СТРАТЕГІЯ, ЗМІСТ ТА НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ ПІДГОТОВКИ СПЕЦІАЛІСТІВ З ВИЩОЮ ТЕХНІЧНОЮ ОСВІТОЮ

УДК 378.147:51

В. М. Михалевич[1]
О. І. Тютюнник[1]
Я. В. Крупський[1]

ВИКОРИСТАННЯ СКМ MAPLE ДЛЯ ПРОЕКТУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ЗАДАЧ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ СИМПЛЕКС-МЕТОДУ

[1]Вінницький національний технічний університет

Розв'язання традиційної навчальної задачі лінійного програмування за допомогою симплекс-методу передбачає виконання громіздких, однотипних арифметичних обчислень і записів. Такі дії потребують багато часу, призводять до швидкої втоми студента і мають невисокий рівень наочності, зумовлений вимушеним використанням схематизованного подання результатів розв'язання задачі. Все це ускладнює достатньо глибоке усвідомлення студентами основних понять та ідей, покладених в основу симплекс-методу. Для усунення зазначених недоліків спроектовано нову навчальну задачу, в якій модифіковано способи дій суб'єктів навчання під час її розв'язання. Вказану задачу спроектовано з урахуванням низки дидактичних принципів на основі створення в середовищі системи комп'ютерної математики навчального тренажера.

Ключові слова: навчальна задача, симплекс-метод, дидактичні принципи, система комп'ютерної математики, навчальний тренажер.

Вступ

Одне з поширених тлумачень поняття *навчальна задача* та висвітлення її місця у навчальному процесі розглянуто в [1, 2]. Широкий клас навчальних задач складають типові задачі. Типові задачі вищої математики пропонується трактувати як математичні задачі, уміння розв'язувати які передбачається засвоєним студентами на рівні навичок у відповідності до навчальної програми з дисципліни вищої математики для студентів певної спеціальності [3, 4].

До типових задач лінійного програмування (ЗЛП) традиційно відноситься задача знаходження розв'язку основної ЗЛП довільної розмірності за допомогою симплекс-методу. Ключовий етап розв'язання вказаної задачі полягає у здійсненні симплексних перетворень системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

В [1, 2] обґрунтовано необхідність проектування навчальних задач нового типу з огляду на необхідність використання під час їх розв'язання сучасних ІКТН, зокрема систем комп'ютерної математики (СКМ).

Один з варіантів подібних навчальних задач нового типу запропоновано в [5]. Ця навчальна задача сприяє перенесенню акцентів від формування у студентів навичок рутинних обчислень за формальними правилами до набуття навичок свідомого відтворення ключових етапів симплекс-методу. Проте у вказаній конкретній реалізації навчальної задачі нового типу вилучено формування у студентів уяви про технічну сутність симплексних перетворень, що є ефективним методом переходу від одного базису до іншого. Саме завдяки цій можливості переходу від одного базису до іншого шляхом значно меншої кількості обчислень, у порівнянні зі знаходженням загального розв'язку системи лінійних рівнянь для довільного базису, симплекс-метод отримав широке застосування.

Вважаючи вказаний варіант навчальної задачі цілком правомірним, *метою цієї роботи* є проектування іншого варіанта навчальної ЗЛП нового типу та аналіз його переваг.

Висувається гіпотеза, що створення вказаної альтернативної навчальної задачі нового типу надасть можливість повніше врахувати низку дидактичних принципів та осучаснити діяльність суб'єктів навчання під час розв'язання ЗЛП симплекс-методом.

Результати дослідження

Принципи проектування навчальних ЗЛП нового типу в умовах використання СКМ включають такі основні положення [2].

1. Принцип канонічності структури та змісту вищої математики. З огляду на канонічну структуру і зміст курсу лінійного програмування необхідно залишити традиційні математичні задачі, що покладено в основу побудови навчальних задач нового типу.

2. Принцип поступового і неантагоністичного вбудовування ІКТ у наявні дидактичні системи навчання математики. З огляду на необхідність забезпечення поступового і неантагоністичного вбудовування ІКТ у діючі дидактичні системи, без руйнівних перебудов і реформ, залишаються традиційні методи розв'язання ЗЛП.

3. Принцип перебудови навчальних задач. З огляду на необхідність звільнення студентів від рутинної роботи з проведення однотипних та громіздких обчислень та записів, які не пов'язані безпосередньо із суттю використовуваних методів, але на які витрачається до 90% навчального часу, що, звичайно, заважає студентам глибше зрозуміти ідею, концепцію підходу або постановку задачі, потрібна кардинальна перебудова способу їх дій.

Розглянемо застосування наведених положень під час проектування навчальних ЗЛП нового типу.

Враховуючи *принципи канонічності структури, змісту вищої математики* та *принцип поступового і неантагоністичного вбудовування ІКТ у діючі дидактичні системи навчання* автори вважають доцільним залишити традиційну навчальну задачу, призначену для формування знань, умінь та навичок студентів у здійсненні симплексних перетворень.

Трудомісткість отримання розв'язку ЗЛП обумовлена великим обсягом рутинних, громіздких, однотипних арифметичних обчислень і записів, що супроводжують здійснення симплексних перетворень. До того ж, типовим є необхідність багаторазового здійснення цих перетворень для отримання оптимального розв'язку ЗЛП.

Урахування *принципу перебудови навчальних задач*, для звільнення студентів від другорядних рутинних дій породжує парадоксальну ситуацію, якій в [2] приділено недостатньо уваги.

