

СУБОПТИМАЛЬНІ МОДИФІКАЦІЇ МЕТОДУ ТУРБО-ДЕКОДУВАННЯ БЕРРУ-ГЛАВ'Є-ЦІТІМАДЖІМИ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У роботі проведено огляд субоптимальних методів декодування турбо-кодів на базі методу Берру-Глав'є-Цітімаджіми. Представлено математичні моделі, оцінено відносну складність та наведено певні реалізаційні особливості.

Ключові слова: огляд, турбо-код, турбо-декодування, математична модель, коректуюча функція, відносна складність.

Abstract

The paper reviews the suboptimal turbo-decoding methods, based on the Berrou-Glavieux-Thitimajshima method. The mathematical models are presented, the relative complexity is estimated, and certain implementation features are given.

Keywords: review, turbo-code, turbo-decoding, mathematical model, correcting function, relative complexity.

Вступ

Одним із найбільш помітних досягнень (кроком до ідеального коду) в теорії завадостійкого кодування за останні роки є турбо-коди (ТК), які володіють особливою здатністю забезпечувати характеристики завадостійкості передавання інформації, близькі до теоретично отриманих значень. Якщо необхідно працювати з об'ємними інформаційними повідомленнями на високих швидкостях передавання даних, то застосовують саме даний код. ТК знайшов практичне застосування у передаванні телеметричної інформації з космічних апаратів, у системах рухомого радіозв'язку третього (3G) та четвертого покоління (4G), а також був запропонований групою вчених ITU-T у чорнових рекомендаціях G.922.1.bis і G.922.2.bis для стандарту ADSL [1, 2]. Не дивлячись на те, що впродовж багатьох років ТК не розглядалися, останнім часом спостерігається збільшення кількості досліджень у різних наукових роботах. Це пов'язано з тим, що сучасні технічні можливості вийшли на новий рівень розвитку і дозволяють застосовувати складні обчислювальні алгоритми, які забезпечують високий ступінь виправлення помилок. Крім того, даний код зручний тим, що певні модифікації в структурі кодера дозволяють виконати разом і кодування джерела, і шифрування, і пряму корекцію помилок [3, 4].

Термін "турбо" та математичний апарат для паралельної конкатенації згорткових кодів вперше запропонували у своїй фундаментальній роботі [5] французькі вчені К. Берру, А. Глав'є, П. Цітімаджіма, підсумувавши роботу, яку вели математики, а також фахівці з апаратних, програмних засобів ЕОМ та проблем передавання інформації, розробивши технологію, яка дозволяла досягти рекордних показників коефіцієнта бітових помилок. Ідея їхньої роботи полягала у вдосконаленні алгоритму, який вперше представили Л. Баал, Дж. Кок, Ф. Джелінек, Дж. Равів [6]. З точки зору штучного інтелекту, турбо-декодування – це приклад алгоритму Дж. Перл. Слід зазначити, що метод Берру-Глав'є-Цітімаджіми (БГЦ) або ітеративний метод за максимумом апостеріорної імовірності є досить складним в обчислювальному плані, а це, в свою чергу, спричиняє часові затримки на етапі декодування у системах передавання даних [1]. Саме тому було розроблено ряд субоптимальних модифікацій методу БГЦ, які будуть розглянуті у даній роботі.

Відповідно *метою* роботи є огляд субоптимальних методів декодування турбо-кодів на базі методу БГЦ та представлення їх математичних моделей.

Результати дослідження

Шеннон у роботі [7] показав, що найкращим кодом буде той, який передає повідомлення за час $t \rightarrow \infty$, формуючи в кожний момент часу t_k випадкові кодові елементи. У приймача є нескінченна кількість повідомлень, на які вплинув шум з каналу зв'язку. Із цих варіантів декодер вибирає копію, яка найбільш близька до переданого повідомлення. Дана модель представляє теоретичний ідеальний код, який виправляє всі помилки у сигналі.

