

## Моделювання та оптимізація систем

Дубовой В. М., Кветний Р. Н., Михальов О. І., Усов А. В.

В підручнику розгорнуто подано загальну характеристику математичного моделювання та оптимізації широкого класу систем. Розглянуті основні типи математичних моделей та способи їх ідентифікації. Приділено увагу питанням моделювання та оптимізації систем в умовах невизначеності. Розглянуто приклади та основні напрямки застосування математичного моделювання складних систем. Підручник рекомендовано для студентів усіх рівнів вищої освіти.



**Моделювання та оптимізація систем** : підручник /  
[Дубовой В. М. , Кветний Р. Н. , Михальов О. І. , Усов А. В. ] –  
Вінниця : ПП «ТД«Едельвейс», 2017 – 804 с  
**ISBN 978-617-7237-23-4**

Читати:

[http://ksu.vntu.edu.ua/index.php?option=com\\_content&view=article&id=59&lang=uk](http://ksu.vntu.edu.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=59&lang=uk)

## ЗМІСТ

**ВСТУП** Поняття про системи і процеси

### ЧАСТИНА 1 ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

#### 1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ

##### 1.1 Постановка задачі моделювання та оптимізації систем

- 1.1.1 Сутність математичного моделювання та оптимізації
- 1.1.2 Еволюція задач моделювання
- 1.1.3 Роль моделювання та оптимізації в системах управління

##### 1.2 Види моделей

- 1.2.1 Моделі вербальні, формальні, алгоритмічні, графічні, фізичні
- 1.2.2 Моделі геометричні, структурні, функціональні, інформаційні
- 1.2.3 Моделі статичні, моделі динаміки
- 1.2.4 Моделі процесів, перетворень і систем
- 1.2.5 Моделі детерміновані, стохастичні, нечіткі, узагальнені
- 1.2.6 Моделі агрегатні, комплексні
- 1.2.7 Моделі аналітичні, імітаційні

##### 1.3 Характеристики моделей

- 1.3.1 Точність моделі
- 1.3.2 Вірогідність моделі
- 1.3.3 Адекватність моделі
- 1.3.4 Складність моделі
- 1.3.5 Універсальність моделі
- 1.3.6 Поняття «жорстких» та «м'яких» математичних моделей

##### 1.4 Систематичний підхід до моделювання

- 1.4.1 Ізоморфні та гомеоморфні моделі
- 1.4.2 Теорія подібності
- 1.4.3 Взаємний зв'язок та перетворення моделей
- 1.4.4 Аналіз і синтез моделей
- 1.4.5 Модель як  $\sigma$ -алгебра
- 1.4.6 Метричний простір моделей

## **1.5 Моделі в умовах невизначеності**

- 1.5.1 Джерела і види невизначеності моделей
- 1.5.2 Типи невизначеності моделей
  - 1.5.2.1 Стохастична невизначеність
  - 1.5.2.2 Нечітка невизначеність
  - 1.5.2.3 Хаотична невизначеність
  - 1.5.2.4 Узагальнена невизначеність
  - 1.5.2.5 Невизначеність вищих порядків
- 1.5.3 Невизначені характеристики моделі
- 1.5.4 Форми подання невизначеності
- 1.5.5 Моделі перетворення характеристик сигналів з різною формою невизначеності
  - 1.5.5.1 Невизначеність вищих порядків
  - 1.5.5.2 Методи моделювання перетворень нечітких даних
  - 1.5.5.3 Перетворення узагальнюючої функції

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **2 СТРУКТУРНІ МОДЕЛІ**

- 2.1 Поняття та способи структурування об'єктів моделювання
- 2.2 Графи як узагальнення структурних моделей
- 2.3 Способи формалізації структурних моделей
- 2.4 Формальні перетворення структурних моделей
- 2.5 Потокові графи

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **3 ФУНКЦІОНАЛЬНІ МОДЕЛІ**

### **3.1 Моделі статички**

- 3.1.1 Модель статички як окремий випадок загальної операторної функціональної моделі
- 3.1.2 Лінійні та нелінійні моделі Типові нелінійності
- 3.1.3 Лінеаризовані моделі
- 3.1.4 Нелінійна апроксимація (поліномами, сплайнами, вейвлетами тощо)
- 3.1.5 Моделі логіки