Відомо, що набуття умінь і особливо навичок неможливе без здійснення рутинних багаторазових дій. Разом з цим один із основних напрямів застосування СКМ у навчанні вищої математики полягає у автоматизації рутинних обчислень [2, 6].

Парадоксальність полягає в тому, що з одного боку набуття умінь і особливо навичок неможливе без здійснення рутинних багаторазових дій. А з іншого — в усуненні подібних дій полягає одне із основних призначень використання СКМ. Під парадоксом розумітимемо протиріччя, що виникає в результаті зовні логічно правильних міркувань, які приводять до взаємовиключних висновків.

Протиріччя виникає внаслідок певної невизначеності поняття «*однотипних та громіздких обчислень та записів, які не пов'язані безпосередньо із суттю використовуваних методів, але на які витрачається до 90 % навчального часу*», що фігурує у розкритті сутності принципу перебудови навчальних задач. Іншими словами виникає питання як саме визначити, які із символьних і чисельних обчислень та побудов під час розв'язання певної навчальної задачі вважати другорядними, тобто такими, що не впливають суттєво на усвідомлення студентами суті використовуваних методів.

Відповідь на подібні питання є компетенцією експерта, тобто науковця-викладача, якій має теоретично обґрунтувати свої висновки. Парадокс породжує та обставина, що ті самі дії студентів можуть бути визначені по-різному в залежності від розділу математики, який опановує студент, тобто в залежності від розв'язуваної учнем навчальної задачі. Наприклад, у навчальній задачі з методу Гаусса розв'язання системи лінійних рівнянь студенти мають формувати навички шляхом багаторазового ручного обчислення визначників другого порядку. Ті самі дії у навчальній задачі розв'язання ЗЛП симплекс-методом мають бути класифіковані як другорядні. Тобто такі, що не тільки забирають багато часу, призводять до швидкої втоми студента і заважають кращому усвідомленню ними ключових концепцій симплекс-методу, але й в сучасних умовах глобальної інформатизації суспільства викликають у студентів підсвідомий й свідомий протест, і, як наслідок, зниження їх мотивації до навчання.

В основу навчальної задачі, що проектується, покладено концепцію першочергового забезпечення формування розпізнавального, репродуктивного та продуктивного рівнів знань.

У педагогіці та психології, крім зазначених, виділяють ще творчий рівень.

«Розпізнавальний рівень передбачає репродуктивну діяльність за умови опори на підказку. Репродуктивний рівень характеризується відтворенням об'єктивної інформації про об'єкти пізнання на основі її усвідомленого сприйняття і фіксування у пам'яті. Продуктивний, або реконструктивний, рівень свідчить про здатність учня застосовувати репродуктивні знання у подібних, стандартних або варіативних умовах. Наприклад, виконання завдань з метою ілюстрування дії засвоєних правил, розв'язування задач і прикладів за зразком, виконання тестових завдань, практичних чи лабораторних робіт». *Творчий рівень* передбачає уміння студентів розв'язувати нетипові навчальні задачі [7].

Звичайно, формування творчого рівня засвоєння може бути забезпечено тільки на основі формування перших трьох рівнів.

У роботі [4] показана ефективність використання СКМ Maple шляхом створення та використання навчальних Maple-тренажерів (НМТ). Під навчальними тренажерами розв'язування типових завдань вищої математики розуміються програмні засоби навчального призначення для автоматизованого відтворення покрокового розв'язування ТЗВМ із забезпеченням текстових коментарів. Під НМТ — навчальні тренажери розв'язання ТЗВМ, розроблені і функціонуючі в середовищі СКМ Maple.

У зв'язку з викладеним, в основу проектування навчальної задачі нового типу покладено вирішення двох завдань:

1. Створення НМТ для здійснення симплексних перетворень відповідно до традиційної форми заповнення симплекс-таблиць.

2. На основі створеного НМТ розробити навчальні завдання нового типу, в яких забезпечується формування розпізнавального, репродуктивного та продуктивного рівнів знань.

На рис. 1—12 наведено варіант навчальної задачі нового типу, спрямованої на формування умінь студентів здійснювати симплексні перетворення та спроектованої з урахуванням зазначених концепції та принципів.

Навчальні матеріали з навчальної задачі, що отримує студент, містять не тільки вихідні дані, необхідні для здійснення симплексного перетворення, а й хід її розв'язання, що супроводжується текстовими коментарями різного ступеня деталізації.

Наявність покрокового ходу розв'язання з текстовим коментарем дає можливість студенту свідомо розібратися в сутності симплексних перетворень. Перевірити свої знання студент може шляхом вибіркового повторення деяких дій кожного кроку процесу розв'язування задачі.

Слід зазначити, що наявність текстових коментарів не виключає можливості додаткового опитування студентів. При цьому можна рекомендувати такі запитання: 1. В заданому загальному розв'язку указати базисні та вільні змінні. 2. За допомогою заданого загального розв'язку знайти будь-який частинний розв'язок. 3. Характерна ознака опорного розв'язку та його геометрична інтерпретація. 4. В чому полягає перевага способу отримання базисного розв'язку на основі заданого загального розв'язку у вибраному базисі. 5. Чи означає будь-яке зменшення вільної невідомої вихід за межі допустимих значень? Відповідь обгрунтувати. 6. Чи можна перейти до наступного опорного розв'язку збільшуючи одну із базисних змінних? 7. У якому напрямі буде змінюватися значення цільової функції внаслідок збільшення вибраної вільної змінної?

