

Статичний метод визначення граничного навантаження балки при згині

Вінницький національний технічний університет

Анотація.

Статичний метод визначення граничного навантаження балки. Розрахунок за допустимими напруженнями. Статичний метод є методом наближеного визначення граничного навантаження.

Ключові слова :

згин ,граничний стан,напруження тиску.

Abstract.

Static method for determining the boundary load of the beam. Calculation of permissible stresses. The static method is the method of an approximate determination of the boundary load.

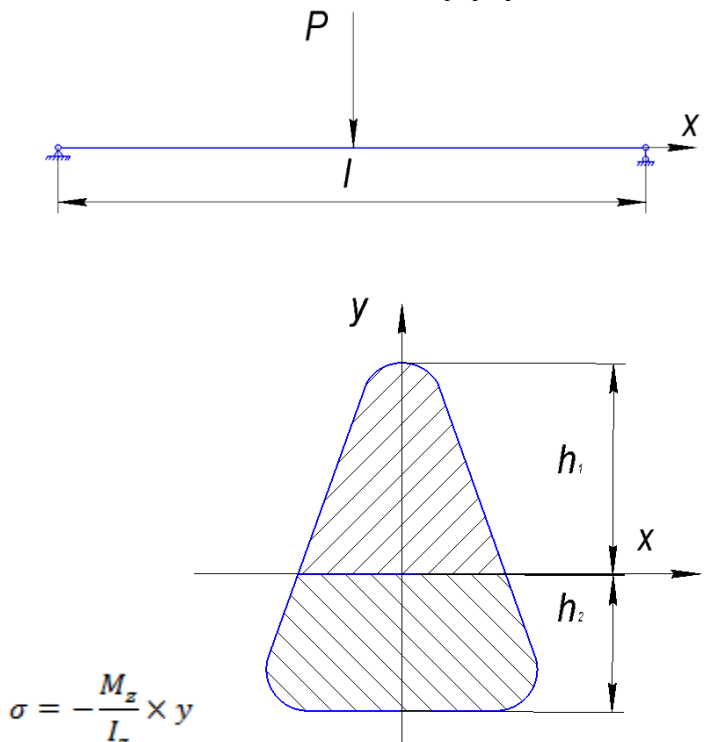
Keywords:

bend, limit state, pressure tension.

За аналогією з стержневими системами балки піддають розрахунку за допустимими напруженнями. Для цього необхідним є виконання умов: найбільші напруження розтягу мають не перевищувати величини $[\sigma_p]$, найбільші напруження стиску – величини $[\sigma_c]$.

Позначимо через h_1 та відстані від центра ваги поперечного перерізу балки до її граничних точок в розтягнутій та стиснутій зонах відповідно.

Саме в цих зонах, як впливає з формули



Абсолютні значення відповідних напружень набувають максимуму. Для забезпечення міцності балки за умови допустимих навантажень мають бути виконані такі умови:

$$\begin{aligned} M_z \times \frac{h_1}{I_z} &\leq [\sigma_c] \\ M_z \times \frac{h_2}{I_z} &\leq [\sigma_p] \end{aligned} \quad (2)$$

Для того, щоб запас міцності по напруженням розтягу та стиску був однаковим, тобто знак рівності в умовах (2) з'являвся одночасно, необхідно, щоб

$$h_1 \div h_2 = [\sigma_c] \div [\sigma_p]$$

Для балок, у яких допустимі напруження на розтяг та стиск однакові, $[\sigma_c] = [\sigma_p] = [\sigma]$ розрахунок на міцність виконують для найбільшої абсолютної величини напруження, тобто за формулою:

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_z| \times |y|_{max}}{I_z} \leq [\sigma]$$

Величина відношення

$$\frac{I_z}{y_{max}}$$

називається моментом опору згину та позначається W_z .

Таким чином, розрахункова формула набуває вигляду:

$$[\sigma_{max}] = \frac{|M_z|}{W_z} \leq [\sigma] \quad (3)$$

Розрахунок за допустими напруженнями є виправданим для крихких матеріалів, для яких отримання напруження граничного значення, хоча б в одній точці викликає появу тріщин, які катастрофічно розповсюджуються. При знакозмінних навантаженнях пластичні матеріали можуть руйнуватися за крихким механізмом і розрахунок за допустимими напруженнями також є необхідним та виправданим.

Привести приклад моментів інерції та моментів опору для деяких найпростіших форм поперечних перерізів балки

Круг
Кругове кільце
Прямокутник

$$\begin{aligned} I_x = I_y &= \frac{\pi d^4}{64} \\ W_x = W_y &= \frac{\pi d^3}{32} \\ I_x &= \frac{\pi d^4}{64} \end{aligned}$$

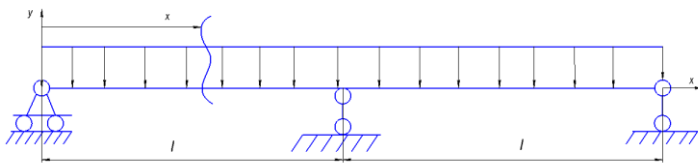
Пружний стан системи, при якому границя текучості $[\sigma_m]$ може бути досягнутою в одній або декількох точках, є статично можливим. Відповідне значення зовнішнього навантаження являє собою таке навантаження, яке визначено за способом розрахунку за допустимими навантаження с запасом міцності $n = 1$. [1]

В реальному випадках при розв'язанні задач про знаходження пружного стану слід перш за все забезпечити виконання умов рівноваги статки: при цьому умова текучості не має бути порушеною і тільки в окремих точках ця умова може бути досягнутою.