### **3.2 Моделі динаміки**

- 3.2.1 Модель динаміки як окремий випадок загальної операторної функціональної моделі
- 3.2.2 Моделі динаміки у просторі станів
- 3.2.3 Моделі динаміки у просторі зображень
- 3.2.4 Моделі динаміки у просторі спектрів
- 3.2.5 Моделі динаміки дискретних систем

### **3.3 Моделі обслуговування**

- 3.3.1 Поняття системи масового обслуговування
- 3.3.2 Характеристики СМО
- 3.3.3 Моделі типових СМО

### **3.4 Алгоритмічні моделі**

- 3.4.1 Основні поняття теорії алгоритмів
- 3.4.2 Основи алгоритмічної алгебри
- 3.4.3 Подання алгоритмічних моделей
- 3.4.4 Ізоморфізм та гомеоморфізм в мовах програмування як основа комп'ютерного моделювання

### **3.5 Агрегатні та комплексні функціональні моделі**

- 3.5.1 Формальні перетворення функціональних моделей
- 3.5.2 Агрегування моделей лінійних систем

### 3.5.3 Агрегування моделей нелінійних систем

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## 4 ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ

### 4.1 Основні поняття теорії інформації

### 4.2 Бази даних і знань як інформаційні моделі

### 4.3 Семантичні мережі і гіпертекстові системи

#### 4.3.1 Поняття про семантичні моделі

#### 4.3.2 Моделі гіпертекстових систем

#### 4.3.3 Критерії оцінювання гіпертекстових структур

### 4.4 Інформаційні потоки

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## ЧАСТИНА 2 ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ МОДЕЛЮВАННЯ

## 5 ПОНЯТТЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

### 5.1 Задачі ідентифікації

#### 5.1.1 Структурна ідентифікація

#### 5.1.2 Параметрична ідентифікація

### 5.2 Ідентифікаційний експеримент

#### 5.2.1 Пасивна ідентифікація функціональної моделі

#### 5.2.2 Активна ідентифікація функціональної моделі

#### 5.2.3 Ідентифікація алгоритмічної моделі

#### 5.2.4 Ідентифікація інформаційної моделі

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## 6 МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

### 6.1 Статистична ідентифікація

#### 6.1.1 Статистична оцінка законів розподілу випадкових величин

#### 6.1.2 Кореляційний аналіз

#### 6.1.3 Факторний аналіз

#### 6.1.4 Регресійний аналіз

#### 6.1.5 Спектральний аналіз

### 6.2 Інтелектуальні засоби ідентифікації

#### 6.2.1 Ідентифікація шляхом навчання нейронних мереж

#### 6.2.2 Нечітка ідентифікація

#### 6.2.3 Узгодження і уточнення рішень

### 6.3 Ідентифікація хаотичних систем

#### 6.3.1 Параметрична ідентифікація хаотичної динамічної системи Дуффінга

#### 6.3.2 Адаптивно-пошукова ідентифікація хаотичної динамічної системи Ресслера

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## 7 МЕТОДИ ОБРОБКИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

### 7.1 Інтерполяція

#### 7.1.1 Різницеві методи

#### 7.1.2 Інтерполяція за Лагранжем

#### 7.1.3 Сплайн-інтерполяція

- 7.1.3.1 Класичний кубічний сплайн
- 7.1.3.2 Створення сплайнових параметричних кривих

## **7.2 Апроксимація даних**

## **7.3 Статистична обробка даних**

## **7.4 Цифрова обробка сигналів**

- 7.4.1 Загальні відомості та поняття
- 7.4.2 Загальна структура системи цифрової обробки аналогових сигналів
- 7.4.3 Дискретні та неперервні сигнали
- 7.4.4 Теорема Котельникова
- 7.4.5 Дискретні перетворення сигналів
  - 7.4.5.1 Спектр Фур'є неперервних та дискретних сигналів
  - 7.4.5.2 Дискретне перетворення Фур'є
  - 7.4.5.3 Застосування ДПФ
- 7.4.6 Перетворення Лапласа
- 7.4.7 Застосування перетворення Лапласа в системах обробки даних
- 7.4.8 Ортогональні перетворення в діадних базисах
- 7.4.9 Згортка Кореляція
- 7.4.10 Цифрова фільтрація сигналів

