» запропонував Г.Лейбніц у листі до І.Ньютона у 1676 році [1]. І.Ньютону належить загальний метод розв'язування диференціальних рівнянь за допомогою представлення функції у вигляді степеневого ряду. В цьому випадку застосовувалась ідея невизначених коефіцієнтів і послідовного наближення. Ньютон вважав свій винахід настільки важливим, що зашифрував його у вигляді анаграми, сенс якої в сучасних термінах можна вільно передати так: «закони природи виражаються диференціальними рівняннями».

Щоб спростити розв'язування диференціальних рівнянь і звести їх до знаходження первісних, ще в далекому минулому намагалися в кожному диференціальному рівняння розділити змінні. З 1693 року Г.Лейбніц знав способи зведення однорідних і лінійних рівнянь до рівнянь з відокремлюваними змінними.

З величезного числа робіт XVIII століття з диференціальних рівнянь виділяються роботи Ейлера (1707-1783) і Лагранжа(1736-1813). У цих роботах була вперше розвинена теорія малих коливань, а отже – теорія лінійних систем диференціальних рівнянь; попутно виникли основні поняття лінійної алгебри (власні числа і вектори в n-вимірному просторіу). Характеристичне рівняння лінійного оператора довго називали секулярним, оскільки саме з такого рівняння визначаються секулярні (вікові, тобто повільні порівняно з річним рухом) обурення планетних орбіт згідно теорії малих коливань Лагранжа.

В кінці 30-х років XVIII століття Ейлер розробив алгоритм розв'язування лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, який грунтується на пониженні степеня деяких однорідних рівнянь за допомогою показникової функції. У 1743 році з'явилось поняття частинного та загального інтегралів, які були відомі Ейлеру ще у 1739 році.

Д'Аламбер у 1766 році дійшов висновку, що загальний розв'язок неоднорівного лінійного диференціального рівняння дорівнює сумі деякого частинного розв'язку та загального розв'язку відповідного однорідного рівняння. У 1774-1776 рр. Лагранж зумів детально з'ясувати, як отримувати особливі розв'язки або безпосередньо з диференціального рівняння, або із загального розв'язку диференціюванням по сталій. Він також дав геометричну інтетпретицію особливих розв'язків. Загальну теорію диференціальних рівнянь вперше виклав Ейлер у праці «Інтегральне числення».

Основними напрямками розвитку теорії диференціальних рівнянь у другій половині XVIII століття були [3]:

1) розвиток теорії лінійних диференціальних рівнянь, головним чином другого порядку та їх систем, як із сталими та із змінними коефіцієнтами;

2) розвиток методів розв’язування нелінійних рівнянь першого та другого порядків та їх систем;

3) розробка наближених методів розв’язування диференціальних рівнянь.

Систематичні дослідження в області створення теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних почалось лише в 60-х роках. Ейлеру належить перша монографія, в якій вперше зроблно спробу побудови теорії диференціальних рівнянь.

Коли була доведена теорія нерозв'язності алгебраїчних рівнянь із радикалами, Жозеф Ліувілль (1809-1882) побудував аналогічну теорію диференціальних рівнянь, встановивши неможливість розв’язування ряду рівнянь (зокрема таких класичних, як лінійні рівняння другого порядку) в елементарних функціях і квадратурах. Пізніше Софус Лі (1842-1899), аналізуючи питання про інтегрування рівнянь в квадратурах, прийшов до необхідності детально дослідити групи дифеоморфізмів (що отримали згодом назву груп) – так з теорії диференціальних рівнянь виникла одна з найбільш плідних областей сучасної математики [4, 5].

Новий етап розвитку теорії диференціальних рівнянь починається з робіт Анрі Пуанкаре (1854-1912), створена ним «якісна теорія диференціальних рівнянь» разом з теорію функцій комплексних змінних призвела до основи сучасної топології. Якісна теорія диференціальних рівнянь, або, як її частіше називають, теорія динамічних систем, зараз розвивається найбільш активно і має найбільш важливі застосування теорії диференціальних рівнянь в природознавстві.

Отже, «Розвиток таких абстрактних галузей математики, як теорія множин, алгебра і функціональний аналіз, привів не тільки до створення теорії незвичної краси, а й до створення нових потужних методів у всій математиці» (М.Келдиш) [1, с.130].

Література

1. Бевз В.Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – К., 2007. – С. 125–127.
2. Демидов С.С. К истории линейных дифференциальных уравнений / С. С. Демидов // Историко-математические исследования. – 1985. – Вып. 28 – С. 33–37.
3. Добровольский В.А. Очерки развития аналитической теории дифференциальный уравнений / В.А.Добровольский. – К. : Вища школа, 1985.
4. Колмогоров А.Н.Математика в ее историческом развитии / А.Н.Колмогоров. – М. : Наука, 1991.
5. Олейник О.А. Роль теории дифференциальных уравнений в современной математике и ее приложених. - http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/87.html