

Застосування критерію χ^2 для аналізу можливості прийняття рішення головною героїнею п'єси М. Гоголя «Одруження»

Вінницький національний технічний університет

Анотація. В даній доповіді розглядається можливість застосування критерію χ^2 для прийняття складного життєвого рішення на прикладі п'єси М. Гоголя «Одруження».

Ключові слова: критерій χ^2 , емпірична частота, теоретична частота, критичне значення, гіпотеза.

Abstract. In this report the possibility of applying criterion χ^2 for the adoption of a complex life solution on the example of M. Gogol's play "Marriage".

Keywords: criterion χ^2 , empirical frequency, theoretical frequency, critical value, hypothesis.

В геніальній комедії М. В. Гоголя «Одруження» [1] у доньки купця Аграфени Тихоновни було п'ятеро наречених. Одного вона одразу виключила із розгляду, тому що він був купецького звання, як і вона сама. А з решти вона не знала, кого обрати. Їй хотілось, щоб наречений суміщував у собі чесноти усіх чотирьох. Але вивести середню величину з чотирьох людей неможливо, і Аграфена Тихонівна розгублена. Вона закохана, але не знає в кого. І ні її тітонька, ні сваха не могли дати їй корисну пораду.

Уся проблема в тому, що вони не були знайомі з критерієм χ^2 [2]. Саме він міг би допомогти їм у вирішенні проблеми вибору. З його допомогою можна було б спробувати встановити, в кого більше закохана Аграфена Тихонівна.

Для цього потрібно оцінити чесноти наречених за кількістю спрямованих поглядів нареченої. Скільки разів вона глянула на губи Никанора Івановича? На ніс Івана Кузьмича? Уважна сваха чи тітонька могли спостерігати таку ознаку. Припустимо, що за пів години оглядин вона зафіксувала такі спостереження (таблиця 1).

Таблиця 1 – Розподіл погляду Аграфени Тихонівни між 4 нареченими

Наречені	Никанор Іванович	Іван Кузьмич	Іван Павлович	Балтазар Балтазарович	Усього поглядів
Кількість поглядів	14	5	8	5	32

Зауваження: кількість поглядів відповідає тексту п'єси.

Тепер нам потрібно співставити отримані емпіричні частоти з теоретичними. Якщо Аграфена Тихонівна нікому не надає перевагу, то даний розподіл показника спрямованості її погляду не буде відрізнятися від рівномірного розподілу: вона на всіх дивиться брїблизно з однаковою частотою.

Висуваємо гіпотези.

H_0 : Розподіл поглядів Аграфени Тихонівни між нареченими не відрізняється від рівномірного.

H_1 : Розподіл поглядів Аграфени Тихонівни між нареченими відрізняється від рівномірного.

тепер необхідно визначити теоретичну частоту поглядів при рівномірному розподілі. Очевидно, що при такому розподілі пожен із наречених отримав $\frac{1}{4}$ усіх її поглядів.

Подамо ці міркування більш формалізованою мовою. Теоретична частота при співставленні емпіричного розподілу з рівномірним визначається за формулою:

$$f_{teor} = \frac{n}{k}$$

де n – кількість спостережень;

k – кількість розрядів ознаки.

В нашому випадку ознака – погляд нареченої, спрямований на конкретного нареченого. Кількість розрядів ознаки – 4 (кількість наречених), кількість спостережень – 32. В нашому випадку

$$f_{teor} = \frac{32}{4} = 8$$

.Співставивши емпіричні частоти з теоретичною стає зрозуміло, що Іван Кузьмич та

Балтазар Балтазарович, напевне, не мають шансів. А от Никанор Іванович істотно випереджіє конкурентів. Однак для того, щоб довести нерівномірність отриманого емпіричного розподілу, нам

необхідно провести рочні розрахунки. В методі χ^2 вони проводяться з точністю до сотих, а іноді і до тисячних одиниці.

Наведемо алгоритм розрахунку критерію χ^2 .

1. Занести в таблицю найменування розрядів та відповідні їм емпіричні частоти (перший стовпчик).
2. Поряд з кожною емпіричною частотою записати теоретичну частоту (другий стовпчик).
3. Підрахувати різниці між емпіричною та теоретичною частотою за кожним розрядом (рядком) та записати їх у третій стовпчик.
4. Визначити число ступенів свободи $\nu = k - 1$, де k – кількість розрядів ознаки.
5. Піднести до квадрату отримані різниці та занести їх в четвертий стовпчик.
6. Поділити отримані квадрати різниць на теоретичну частоту та записати результати у п'ятий стовпець.

7. Додати елементи п'ятого стовпчика. Отриману суму позначити, як χ_{emp}^2 .