## **7.5 Методи обробки зображень**

- 7.5.1 Класичні методи обробки зображень
- 7.5.2 Статистичні методи аналізу зображень
- 7.5.3 Фільтрація зображень
- 7.5.4 Методи на основі динамічних моделей
- 7.5.5 Методи на основі декомпозиції на власні вектори
- 7.5.6 Методи класифікації елементів зображень
- 7.5.7 Фрактальні методи
- 7.5.8 Вейвлет-перетворення

## **7.6 Інтервальний аналіз**

- 7.6.1 Класична інтервальна арифметика
- 7.6.2 Інтервальне розширення та звуження
- 7.6.3 Диференціювання та інтегрування в інтервальному аналізі
- 7.6.4 Інтервальні методи розв'язання диференціальних рівнянь
- 7.6.5 Інтервальний метод другого порядку для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь
- 7.6.6 Інтервальні методи типу Рунге-Кутта
- 7.6.7 Метод Круксберга
- 7.6.8 Подання інтервальної функції через граничні дійсні функції
- 7.6.9 Розширення інтервальної арифметики

### **Ключові слова**

### **Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

### **Література**

## **ЧАСТИНА 3 МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ**

## **8 АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

### **8.1 Застосування звичайних диференціальних рівнянь до моделювання технічних систем**

- 8.1.1 Деякі відомості з теорії звичайних диференціальних рівнянь
- 8.1.2 Моделювання технічних систем диференціальними рівняннями
- 8.1.3 Математичні моделі технічних систем і процесів
- 8.1.4 Стійкість за Ляпуновим програмних рухів
- 8.1.5 Стабілізація програмних рухів
- 8.1.6 Врахування розподіленості параметрів системи

### **8.2 Диференціальні рівняння в частинних похідних для моделювання технічних систем**

- 8.2.1 Рівняння параболічного типу і їх застосування до моделювання теплофізичних процесів в технічних системах
- 8.2.2 Рівняння гіперболічного типу і їх роль в моделюванні динамічних процесів
- 8.2.3 Рівняння еліптичного типу в застосуванні до моделювання стаціонарних процесів

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **9 ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

### **9.1 Похибки та властивості обчислювальних методів та алгоритмів**

#### **9.2 Задачі лінійної алгебри**

- 9.2.1 Розв'язання систем лінійних рівнянь
  - 9.2.1.1 Прямі методи
  - 9.2.1.2 Ітераційні методи
- 9.2.1.3 Загальні висновки щодо застосування методів розв'язання систем лінійних рівнянь
- 9.2.2 Визначення власних значень матриць
  - 9.2.2.1 Методи обчислення власних значень
  - 9.2.2.2 Порівняння методів визначення власних значень

#### **9.3 Нелінійні задачі**

- 9.3.1 Розв'язання нелінійних рівнянь
  - 9.3.1.1 Метод половинного ділення
  - 9.3.1.2 Метод хибного положення (хорд)
  - 9.3.1.3 Метод Ньютона (дотичних)
  - 9.3.1.4 Метод січних
  - 9.3.1.5 Метод простої ітерації
  - 9.3.1.6 Визначення комплексних коренів
- 9.3.2 Розв'язання систем нелінійних рівнянь
- 9.3.3 Загальні висновки щодо застосування методів розв'язання нелінійних задач

#### **9.4 Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь**

- 9.4.1 Методи розв'язання задачі Коші
  - 9.4.1.1 Однокрокові методи
  - 9.4.1.2 Багатокрокові методи
  - 9.4.1.3 «Жорсткі» задачі
  - 9.4.1.4 Загальні висновки щодо вибору методу розв'язання задачі Коші
- 9.4.2 Методи розв'язання крайових задач
  - 9.4.2.1 Метод «стрілянини»
  - 9.4.2.2 Різницеві методи

#### **9.5 Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних**

- 9.5.1 Різницевий метод
- 9.5.2 Розв'язання окремих типів диференціальних рівнянь в частинних похідних
  - 9.5.2.1 Еліптичні рівняння
  - 9.5.2.2 Гіперболічні рівняння
  - 9.5.2.3 Параболічні рівняння
- 9.5.3 Загальні рекомендації до розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних

#### **9.6 Чисельне інтегрування**

- 9.6.1 Формули прямокутників
- 9.6.2 Формули Ньютона –Котеса
- 9.6.3 Формула Чебишева
- 9.6.4 Формула Гаусса
- 9.6.5 Алгоритми застосування чисельних методів
- 9.6.6 Метод Монте-Карло

