

ПРИСТРІЙ СИНТЕЗУ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ В БАЗИСІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ.

Вінницький національний технічний університет.

Анотація

Розроблено віртуальний пристрій, що дозволяє синтезувати періодичний сигнал довільної форми в базисі гармонічних функцій.

Ключові слова: тригонометричний ряд Фур'є, синтез періодичних сигналів, ортонормований базис.

Abstract

The virtual device allows to synthesize an any form periodic signal in basis of trigonometric functions is developed.

Keywords: trigonometric Fourier series, synthesis of periodic signals, orthonormalized basis.

Вступ

У 1807 році барон Жан Батист Жозеф Фур'є (1768-1830 рр.) висловив сміливе припущення, що за допомогою нескінченного ряду:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos k\omega t + b_k \cdot \sin k\omega t) \quad (1)$$

можна подати будь-яку довільну періодичну, з періодом T функцію, причому навіть таку, яка містить розриви. Такий ряд називається тригонометричним, а безліч функцій $\cos k\omega t$, $\sin k\omega t$, $k = 1, 2, 3, \dots$ тригонометричною системою. Тригонометрична система функцій є ортогональною системою [1] в тому розумінні, що

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos k\omega t \cdot \cos m\omega t dt &= 0, & \int_{-\pi}^{\pi} \sin k\omega t \cdot \sin m\omega t dt &= 0, & k, m \in N_0, & k \neq m, \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos k\omega t \cdot \sin m\omega t dt &= 0, & k, m \in N_0, & m \in N, & \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 k\omega t dt &= \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 k\omega t dt = \pi, & k \in N \end{aligned} \quad (2)$$

Нехай ξ деяка 2π -періодична функція, що є абсолютно інтегруємою на відрізку $[-\pi, \pi]$. Тоді тригонометричний ряд (1) з коефіцієнтами [1,3]

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \xi(t) dt, \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \xi(t) \cos(kt) dt, \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \xi(t) \sin(kt) dt. \quad (3)$$

називається тригонометричним рядом Фур'є функції ξ , а коефіцієнти a_0 , a_k , b_k – коефіцієнтами ряду Фур'є функції ξ . Помітимо, що члени тригонометричного ряду є визначеними на дійсній осі 2π -періодичними функціями. Тому й сума тригонометричного ряду (якщо цей ряд сходиться) також є 2π -періодичною функцією.

Якщо система базисних функцій задана, і число членів ряду Фур'є обмежене деякою фіксованою скінченною величиною H , що практично і відбувається реальних умовах спостереження, ряд забезпечує найкращу апроксимацію функції ξ за критерієм мінімуму енергії помилки, що визначається нерівністю Бесселя [2,3]:

$$\|\xi(t)\|^2 \geq \sum_{i=1}^H |\langle C_i, U_i \rangle|^2$$

Де, U_i – система базисних функцій; C_i – i -та проекція функції ξ на відповідну базисну функцію.

Серед різноманітних систем ортогональних базисних функцій для динамічного представлення електричних сигналів, тригонометричні функції займають виняткове місце. Пояснюється це тим, що вони мають ряд переваг: відносно простою техніку генерування гармонійних сигналів; інваріантністю щодо перетворень стаціонарними лінійними електричними колами. Якщо таке коло збуджене джерелом гармонійних коливань, то сигнал на виході залишається гармонійним з тою же частотою, відрізняючись від вхідного сигналу лише амплітудою й початковою фазою.

Метою роботи є відтворення в програмному середовищі LabVIEW компанії National Instruments [4] пристрою синтезу періодичних сигналів довільної форми в базисі тригонометричних функцій з урахуванням практичних обмежень, що накладаються на реальні сигнали.

Результати дослідження

За визначеним алгоритмом в програмному середовищі LabVIEW компанії National Instruments відтворено віртуальний пристрій синтезу періодичних сигналів довільної форми в базисі тригонометричних функцій. Пристрій являє собою окремий, незалежний від середовища LabVIEW програмний продукт. Зовнішній вигляд пристрою з синтезованою, для прикладу, послідовностями прямокутних та трикутних імпульсів зображено на рис. 1.

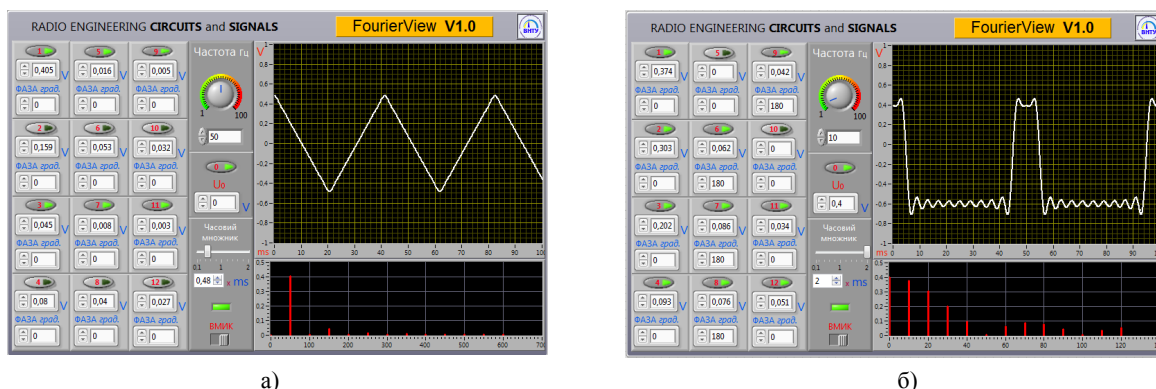


Рис. 1. Пристрій синтезу періодичних сигналів довільної форми в базисі тригонометричних функцій:

а) послідовність трикутних імпульсів періодом 20 мс, амплітудою 1 В;

б) послідовність прямокутних імпульсів тривалістю 20 мс, періодом 100 мс, амплітудою 1 В.

Висновки

З урахуванням практичних обмежень, що накладаються на реальні сигнали, в допустимих межах помилки апроксимації в програмному середовищі LabVIEW відтворений пристрій синтезу періодичних сигналів довільної форми в базисі тригонометричних функцій.

Створення даного пристрою робить наочною можливість апроксимації періодичного сигналу багаточленом Фур'є по ортогональній системі тригонометричних функцій, а також можливість синтезу сигналів довільної форми з дослідженням впливу числа ортогональних складових на помилку апроксимації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 544 с.
2. Волощук Ю.І. Сигнали та процеси в радіотехніці. У 4-х т. — Х.: ТОВ «Компанія СМІТ», 2003.—Т.1: 578 с..
3. Ronald L. Allen, Duncan W. Mills. Signal analysis. Time, Frequency, scale, and structure. // Wiley- Interscience , A John Willey & Sons, Inc., Publication. 2004. P. 937.
4. Евдокимов Ю. К., Линдваль В. Р., Щербakov Г. И. LabVIEW для радиоинженера: от виртуальной модели до реального прибора. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 400 с.

Мозговий Володимир Сергійович — студент групи РТР–146 факультет інфокомунікацій, радіоелектроніки та наносистем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Науковий керівник: **Воловик Андрій Юрійович** — канд. техн. наук, доцент кафедри радіотехніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Mozgovoj Volodimir S. — Department of Radio engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Supervisor: **Volovyk Andrii U.** — Cand. Sc. (Eng), Associate Professor of Radio engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.