ТК представляє собою спосіб побудови випадкового кода великої довжини, що відповідає принципу Шеннона. Головна ідея турбо-кодування – використання двох або більше паралельно працюючих компонентних кодерів [1]. При цьому інформаційний блок кодується кілька разів за кількістю застосованих у системі кодів, причому другий і наступні кодера здійснюють процедуру кодування тільки після попереднього, випадкового інтерлівінгу (перемішування) символів по заданому алгоритму. Математично пермутатор – це алгебраїчна система, яка виконує бієкцію, тобто дозволяє відобразити набір елементів $Z(q)$ на $Z(q)$, де q є довжиною блока даних. Задача деінтерлівера – виконати зворотні перетворення і відновити вихідну структуру інформації на етапі приймання. Операція перемішування поширена в турбо-кодуванні як один із способів боротьби з помилками, тобто на вході декодера помилки рівномірно розподіляються в часі, утворюючи потік незалежних помилок. Закон перемішування може визначатися математичною формулою, табличною формою запису або описом закономірності побудови пермутатора [8]. У результаті циклу роботи турбо-декодера (2 ітерації компонентних декодерів) відбувається обмін каналними, апіорними і зовнішніми знаннями (LLR) про дані d_k (x_k – зашумлені дані) за формулами

$$LLR_1^{(1)}(d_k) = LLR_{анп.}(d_k) + LLR_{кан.} \cdot x_k + LLR_{зовн1}^{(1)}(d_k), \quad (1)$$

$$LLR_2^{(2)}(d_k) = LLR_{зовн1}^{(1)}(d_k) + LLR_{кан.} \cdot x_k + LLR_{зовн2}^{(2)}(d_k). \quad (2)$$

Надійність рішень визначається їх абсолютним значенням, причому чим воно далі від нуля тим вища надійність, тобто надійність рішення d_k визначається абсолютним значенням $|LLR(d_k)|$.

У праці П. Робертсона, Е. Віллебруна та П. Хохера [9] розроблено нові методи, які спрощують метод БГЦ та застосовуються на практиці. Перевагою методу декодування log-БГЦ є те, що він працює в логарифмічній області, де операція множення перетворюється на додавання. Цей метод використовує логарифм Якобіана з компенсуючою функцією $f_{кор}$ та спрощує обчислювальну складність методу БГЦ, досягаючи таких же значень коефіцієнта бітових помилок при малих значеннях сигнал/шум. Математичну модель можна представити у наступній формі

$$\gamma_k^{LM}(s', s) = \ln \gamma_k(s', s) = \frac{1}{2} \cdot \left(d_k \cdot LLR_{анп.}(d_k) + d_k \cdot LLR_{кан.} \cdot x_k + \sum_{k=2}^n d_{k,v} \cdot LLR_{кан.} \cdot x_{k,v} \right), \quad (3)$$

$$\alpha_k^{LM}(s) = \ln \alpha_k(s) = \ln \left(\sum_{(s', s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s', s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s')) \right), \quad (4)$$

$$\beta_{k-1}^{LM}(s') = \ln \beta_{k-1}(s') = \ln \left(\sum_{(s', s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s', s) + \beta_k^{LM}(s)) \right), \quad (5)$$

де $\ln(\cdot)$ – натуральний логарифм; $\gamma_k(s, s')$ – реберна метрика; $\alpha_k(s)$ – метрика прямого шляху на діаграмі кодера; $\beta_{k-1}(s')$ – метрика зворотного шляху; $d_k, d_{h,v}$ – k -ий систематичний бінарний інформаційний символ та його h перевірючих символів для v -ого кодера; $x_k, x_{h,v}$ – зашумлена версія символів d_k та $d_{h,v}$.