#### **9.7 Чисельне диференціювання**

- 9.7.1 Чисельне диференціювання аналітично заданих функцій
- 9.7.2 Чисельне диференціювання таблично заданих функцій

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **10 ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

**10.1 Постановка задачі імітаційного моделювання**

**10.2 Використання агрегатного принципу для імітаційного моделювання**

**10.3 Алгоритми генерування тестових послідовностей**

10.3.1 Обробка результатів імітаційного моделювання

10.3.2 Оцінка необхідного обсягу тестів та трудомісткості імітаційного моделювання

10.3.3 Програмні пакети для імітаційного моделювання

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **11 ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ**

**11.1 Стандарти моделювання**

**11.2 Засоби архітектурного моделювання складних систем**

11.2.1 Уніфікована мова системного моделювання UML

11.2.2 мова моделювання бізнес-процесів BPMN

**11.3 Моделювання в середовищах математичних пакетів**

11.3.1 Середовище MathCAD

11.3.2 Середовище MatLab

11.3.3 Інші математичні пакети

**11.4 Можливості моделювання у системі Microsoft Office**

11.4.1 Розрахункові та оптимізаційні задачі в системі Excel

11.4.2 Задачі моделювання в системі Access

**11.5 Системи автоматизованого проектування**

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **ЧАСТИНА 4 ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ І ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ**

## **12 МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ**

**12.1 Модель як складова задачі оптимізації**

12.1.1 Класифікація задач оптимізації

12.1.2 Багатокритеріальна оптимізація

12.1.3 Гладка оптимізація

12.1.4 Опукла оптимізація

12.1.5 Негладка оптимізація за методом координатного спуску (підйому)

12.1.6 Стохастична оптимізація

12.1.7 Лінійне програмування

12.1.8 Теорія ігор

12.1.9 Динамічне програмування

12.1.10 Варіаційні задачі

12.1.11 Алгоритми на графах

**12.2 Використання моделі для оптимального прогнозування**

12.2.1 Класифікація задач і методів прогнозування

12.2.2 Основи прогнозування даних

12.2.2.1 Часові ряди і стохастичні процеси

12.2.2.2 Експоненційне згладжування

12.2.2.3 Початкові умови експоненційного згладжування

12.2.2.4 Вибір постійної згладжування

12.2.2.5 Формування ансамблів моделей-предикторів

**12.3 Модель як складова задачі оптимального оцінювання**

**12.4 Моделювання в задачах прийняття оптимальних рішень**

**12.5 Моделювання в задачах управління проектами**

12.5.1 Багатокритеріальна нечітка оцінка якості проектів

12.5.2 Нечітке булеве програмування і рішення задачі вибору проекту

12.5.3 Модельний приклад

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**

## **13 МОДЕЛІ ОКРЕМИХ КЛАСІВ СИСТЕМ**

**13.1 Моделі фізичних процесів в технологічних об'єктах**

13.1.1 Фізичні процеси в об'єктах керування

13.1.2 Закони збереження як фундаментальні моделі фізичних процесів

13.1.3 Рівняння Максвелла

13.1.4 Рівняння Шредінгера

13.1.5 Рівняння дифузії і теплопровідності

13.1.6 Рівняння Кірхгофа

**13.2 Моделі систем автоматики**

**13.3 Моделювання процесів у металургії**

13.3.1 Прогнозування показників виробництва марганцевих феросплавів з використанням нечіткої експертної системи

13.3.2 Ідентифікація технологічного процесу виплавлення феросиліцію

13.3.3 Ідентифікація вихідних характеристик сталі з використанням нейронних мереж

**13.4 Моделі обчислювальних систем**

13.4.1 Види обчислювальних систем

13.4.2 Математичні моделі обчислень

13.4.3 Моделі промислових комп'ютерних мереж

**13.5 Моделі розподілених систем**

13.5.1 Види розподілених систем

13.5.2 Динамічні процеси в розподілених системах

13.5.3 Задача спостережності і керованості розподіленої системи

13.5.4 Синергетика і теорія катастроф

**13.6 Моделі АСУ**

**13.7 Моделі інтелектуальних процесів**

**13.8 Моделі соціально-економічних процесів**

13.8.1 Модель валового національного продукту

13.8.2 Класична модель економіки

13.8.3 Кейнсіанська модель

13.8.4 Модель демографічних процесів та розвитку популяцій

**Ключові слова**

**Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи**

**Література**