8. За статистичними таблицями розподілу χ^2 визначаємо критичне значення критерію (χ_{kryt}^2) для

даного числа ступенів свободи. Якщо $\chi_{emp}^2 < \chi_{kryt}^2$, то розбіжності між розподілами недостовірні.

Всі розрахунки для нашого випадку наведено в Таблиці 2.

Таблиця 2 – Розрахунок критерію χ^2

Розряди – наречені	Емпірична частота погляду f_{emp}	Теоретична частота f_{teor}	$f_{emp} - f_{teor}$	$(f_{emp} - f_{teor})^2$	$\frac{(f_{emp} - f_{teor})^2}{f_{teor}}$
1 Никанор Іванович	14	8	+6	36	4,5
2 Іван Кузьмич	5	8	-3	9	1,125
3 Іван Павлович	8	8	0	0	0
4 Балтазар Балтазарович	5	8	-3	9	1,125
Разом	32	32	0		6,750

Відмітимо, що потрібно щоразу переконуватися в тому, аби сума різниць між емпіричними та теоретичними частотами дорівнює 0. Якщо ця рівність не збережена, то це означає, що в підрахунок частот чи різниць допущено помилку.

В даному випадку:

$$\chi_{emp}^2 = \frac{(14-8)^2}{8} + \frac{(5-8)^2}{8} + \frac{(8-8)^2}{8} + \frac{(5-8)^2}{8} = 6,75$$

Для нашого випадку число ступенів свободи $n = k - 1 = 4 - 1 = 3$. За статистичною таблицею розподілу χ^2 із рівнем значимості $\alpha = 0,05$ $\chi_{крит}^2 = 7,815$.

Нажаль, на основі цих даних тітонька не зможе дати Аграфені Тихоновні ґрунтовану відповідь: $\chi_{emp}^2 < \chi_{крит}^2$. Це означає, що гіпотеза H_0 приймається. Розподіл погляду нареченої між нареченими не відрізняється від рівномірного розподілу.

Припустимо, що тітонька на цьому не зупинилась. Вона стала уважніше слідкувати за тим, скільки разів небога згадує в розмові кожного з наречених (табл. 3).

Таблиця 3 – Розподіл згадувань наречених

Наречені	Никанор Іванович	Іван Кузьмич	Іван Павлович	Балтазар Балтазарович	Усього згадувань
Кількість згадувань	15	6	9	6	36

Тітонька вже бачить, що Никанор Іванович користується більшою прихильністю небоги. Але вона може довести це статистично, додавши усі прихильні прояви з боку нареченої: погляди та згадування у розмові. – і співставити отриманий розподіл з рівномірним. Оскільки кількість спостережень зростає, то є шанс, що відмінності виявляться достовірними.

З додатковими даними розрахунки для нашого випадку наведено в Таблиці 4.

Таблиця 4 – Розрахунок критерію χ^2 для розширеного списку згадувань

Розряди – наречені	Емпірична частота f_{emp}	Теоретична частота f_{teor}	$f_{emp} - f_{teor}$	$(f_{emp} - f_{teor})^2$	$\frac{(f_{emp} - f_{teor})^2}{f_{teor}}$
1 Никанор Іванович	29	17	+12	144	8,47
2 Іван Кузьмич	11	17	-6	36	2,12
3 Іван Павлович	17	17	0	0	0
4 Балтазар Балтазарович	11	17	-6	36	2,12
Разом	68	68	0		12,71

За статистичною таблицею розподілу χ^2 із рівнем значимості $\alpha = 0,05$ та $\nu = 3$ $\chi_{крит}^2 = 7,815$. В

даному випадку $\chi_{emp}^2 > \chi_{крит}^2$. Це означає, що приймається гіпотеза H_1 . Розподіл проявів прихильності Аграфені Тиханівни між нареченими відрізняється від рівномірного.

На цьому прикладі ми переконалися, що збільшенні числа спостережень підвищується достовірність результату, якщо в нових спостереженнях відтворюється попередня тенденція відмінностей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гоголь М.В. П'єси, Москва, 1959. – 487 стор.
2. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Частина 2 : навчальний посібник / В. І. Ключко, Н. В. Сачанюк-Кавецька, М. Б. Ковальчук В. В. Хом'юк. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – 168 стор

Бажура Володимир Сергійович, ЗЕ-166, ФЕЕЕМ, bazhurawolodymyr@ukr.net

Науковий керівник: **Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна**, к.т.н., доцент, доцент каф. ВМ

Bazhura Volodymyr Serhiyovich, FEEM

Supervisor: **Sachaniuk-Kavets'ka Natalia**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor the department of Higher mathematics