Статичний метод розрахунку по граничному стану призводить до більшого значення допустимого навантаження [P] у порівнянні з розрахунком за допустимими напруженнями [σ_m].

Статичний метод є методом наближеного визначення граничного навантаження способом підбору статично можливого стану [2].

Розглянемо у якості прикладу нерозрізну балку, що складається з двох риних прольотів, та навантажену по всіх довжині рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю q (Рис. 2).



Граничне значення розподіленого навантаження q необхідно знайти.

Найбільший згинальний момент з умови текучості – M_t .

Згинальний момент в перерізі з координатою x:

$$M_{(x)} = y \times x - \frac{1}{2} q \times x^2$$

Максимальне значення моменту досягається при $x = x_1 = y/q$. $(M_z)_{\max} = y^2/2q$.

Тоді граничне значення розподіленого навантаження

$$q^* \geq \frac{y^2}{2M_m}$$

В іншому випадку, максимальне значення моменту може бути досягнуто на середній опорі для $x = l$.

Воно буде рівним

$$M_{(x=l)} = y \times l - q l^2/2$$

З умови, що абсолютна величина цього моменту не перевищує M_t , знайдемо

$$q^* \leq 2 \frac{y}{l} + 2 \frac{M_m}{l^2}$$

Тепер введемо безрозмірні величин для розподіленого навантаження

$$\bar{q} = \frac{q l^2}{M_m} \quad \text{та поперечної сили} \quad \bar{y} = \frac{y l}{M_m}$$

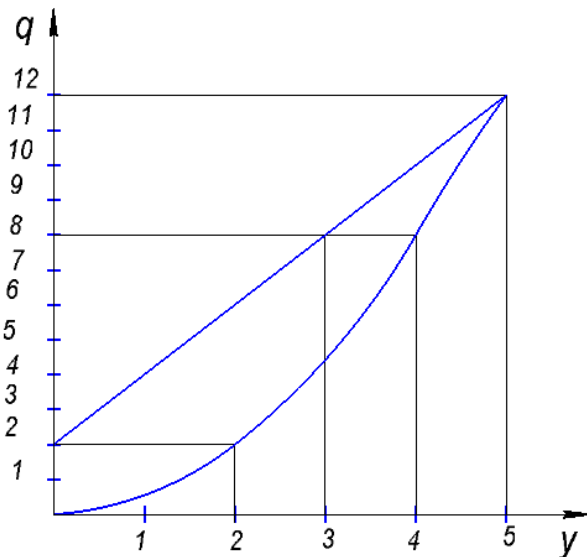
Отримаємо нерівності

(4)

$$q^* \geq \frac{1}{2} \bar{y}^2$$

(5)

$$\bar{q}^* \leq 2(1 + \bar{y})$$



На рис. 3 показано зону, для якої виконуються нерівності (4) та (5).

Найбільше значення навантаження q^* відповідає т. А, де перетинаються парабола $\bar{q}^* = \frac{1}{2}y^2$

Та пряма $\bar{q}^* \leq 2(1 + y)$

Абсциса цієї точки $\bar{y} = y_1 = 2(1 + \sqrt{2})$
відповідне значення навантаження

$$\bar{q}_1^* = 6 + 4\sqrt{2}$$

максимальне значення моменту в прольоті досягається для $x = x_1 =$

$$l \frac{\bar{y}_1}{\bar{q}} = l(\sqrt{2} - 1)$$

Висновок: Статичний метод для визначення граничного навантаження є графічно наочним та ефективним для один раз статично невизначуваної балки. Статичний метод для визначення граничного навантаження сильно ускладнюється, якщо система має більш високу ступінь статичної невизначуваності. Для систем високого ступеню невизначуваності для визначення граничного навантаження необхідно застосовувати функції декількох параметрів. Метод сил та метод переміщень залишаються основними для теорії розрахунку складних статично невизначуваних систем в будівельній механіці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела., 1987с.
2. Ю. Н. Работнов. – 2-е изд. – М. : Наука, 1987. – 744 с.

Берещук Альона Віталіївна-студентка факультету БТЕГП, група БТ-166, e-mail: tgp16b_bereshchuk@mail.ua.

Alona V.Bereshchuk – student of VTEGP.

Осадчук Наталія Миколаїна - студентка факультету ФБТГП , група БТ-166, e-mail: 3b16bosadchuk@gmail.com

Natalia M. Osadchuk-student of VTEGP

Трепез Олександр Андрійович – студент факультету БТЕГП ,група БТ-166, e-mail:
sasha_trepez@ukr.net
Oleksandr A.Trepez– student of BTEGP.

Архіпова Тетяна Федорівна – канд. техн. наук., доцент кафедри опору матеріалів та прикладної механіки,Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail:
tfarhipova@gmail.com

Tatiana F. Arhipova – Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Strength of Materials and Applied Mechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail:
tfarhipova@gmail.com