На другому та третьому кроках симплексних перетворень (рис. 4—5) відбувається визначення базисної змінної, яку потрібно вивести з базисних та увести у вільні змінні замість x_6.

Формалізовані правила заповнення симплекс-таблиць суттєво ускладнюють усвідомлення цих по суті доволі простих дій.

Автори світового комп'ютерного бестселера [8] в основу своєї книги поклали декілька принципів, першим з яких стала візуалізація. Зазначається, що при цьому навчання стає ефективнішим — збільшення запам'ятовування і сприйняття аж до 89 %.

Супроводження відповідних кроків наочним висвітленням детального аналізу кожного рівняння заданої системи на предмет його впливу на максимально можливе значення збільшуваної вільної змінної x_6 дає кращі можливості студенту усвідомити відповідні дії самостійно, або ж за допомогою пояснень викладача або інших студентів.

На цих кроках студент має усвідомити виконані, в результаті роботи програми, дії, заповнити значення величин b_2, a_{22} та обчислити відповідне значення змінної x_6 для рядка, що відповідає базисній змінній x_2. Незаповнені програмою елементи таблиці, призначені для заповнення їх студентами. Вони виділені на рис. 4, 7 штриховими прямокутничками чи квадратиками.

На думку авторів [8] глибше усвідомлення неможливе без активної роботи читача, до якої мають спонукати додаткові запитання.

Запитання на цьому кроці мають сприяти усвідомленню студентами того факту, що сутність дій з визначення максимально можливого значення вільної змінної пов'язані зі знаходженням розв'язків декількох лінійних рівнянь з одним невідомим.

Задано: вираз цільової функції

$$z = \frac{65}{93}x_5 - \frac{301}{93}x_6 + 787,$$

а також загальний розв'язок для відповідного базису

$$\begin{cases} x_1 = \frac{11}{93}x_5 + \frac{2}{93}x_6 + 7; \\ x_2 = -\frac{1}{31}x_5 - \frac{3}{31}x_6 + 18; \\ x_3 = -\frac{47}{93}x_5 - \frac{17}{93}x_6 + 47; \\ x_4 = \frac{8}{93}x_5 - \frac{7}{93}x_6 + 7. \end{cases}$$

Потрібно здійснити симплексне перетворення шляхом виведення вільної змінної x_6 у базисні змінні та виразити цільову функцію через нові вільні змінні

Рис. 1. Вихідні дані навчальної задачі

У варіанті традиційної навчальної задачі схематичне подання даних симплекс-таблицями разом з формальними правилами обчислень істотно спрощують проведення студентами ручних розрахунків. Платою такого спрощення є ускладнення усвідомлення студентами суті виконуваних дій.

Наочне подання загального розв'язку системи лінійних рівнянь для вибраного базису, показане на рис. 5 та передує схематичному поданню цього розв'язку у вигляді симплекс-таблиць, спрямоване на забезпечення умов для найкращого розуміння студентами змісту вказаних таблиць шляхом формування відповідних асоціацій.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Нехай у цьому загальному розв'язку вільні змінні дорівнюють нулю

$$x_5 = 0, \quad x_6 = 0.$$

Визначимо базисні змінні та запишемо відповідний опорний розв'язок

$$\left[x_1 = 7; \quad x_2 = 18; \quad x_3 = 47; \quad x_4 = 7; \quad x_5 = 0; \quad x_6 = 0\right]$$

і відповідне значення цільової функції

$$z = 787.$$

В цьому опорному розв'язку змінна $x_6 = 0$.
Отже, зменшення цієї змінної означає вихід за межі області допустимих значень.
Для переходу до іншого опорного розв'язку збільшуватимемо змінну x_6.
Отже, змінна x_6 є змінною, яку ми вводитимемо в базис.
Стовпець, в якому знаходиться указана змінна, є розв'язувальним.
Решту змінних залишаємо рівною нулю, тобто

$$x_5 = 0.$$

Визначимо базисну змінну, яку потрібно вивести з базису

Рис. 2. Перший крок розв'язування навчальної задачі — знаходження опорного розв'язку

На погляд авторів, крім необхідності вилучення надмірного формалізму дій та рутинності операцій, притаманних процесу розв'язування ЗЛП за традиційною методикою із залученням симплекс-таблиць, на етапі формування відповідних умінь та навичок студентів необхідно цю задачу повністю формалізувати абстрагуючись від її прикладного змісту. На початку знайомства студентів з постановкою та методами розв'язання ЗЛП необхідно і достатньо указати на прикладну направленість такої задачі в її змістовному формулюванні. Але після математичної формалізації ЗЛП у вигляді канонічної форми запису слід абстрагуватися від прикладної змістовної інтерпретації та зосередитися на її математичній постановці та висвітленні ключових ідей математичного методу розв'язання. В іншому випадку, обтяження всього процесу розв'язання задачі громіздким описанням змістовної сутності проміжних результатів приводить до інформаційного перевантаження студентів і, як наслідок, відволікає їх від осмислення теоретичних положень та сутності математичного методу, що вивчається.