Для розрахунків у формулах (4) та (5) можна використати логарифм Якобіана

$$f(a, b) = \ln(\exp(a) + \exp(b)) = \max(a, b) + \ln(1 + \exp(-|a - b|)) = \max(a, b) + f_{кор}. \quad (6)$$

Для економії часу, спрощення та швидкості обчислень, замість того, щоб декілька разів звертатися до відносно повільної та кошовної в апаратному виконанні функції $\exp(\cdot)$, для виразу $f_{кор}$ використовують апроксимацію. Наприклад, метод log-БГЦ з використанням кусково-лінійної

коректуючої функції (PL-log-БГЦ), який запропоновано в роботі Ю.Ю. Іванова та А.Я. Кулика [10]. Формулу для розрахунку значень компенсуючої функції можна привести у вигляді

$$f_{кор}(z) = \begin{cases} -0,3792 \cdot z + 0,6754, & \text{if } z \in [0;1); \\ -0,2229 \cdot z + 0,5327, & \text{if } z \in [1;1,5); \\ -0,1483 \cdot z + 0,4213, & \text{if } z \in [1,5;2); \\ -0,0773 \cdot z + 0,2758, & \text{if } z \in [2;3); \\ -0,0300 \cdot z + 0,1362, & \text{if } z \in [3;4); \\ +0,0100, & \text{if } z \in (4;\infty), \end{cases} \quad (7)$$

де $z = |a - b|$.

Дана кусково-лінійна апроксимація функції $f_{кор}$ досить точно корелює з оригіналом ($r = 0,9994$) та має похибку апроксимації меншу, ніж подібні аналоги [10, 11]. Існує ряд інших модифікацій, огляд яких наведено у роботі [11].

Інший відомий субоптимальний метод – max-log-БГЦ, який використовує апроксимацію за максимумом при розрахунку метрик у процедурі декодування ТК, яка полягає у нехтуванні розрахунком компенсуючої функції $f_{кор}$. Цей метод декодування втрачає оптимальність та приблизно 10% ефективності у порівнянні з методом БГЦ [9].

Загальна формула для розрахунку апостеріорних рішень з виходу декодера задається для всіх методів наступним чином

$$LLR(d_k) = LLR_{анр.}(d_k) + LLR_{кан} \cdot x_k + LLR_{зовн}(d_k) = \ln \frac{\sum_{s',s}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s',s)}{\sum_{s',s}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s',s)}. \quad (8)$$

Для комплексного порівняльного аналізу обчислювальної складності методів турбо-декодування доцільно застосувати параметри відносної складності [1, 12]. Результати розрахунків представлено у табл. 1, де \uparrow (\downarrow) показує у скільки разів (мінімум та максимум) метод декодування в рядку складніший (простіший) за той, який у стовпці.

Таблиця 1 – Показники відносної складності для методів турбо-декодування

Методи декодування	БГЦ	PL-log-БГЦ	max-log-БГЦ
БГЦ	-	$\uparrow 3,68 \dots 7,67$	$\uparrow 7,19 \dots 15,7$
PL-log-БГЦ	$\downarrow 3,68 \dots 7,67$	-	$\uparrow 1,69 \dots 2,46$
max-log-БГЦ	$\downarrow 7,19 \dots 15,7$	$\downarrow 1,69 \dots 2,46$	-

Слід зазначити, що на практиці для ТК існують деякі реалізаційні особливості. Типова крива зменшення коефіцієнта бітових помилок має три основні області: спочатку відбувається поступове зменшення – область неузгодженості, потім різке зменшення – «водоспад», а потім зустрічається область «порогу помилок» або «плато насичення», в якій нахил кривої різко зменшується [13].

Висновки

У цій роботі розглянуто модифікації методу декодування турбо-кодів на базі методу БГЦ, показано їх математичні моделі та згадано про певні реалізаційні особливості. Завдяки використанню ефективних методів декодування, ТК знаходять своє місце в багатьох системах зв'язку, у яких вони використовуються для збільшення дальності прийому, підвищення ефективності роботи системи в умовах низького енергетичного потенціалу тощо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів / Р.Н. Кветний, Ю.Ю. Іванов, С.Г. Кривогубченко, О.В. Стукач // Метрологія та прилади. – К: ВКФ «Фавор ЛТД», 2017. – № 3 (65). – С. 25-32.
2. Ivanov Y. A Viterbi Algorithm as a Key to Decoding Turbo-Code / Y. Ivanov, A. Kulyk, S. Krivogubchenko // Nauka i studia. – Przemysl: Nauka i studia, 2012. – № 11(56). – P. 60-65.
3. Caire G. Almost-Noiseless Joint Source-Channel Coding-Decoding of Sources with Memory / G. Caire, S. Shamai, S. Verdu // Proclaimed on the 5th International ITG-Conference on Source and Channel Coding. – Germany, Munich: January, 2004. – P. 295-303.
4. Quin M. Joint Error Correction and Encryption Scheme Based on Turbo Codes / Q. Mao, S. Longji, Q. Chuan // International Symposium on Intelligence Information Processing and Trusted Computing. – 2010. – P. 503-506.
5. Berrou C. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes / C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima // Proceedings of the ICC'93. – Switzerland, Geneva: 1993. – P. 1064-1070.
6. Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate / L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, J. Raviv // IEEE Transactions on Information Theory. – 1974. – V. 20. – P. 284-287.
7. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication / C. E. Shannon // Reprinted from The Bell System Technical Journal. – 1948. – V. 27. – P. 379–423, 623–656.
8. Кулик А. Я. Види інтерліверів у турбо-кодових конструкціях для цифрових систем зв'язку різного функціонального призначення: матер. XIII міжнародної науково-технічної конференції «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах» / А. Я. Кулик, Ю. Ю. Іванов. – Одеса-Хмельницький : ХНУ, 6-12 червня, 2014 р. – С. 124.
9. Robertson P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain / P. Robertson, E. Villebrun, P. Hoeher // 1995 IEEE International Conference on Communications ICC'95 "Gateway to Globalization". – USA, Seattle: IEEE, June 18, 1995. – V. 2. – P. 1009-1013.
10. A Novel Suboptimal Piecewise-Linear-log-MAP Algorithm for Turbo Decoding / Yu.Yu. Ivanov, A.N. Romanyuk, A.Ia. Kulyk, O.V. Stukach // Proceedings on XI IEEE International Siberian Conference on Control and Communications. – Omsk: Omsk State Technical University, 21-23 May, 2015. – P. 1-8.
11. Stukach O.V. A Brief Overview and Experimental Researches of Novel PL-log-MAP Turbo Decoding Algorithm / O.V. Stukach, A.N. Romanyuk, Yu.Yu. Ivanov // Proceedings on XIII IEEE International Siberian Conference on Control and Communications. – Astana: S. Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Republic of Kazakhstan, 29-30 June, 2017. – Access mode: <http://ieeetpu.ru/proceedings/papers/4uw461.pdf>.
12. Кулик А.Я. Порівняльний аналіз складності реалізації методів декодування турбо-кодів / А.Я. Кулик, С.Г. Кривогубченко, Ю.Ю. Іванов // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – № 1 (26). – С. 26–31.
13. Wu Y. Implementation of Parallel and Serial Concatenated Convolutional Codes: Ph. D. dissertation: April, 2000 / Y. Wu. – Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2000. – 219 p.

Котюжанський Назар Олександрович — студент групи I-156, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Іванов Юрій Юрійович — канд. техн. наук, асистент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: Yura881990@i.ua.

Науковий керівник: **Іванов Юрій Юрійович** — канд. техн. наук, асистент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Kotyuzhansky Nazar O. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Ivanov Yuriy Yu. — Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: Yura881990@i.ua.

Supervisor: **Ivanov Yuriy Yu.** — Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.