З цією метою для всіх рівнянь системи

$$\begin{cases} x_1 = 7 + \dfrac{2}{93} x_6; \\ x_2 = 18 - \dfrac{3}{31} x_6; \\ x_3 = 47 - \dfrac{17}{93} x_6; \\ x_4 = 7 - \dfrac{7}{93} x_6. \end{cases}$$

Рис. 3. Другий крок розв'язання навчальної задачі — формування рівнянь, що обмежують збільшення вибраної вільної змінної

Отже, після математичної формалізації, супроводження процесу висвітлення окремих етапів симплекс алгоритму прикладною змістовною інтерпретацією, яка передбачає поділ змінних задачі на основні та додаткові, на наш погляд, заважає студентам сконцентруватися на сутності математичних операцій та їх теоретичних основах.

Проте, це не слід розцінювати як пропозицію відмовитись від необхідності формування у студентів умінь та навичок, пов'язаних з прикладною змістовною інтерпретацією всіх проміжних та кінцевих результатів розв'язання ЗЛП. Вважаємо доцільним формування відповідних умінь та навичок здійснювати за допомогою окремих навчальних задач, які мають пропонуватися студентам в певній послідовності.

Про доцільність абстрагування в процесі розв'язання математичної задачі йдеться і у Соболєва, який вбачає практичну спрямованість курсу математики в необхідності ознайомлення учнів із співвідношеннями між явищами реального або проектованого світу та його теоретичними моделями. Соболєв вважає, якщо учні зрозуміють, що абстрактна математична модель, в якій відкинуто все несуттєве, дозволяє глибше зрозуміти суть речей, це означатиме, що курс математики виконав своє завдання [9].

На цьому етапі, керуючись *принципом фундаменталізації навчальних задач*, доцільно використовувати поділ змінних задачі тільки на базисні та вільні у відповідності до ідеології симплекс-алгоритму. Тільки після того, як у студентів сформовані навички, або, принаймні, уміння розв'язування ЗЛП симплекс-методом можна і необхідно їм пропонувати нову навчальну задачу, яка полягає в розкритті прикладної змістовної інтерпретації результатів всіх етапів розв'язання ЗЛП за симплекс-методом.

У навчальній літературі запропоновано різні форми симплекс-таблиць. Враховуючи, що студенту не потрібно креслити їх вручну, використано *принцип надлишковості*, у відповідності до якого введено рядок для окремої нумерації стовпців та окремий стовпець для нумерації рядків. Розташування рядків у відповідності до індексів базисних змінних призведе до зміни порядку слідування рівнянь після кожного симплексного перетворення, що ускладнює усвідомлення студентами суті здійснених змін. Зазначений прийом надає можливість зберегти прийнятий порядок слідування рівнянь системи та унаочнює користування формулами симплекс-перетворень.

Результат перетворення коефіцієнтів розв'язувального рядка шляхом ділення на розв'язувальний елемент подано окремо від решти рядків симплекс-таблиці, які залишаються незмінними. Нам не відомі інструменти СКМ, за допомогою яких було б зручно виділити один рядок серед інших, тому використано цей прийом — для полегшення відслідковування студентами вказаних перетворень, що позбавляє їх від необхідності відшукування відповідного рядка серед багатьох інших.

На цьому кроці студенту має здійснити необхідні обчислення та заповнити клітину в четвертому стовпці розв'язувального рядка.

Подальшим кроком є подання всієї симплекс-таблиці разом із перетвореним розв’язувальним рядком, що необхідно для виконання найтрудомісткішого кроку — симплекс-перетворення всіх рівнянь системи (окрім того, що знаходиться в розв’язувальному рядку),

для яких виконується умова

$$\left[-\frac{b_i}{a_{ik}}\right] > 0.$$

Потрібно знайти указані величини і серед них визначити мінімальне значення

$$min\left(-\frac{b_i}{a_{ik}}\right),$$

де через a_{ik}, b_i позначено, відповідно, коефіцієнти перед змінною, що збільшується та вільні члени.

Наочна схема обчислення для визначення розв’язувального рядка

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = 7 + \frac{2}{93}x_6 = 0 \;\rightarrow \begin{bmatrix} b_1 = 7 \\ a_{1,2} = \frac{2}{93} \end{bmatrix} \rightarrow x_6 = -\frac{b_1}{a_{1,2}} = \frac{-651}{2} \\ x_2 = 18 - \frac{3}{31}x_6 = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} b_2 = \;\square \\ a_{2,2} = \;\square \end{bmatrix} \rightarrow x_6 = -\frac{b_2}{a_{2,2}} = \square \\ x_3 = 47 - \frac{17}{93}x_6 = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} b_3 = 47 \\ a_{3,2} = \frac{-17}{93} \end{bmatrix} \rightarrow x_6 = -\frac{b_3}{a_{3,2}} = \frac{4371}{17} \\ x_4 = 7 - \frac{7}{93}x_6 = 0 \;\rightarrow \begin{bmatrix} b_4 = 7 \\ a_{4,2} = \frac{-7}{93} \end{bmatrix} \rightarrow x_6 = -\frac{b_4}{a_{4,2}} = 93 \end{array}\right]$$

Шукана умова мінімальності справджується для рядка, в якому міститься базисна змінна x_4, отже, цей рядок № 4 є розв’язувальним.

Розв’язувальним елементом є коефіцієнт, який знаходиться в розв’язувальному рядку перед вільною змінною, яку ми вводитимемо в базис, тобто змінною x_6.

В нашому випадку розв’язувальний елемент дорівнює $-\frac{7}{93}$

Рис. 4. Третій крок розв’язання навчальної задачі — визначення розв’язувального рядка

Авторські спостереження та результати проведених численних опитувань [1, 2] свідчать, що переважна більшість студенів, що на належному рівні засвоїли техніку проведення симплексних перетворень за допомогою симплекс-таблиць, на незадовільному рівні усвідомлюють сутність виконуваних ними операцій. На наш погляд значною мірою це пов’язано не тільки і навіть не стільки з необхідністю проведення студентами громіздких рутинних дій, засвоєних ними ще під час навчання в школі, а з недостатнім рівнем наочності під час висвітлення сутності проведених симплексних перетворень. В свою чергу вказаний недолік пов’язаний із схематизацією системи обмежень у вигляді симплекс-таблиці для зручності ручних обчислень. Звичайно, певною мірою цей недолік можна усунути, запропонувавши студентам записати в більш наочній формі отримані результати після кожного етапу симплексних перетворень. Проте це приводить до значного збільшення рутинних записів, що має виконувати студент. Можливо декілька десятиліть тому такий підхід і заслуговував на експериментальну перевірку, нині значно ефективніші прийоми покращення наочності полягають у використанні інформаційних технологій.

Подальший крок — ключовий, осмислення сутності якого викликають найбільші труднощі у студентів. Для допомоги у подоланні цих труднощів і запропоновано варіант навчальної задачі [5]. Проте у вказаній навчальній задачі поза увагою залишається технічна сторона симплексних перетворень та їх зв’язок з методом Гаусса розв’язання систем лінійних рівнянь. Тим самим ускладнюється або навіть унеможливлюється врахування принципів систематичності й послідовності навчання, забезпечення внутріпредметних зв’язків. Саме тому автори вважають за необхідне проектування різних навчальних задач, кожна з яких є інструментом для досягнення специфічних цілей.

Заданий загальний розв'язок разом із виразом цільової функції запишемо таким чином:

$$\begin{bmatrix} x_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & = & \frac{11}{93}x_5+\frac{2}{93}x_6+7 \\ \cdot & x_2 & \cdot & \cdot & \cdot & = & -\frac{1}{31}x_5-\frac{3}{31}x_6+17 \\ \cdot & \cdot & x_3 & \cdot & \cdot & = & -\frac{47}{93}x_5-\frac{17}{93}x_6+47 \\ \cdot & \cdot & \cdot & x_4 & \cdot & = & \frac{8}{93}x_5-\frac{7}{93}x_6+7 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & z & = & \frac{65}{93}x_5-\frac{301}{93}x_6+787 \end{bmatrix}$$

і для покращення наочності подальших перетворень подамо ці рівняння у схематичному вигляді:

Рис. 5. Наочна форма запису загального розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь для обраного базису та вираження цільової функції через відповідні вільні змінні

Формули для обчислення коефіцієнтів та вільних членів, а також приклад їх застосування разом із перетвореною системою лінійних рівнянь, що подана, як у схематизованій, так і у наочній формах мають сприяти кращому усвідомленню студентами сутності відповідних перетворень (рис. 9—12).

	Базисні		*змінні*		*Ціл. функц.*	|	*Вільні*	*змінні*	*Вільн. чл.*
	x_1	x_2	x_3	x_4	z	|	x_5	x_6	b
	Стовп. 1	*Стовп. 2*	*Стовп. 3*	*Стовп. 4*	*Стовп. 5*	|	*Стовп. 6*	*Стовп. 7*	*Стовп. 8*
--------	--------	--------	--------	--------	--------	|	--------	--------	--------
рядок 1	1	0	0	0	0	|	$\frac{11}{93}$	$\frac{2}{93}$	7
рядок 2	0	1	0	0	0	|	$\frac{-1}{31}$	$\frac{-3}{31}$	18
рядок 3	0	0	1	0	0	|	$\frac{-47}{93}$	$\frac{-17}{93}$	47
рядок 4	0	0	0	1	0	|	$\frac{8}{93}$	$\frac{-7}{93}$	7
рядок 5	0	0	0	0	1	|	$\frac{65}{93}$	$\frac{-301}{93}$	787

Як видно, змінна x_6, яку ми вводимо в базис, знаходиться в стовпці №7, отже, цей стовпець є розв'язувальним.

Нагадаємо, що в цьому прикладі розв'язувальним є рядок № 4.

Рис. 6. Схематична форма запису загального розв'язку системи лінійних рівнянь, що зображена на рис. 5, у вигляді симплекс-таблиці

У розділі лінійної алгебри типові навчальні задачі з опанування метода Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягають у знаходженні єдиного або загального розв'язку системи. В основі симплексних перетворень лежать ті самі формули методу Гаусса, проте при цьому здійснюється перехід між різними формами того самого загального розв'язку системи лінійних рівнянь.

Відомості, наведені на рис. 9, створюють асоціацію з уже пройденим матеріалом під час вивчення нового матеріалу. При цьому пройдений матеріал використовується з новими якісними елементами, а розгляд нового матеріалу відбувається частинами з фіксуванням уваги студентів на вузлових питаннях. В цьому полягає врахування *дидактичного принципу систематичності й послідовності навчання* а також *забезпечення внутріпредметних зв'язків*.

Складовими компонентами процесу пізнання є психічні процеси, зв'язки між якими (асоціації за схожістю, за відмінністю, за суміжністю) полягають у тому, що поява одного з цих психічних процесів викликає появу іншого. Ці зв'язки можуть бути внутріпредметними або міжпредметними [10].

Сутність симплексного перетворення полягає у тому, що з рівняння, що знаходиться у розв'язувальному рядку, змінна, яку необхідно ввести в базис, виражається через інші змінні, а отриманий вираз підставляється замість неї в праві частини усіх інших рівнянь. Такі перетворення здійснюються за формулами Жордана-Гаусса. Формально потрібно виконати такі дії.

1. Ділимо всі коефіцієнти та вільний член розв'язувального рядка (№ 4) на розв'язувальний елемент $a_{47} = -\frac{7}{93}$. В результаті коефіцієнти цього рядка буде змінено

	Базисні		*змінні*		*Ціл. функц.*	*Вільні*	*змінні*	*Вільн. чл.*
	x_1	x_2	x_3	x_4	z	x_5	x_6	b
	Стовп. 1	*Стовп. 2*	*Стовп. 3*	*Стовп. 4*	*Стовп. 5*	*Стовп. 6*	*Стовп. 7*	*Стовп. 8*
рядок 4	0	0	0	$\boxed{}$	0	$\frac{-8}{7}$	1	-93

Рис. 7. Четвертий крок розв'язання навчальної задачі — вільна змінна, що має бути введена у базис, за допомогою розв'язувального рядка виражається через інші змінні

Загальна схема набуде вигляду:

	Базисні		*змінні*		*Ціл. функц.*	*Вільні*	*змінні*	*Вільн. чл.*
	x_1	x_2	x_3	x_4	z	x_5	x_6	b
	Стовп. 1	*Стовп. 2*	*Стовп. 3*	*Стовп. 4*	*Стовп. 5*	*Стовп. 6*	*Стовп. 7*	*Стовп. 8*
рядок 1	1	0	0	0	0	$\frac{11}{93}$	$\frac{2}{93}$	7
рядок 2	0	1	0	0	0	$\frac{-1}{31}$	$\frac{-3}{31}$	18
рядок 3	0	0	1	0	0	$\frac{-47}{93}$	$\frac{-17}{93}$	47
рядок 4	0	0	0	$\boxed{}$	0	$\frac{-8}{7}$	1	-93
рядок 5	0	0	0	0	1	$\frac{65}{93}$	$\frac{-301}{93}$	787

Рис. 8. Вигляд симплекс-таблиці, що підготовлена до здійснення симплексного перетворення

Процес пізнання в математичних дисциплінах звичайно йде по спіралі. На новому витку спіралі студенти зустрічаються з уже знайомими математичними об'єктами, проте на вищому рівні узагальненості. Тому формування елементів нового знання утворює своєрідний перехід на вищий ступінь інтелектуального розвитку і математичної підготовки студента (*принцип концентризму*) [11].

«У педагогічних дослідженнях більшість авторів під індивідуалізацією навчання розуміють організацію навчального процесу, в якій враховуються не тільки психологічні особливості учнів, а й рівень їхніх знань, самостійності при вирішенні пізнавальних завдань. Індивідуалізація навчання при цьому передбачає врахування особливостей фізичного, розумового, морального розвитку учнів; характеру мотивації навчальної діяльності; характеру середовищних впливів на учня в класі». «У сучасній дидактиці диференціація навчання трактується як дидактичний принцип навчання, відповідно до якого для підвищення ефективності створюється комплекс дидактичних умов, що враховує типологічні особливості учнів (їхні інтереси, творчі здібності, навченість, працездатність тощо), відповідно до яких відбираються та диференціюються цілі, зміст освіти, форми й методи навчання» [12].

Різні студенти, в залежності від рівня їх теоретичної та практичної підготовки, використовують надані їм навчальні матеріали у зручний для них спосіб. Одні студенти готові виконати необхідне завдання без додаткового опрацювання наданих матеріалів, інші — можуть спочатку упевнитися в правильності своїх знань шляхом самоперевірки. Для цього достатньо переобчислити деякі значення, що заповнені програмно. Для значної частини студентів в пригоді стає приклад застосування формул методу Гаусса.

2. Здійснюємо обчислення коефіцієнтів та вільних членів в усіх рядках, крім розв'язувального, за такими формулами:

$$a'_{k,l} = a_{k,l} - a_{k,j} a_{i,l};$$

$$b'_k = b_k - a_{k,j} b_i, \quad k \neq i,$$

де i, j – відповідно, номери розв'язувальних рядка та стовпця, i=4, j=7.

Наведемо приклади обчислення одного з коефіцієнтів та одного з вільних членів:

$$a'_{1,4} = \det\begin{bmatrix} 1 & a_{4,4} \\ a_{1,7} & a_{1,4} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} 1 & \frac{-93}{7} \\ \frac{2}{93} & 0 \end{bmatrix}; \quad a'_{1,4} = \frac{2}{7}.$$

$$b_1' = \det\begin{bmatrix} 1 & b_4 \\ a_{1,7} & b_1 \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} 1 & -93 \\ \frac{2}{93} & 7 \end{bmatrix}; \quad b_1' = 9.$$

Слід зауважити, що у відповідності до цих формул всі коефіцієнти розв'язувального стовпця, окрім коефіцієнта у розв'язувальному рядку, тотожно дорівнюють нулю, тобто $a_{k,j} = 0, \quad k \neq i.$

В результаті обчислень отримаємо

Рис. 9. Формули методу Гаусса і приклади їх застосування

	Базисні		*змінні*		*Ціл. функц.*	*Вільні*	*змінні*	*Вільн. чл.*
	x_1	x_2	x_3	x_4	z	x_5	x_6	b
	Стовп. 1	*Стовп. 2*	*Стовп. 3*	*Стовп. 4*	*Стовп. 5*	*Стовп. 6*	*Стовп. 7*	*Стовп. 8*
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------
рядок 1	1	0	0	$\frac{2}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	
рядок 2	0	1		$\frac{-9}{7}$	0	$\frac{-1}{7}$	0	9
рядок 3	0	0			0	$\frac{-5}{7}$	0	30
рядок 4	0	0	0	$\frac{-93}{7}$	0		1	-93
рядок 5	0	0	0	-43	1	-3	0	486

Рис. 10. Вигляд симплекс-таблиці після здійснення перетворень за формулами методу Гаусса з пустими клітинками для заповнення їх студентами

Заключний етап розв'язання навчальної задачі полягає у наочному поданні загального розв'язку у новому базисі, а також виразом цільової функції через нові вільні змінні.

3. Міняємо місцями стовпці, що відповідають змінним, які виводимо із вільних та з базисних. Оскільки указані стовпці знаходяться в різних частинах рівностей, то змінюємо знаки перед коефіцієнтами. В цьому випадку міняємо місцями стовпці, що відповідають змінним x_4 та x_6. Множимо всі коефіцієнти та вільний член розв'язувального рядка (рядок № 4) на -1.

	Базисні		*змінні*		*Ціл. функц.*	*Вільні*	*змінні*	*Вільн. чл.*
	x_1	x_2	x_3	x_6	z	x_5	x_4	b
	Стовп. 1	*Стовп. 2*	*Стовп. 3*	*Стовп. 4*	*Стовп. 5*	*Стовп. 6*	*Стовп. 7*	*Стовп. 8*
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------
рядок 1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{-2}{7}$	9
рядок 2	0	1	0	0	0	$\frac{-1}{7}$	$\frac{9}{7}$	9
рядок 3	0	0	1	0	0	$\frac{-5}{7}$	$\frac{17}{7}$	30
рядок 4	0	0	0	1	0	$\frac{8}{7}$	$\frac{-93}{7}$	93
рядок 5	0	0	0	0	1	-3	43	486

Рис. 11. Вигляд симплекс-таблиці після симплексних перетворень та відповідні пояснення

Слід зауважити, що студент має змогу перевірити правильність своїх обчислень за допомогою НМТ. В цьому, зокрема, полягає і врахування принципу забезпечення студента засобами покрокової візуалізації НЗЛП для самоперевірки. Крім того, наявність НМТ надає можливість проведення певних досліджень. Наприклад, студент може дослідити, що відбуватиметься, якщо в якості вільної змінної, що збільшується, замість x_6 вибрати x_5. Як зміниться значення цільової функції при переході до нового опорного розв'язку? Шляхом багаторазового використання НМТ студенти мають можливість отримати оптимальний розв'язок ЗЛП.

Отриманий схематичний запис відповідає такій системі рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{2}{7}x_4 + \frac{1}{7}x_5 + 9; \\ x_2 = \frac{9}{7}x_4 - \frac{1}{7}x_5 + 9; \\ x_3 = \frac{17}{7}x_4 - \frac{5}{7}x_5 + 30; \\ x_6 = -\frac{93}{7}x_4 + \frac{8}{7}x_5 + 93 \end{cases}$$

та вираженню цільової функції через нові вільні змінні:

$$z = 43x_4 - 3x_5 + 486.$$

Нехай вільні змінні дорівнюють нулю, тоді отримаємо поточний опорний розв'язок

$$[x_1 = 9, \quad x_2 = 9, \quad x_3 = 30, \quad x_4 = 0, \quad x_5 = 0, \quad x_6 = 93],$$

а також відповідне значення цільової функції

$$z = 486.$$

Рис. 12. Подання загального розв'язку системи рівнянь, що відповідає новому базису у наочному традиційному вигляді

Такі навчальні задачі передбачають зміну співвідношення рутинних дій та творчих процесів, що відбуваються під час їх розв'язання студентами. В цьому проявляється врахування *принципу забезпечення гуманізації навчального процесу*.

Слід зазначити, що врахування принципу комп'ютерної підтримки включає використання НМТ та програм генерування завдань для отримання необхідної кількості варіантів контрольних робіт та типових розрахунків.

Для генерування індивідуальних завдань відповідно до запропонованої у цій роботі навчальній задачі розглядалися варіанти технологій, розроблених в [13, 14]. Варіант, що передбачає використання електронних таблиць Excel, набагато трудомісткіший для його реалізації, тому перевагу віддано підходу, запропонованому в [14].

Отже, запропонована НЗЛП в умовах використання СКМ, у порівнянні з традиційними навчальними ЗЛП дає можливість повнішого врахування низки дидактичних принципів.

Висновки

1. Уточнення принципу перебудови навчальних задач дало можливість усунути протиріччя, пов'язане із невизначеністю поняття «другорядних дій студентів під час розв'язування навчальної задачі».

2. Запропонована навчальна задача із застосування симплекс-методу є типовою навчальною задачею нового типу з урахуванням низки дидактичних принципів, тобто спроектована відповідно до принципів проектування навчальних задач нового типу, концепції першочергового забезпечення формування розпізнавального, репродуктивного та продуктивного рівнів знань студентів.

3. Накопичення банку задач вказаного типу з подальшим їх вдосконаленням на основі поглиблення науково-методичного обґрунтування та всебічної експериментальної перевірки ефективності використання цих задач і є, на наш погляд, дієвим способом забезпечення широкого

та послідовного впровадження систем комп'ютерної математики у процесі навчання вищої математики студентів ВНЗ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Проектування навчальних задач з лінійного програмування з використанням систем комп'ютерної математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2013. —№ 6 (38). — Режим доступу до журн. : http://journal.iitta.gov.ua .

2. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ : монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. — Вінниця : ВНТУ, 2016. — 279 с. — ISBN 978-966-641-670-7.

3. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2011. — № 1 (21). — Режим доступу до журн. : http://journal.iitta.gov.ua .

4. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця : ВНТУ, 2013. — 236 с. — ISBN 978-966-641-539-7.

5. Михалевич В. М. Використання системи комп'ютерної алгебри для висвітлення ключових ідей симплекс-алгоритму / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [зб. наук. праць]. — Вип. IX. — Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. — С. 113—118.

6. Словак К. І. Застосування ММС Sage у процесі навчання вищої математики / К. І. Словак // Вісник Черкаського університету. — 2010. — Вип. 191. — Ч. 1. — С. 106—111. — Педагогічні науки.

7. Пальчевський С. С. Педагогіка : навч. посіб. / С. С. Пальчевський. — К. : Каравела, 2007. — 576 с.

8. Сьерра К. Изучаем Java / К. Сьерра, Б. Бейтс. — М. : ЭКСМО, 2012. — 718 с.

9. Соболев С. Л. Судить по конечному результату // Математика в школе. — 1984. — № 1. — С. 15—19.

10. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін. — К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. — 320 с.

11. Ковтонюк М. М. Конструювання і моделювання навчальної математичної дисципліни як методологічна основа розробки технології навчання / М. М. Ковтонюк // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. праць ; редкол. : І. А.Зязюн (голова) та ін. — Київ-Вінниця : ТОВ фірма «Планер», 2012. — Вип. 32. — С. 316–323.

12. Хатунцева С. М. Суть і зміст індивідуалізації та диференціації навчання в психолого-педагогічній літературі / С. М. Хатунцева // Педагогіка формування творчої особистості у вищій та загальноосвітній школах. — 2011. — Вип. 21 (74). — С. 185—191.

13. Михалевич В. М. Excel-VBA-Maple програма генерації задач з дисциплін математичного спрямування / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2005. — № 2. — С. 74—83.

14. Михалевич В. М. Генерування невироджених задач лінійного програмування довільної розмірності / В. М. Михалевич, О. В. Михалевич, Я. В. Крупський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 3. — С. 100—104.

Рекомендована кафедрою вищої математики ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 23.12.2016

Михалевич Володимир Маркусович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, e-mail: vmykhal@gmail.com ;

Тютюнник Оксана Іванівна — канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, e-mail: tutunnik.oksana@gmail.com ;

Крупський Ярослав Володимирович — канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, e-mail: kruyarik@gmail.com .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

V. M. Myhalevych[1]
Ya. V. Krupskyi[1]
O. I. Tiutiunnyk[1]

Designing Educational Task on the Simplex Method Using SCM Maple

[1]Vinnytsia National Technical University

Solution traditional learning linear programming problem using the simplex method includes a number of bulky, similar arithmetic calculations and records. Such actions are time-consuming, leading to a rapid fatigue of the student and have a low level of visibility due to the use of forced schematized presentation of the results of solving the problem. All this compli-

cates enough the awareness of the students of the basic concepts and ideas upon which the simplex method is based. To eliminate these drawbacks a new training mission has been designed, which modified the mode of action of training subjects during its solution. This object has been designed taking into account a number of didactic principles based on the creation in the medium of computer mathematics training simulator system.

Keywords: learning objectives, simplex method, didactic principles, system of computer mathematics training simulator.

Mykhalevych Volodymyr M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of High Mathematics, e-mail: vmykhal@gmail.com ;

Tiutiunnyk Oksana I. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Chair of High Mathematics, e-mail: tutunnik.oksana@gmail.com ;

Krupskyi Yaroslav V. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Chair of High Mathematics, e-mail: kruyarik@gmail.com

В. М. Михалевич[1]
Я. В. Крупский[1]
О. И. Тютюнник[1]

Применение СКМ MAPLE для проектирования учебных задач с использованием симплекс-метода

[1]Винницкий национальный технический университет

Решение традиционной учебной задачи линейного программирования с помощью симплекс-метода предполагает выполнение громоздких, однотипных арифметических вычислений и записей. Такие действия отнимают много времени, приводят к быстрой усталости студента и имеют невысокий уровень наглядности, обусловленный вынужденным использованием схематизированного представления результатов решения задачи. Все это усложняет достаточно глубокое осознание студентами основных понятий и идей, на которых базируется симплекс-метод. Для устранения указанных недостатков спроектирована новая учебная задача, в которой модифицирован способ действий субъектов обучения во время ее решения. Указанная задача спроектирована с учетом ряда дидактических принципов на основе создания в среде системы компьютерной математики учебного тренажера.

Ключевые слова: учебная задача, симплекс-метод, дидактические принципы, система компьютерной математики, учебный тренажер.

Михалевич Владимир Маркусович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, e-mail: vmykhal@gmail.com ;

Тютюнник Оксана Ивановна — канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, e-mail: tutunnik.oksana@gmail.com ;

Крупский Ярослав Владимирович — канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, e-mail: kruyarik@gmail.com