

# НАПРУГА ЗМІЩЕННЯ НЕЙТРАЛІ БАГАТОФАЗНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ В КООРДИНАТНОМУ ПРОСТОРІ ВІДНОСНИХ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН. МЕТОД ЗІСТАВЛЕНОЇ НЕСИМЕТРІЇ

Вінницький національний технічний університет

## Анотація

В роботі запропоновано новий метод аналізу багатофазних систем електричних кіл на прикладі дослідження властивостей функції напруги зміщення нейтралі в координатному просторі відносних фізичних величин (нульвимірна задача). Дослідження проведено з використанням вихідного теоретичного базису узагальненого електричного кола з урахуванням знедавна виявленого фізичного явища гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії між типовими елементарними ланками динамічних систем – наразі фазами багатофазних систем електричних кіл. Метод названо методом зіставленої несиметрії.

**Ключові слова:** теоретичні основи електротехніки, багатофазні системи електричних кіл, узагальнене електричне коло, явище гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії, типові елементарні ланки, симетричні та несиметричні стани, багатовимірна сила (гіперсила), напруга зміщення нейтралі, нульвимірна задача, метод зіставленої несиметрії, відносна девіація провідності, питома напруги, трифазні електричні кола, квітка електричної нейтралі

## Abstract

The article proposes a new method for analyzing multi-phase electrical circuits – the method of comparable neutral. With its help, a zero-dimensional problem in the field of symmetry of the specified electrical circuits, also formulated for the first time, was solved. The study was conducted using the initial theoretical basis of the generalized electrical circuit, taking into account the physical phenomenon of hypervalence interaction between the typical elementary links of electrical dynamic systems.

**Keywords:** electrical engineering theory, polyphase system of circuits, generalized electric circuit, phenomenon of hypervalence interaction, typical elementary unit, symmetrical and asymmetrical conditions, multidimensional force (hyperforce), bias voltage of neutral, zero-dimensional space, method of comparable asymmetry, relative deviation of conductance, specific voltage, three-phase electric circuits, bud of electrical neutral

## 1. Передмова

В роботі, і автором це поставлено за мету, сформулюємо основну концепцію та розробимо і введемо в теоретичну електротехніку (electrical engineering) окремі базисні положення *нового методу* аналізу симетричних та несиметричних режимів роботи *багатофазних систем електричних кіл*. Останні, як відомо, з-поміж електротехнічних систем є чи не найпоширенішими в електроенергетиці, на транспорті та в промисловості [1, 2].

Головне призначення методу, в доповненні з відомими, полягає в удосконаленні загальної *методики* розв'язування першої з двох основних задач електротехніки – задачі аналізу, сформульованої для вищезазначеного класу електричних кіл.

Запропонований метод багатофазних систем електричних кіл назвемо *методом зіставленої несиметрії*.

За об'єкт дослідження оберемо доволі непросту функцію – функцію *напруги зміщення нейтралі*, яка є одним з найважливіших електричних параметрів в багатофазних електричних колах з топологією кондуктивно з'єднаних поміж собою систем джерел електрорушійних сил (е.р.с.) та

навантажень, в обох випадках побудованих за схемами *n*-променевих зірок (рис. 1). В координатному просторі *абсолютних* фізичних величин зазначена функція є функцією багатьох комплексних

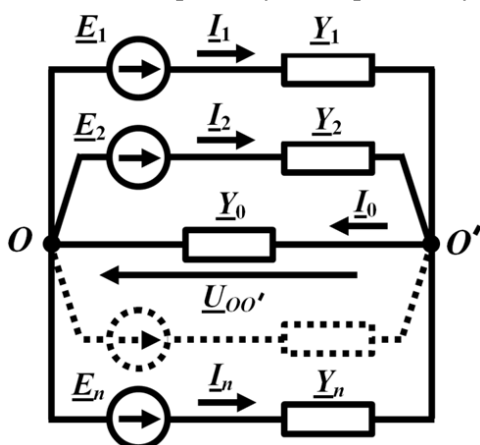


Рис. 1 Досліджуваний клас багатофазних систем електричних кіл

змінних, де зазвичай незалежними змінними слугують комплекси діючих значень е.р.с  $\underline{E}_v$  джерел електричної енергії в силових колах або інформації в інформаційних та комплексні провідності (та опори) навантажень  $\underline{Y}_v = \underline{Z}_v^{-1}$  – споживачів цієї енергії або інформації.  $\underline{Y}_0 = \underline{Z}_0^{-1}$  – комплексна провідність (та опір) нульового проводу.

Варто додати, що огляд чисельних літературних джерел, наприклад, [3-10], доводить і засвідчує наукову новизну як запропонованого підходу в розглядуваній області теоретичної електротехніки, так і отриманих на цій основі результатів дослідження.

## **2. Сутність та значення симетричних режимів багатофазних систем електричних кіл**

Відомо [3], що *багатофазною електричною системою* називають сукупність *електричних кіл*, де діє створена зазвичай спільним джерелом електричної енергії система зміщених одна відносно одної за фазою (відтак – і у часі) синусоїдних електрорушійних сил (е.р.с.) однакової частоти з довільними (в загальному випадку) амплітудними значеннями і початковими фазами. У разі рівностей амплітуд всіх е.р.с. та однакового значення фазового кута зміщення між ними визначають *симетричні системи е.р.с.*, а у випадку рівності ще й комплексних провідностей (опорів) складових кожної із фаз – *симетричні багатофазні системи* та відповідно *симетричні режими* їх роботи (стани).

Відтак *несиметричними* системами є багатофазні системи, які з різним ступенем вияву, але в усіх випадках водночас чи поодиночі не задовольняють вищевказаним *двом умовам симетрії*:

- 1) симетрії в системі е.р.с. джерела живлення;
- 2) симетрії в системі навантажень.

*Порушення* зазначених умов і відтак *перетворення* симетричної системи в несиметричну можливе за різних обставин і з різних причин. Однак незалежно від сутності цих причин, їх походження, прояву та можливих наслідків забезпечення і збереження симетрії як в топологічній структурі, так і в функціонуванні багатофазної системи завжди залишається *безумовною, пріоритетною і винятково важливою* задачею!

Така категоричність в твердженні ґрунтується водночас, з одного боку, на цілісній системі фундаментальних положень теоретичної електротехніки, які доводять незаперечну перевагу симетричного режиму роботи багатофазних систем електричних кіл [1-10], з іншого – на урізноманітненій сукупності практичних знань, отриманих під час експлуатації вже впроваджених у виробничу інфраструктуру багатофазних систем, передусім *трифазних* кіл в електроенергетиці [1-9], а у випадку останніх – ще й на визначеній державою законодавчій основі, де рівень несиметрії, наприклад, трифазної напруги є одним з показників якості електроенергії, що урегульований Національною комісією з питань регулювання електроенергетики України і підлягає контролю з боку її відповідних служб [3].

## **3. Багатофазні системи електричних кіл як окремий вияв узагальненого електричного кола з урахуванням фізичного явища гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії**

1. Аналіз еволюційних процесів в багатофазних динамічних системах електричних кіл на сьогодні доцільно здійснювати на основі поняття *узагальненого електричного кола з урахуванням фізичного явища гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії* між його найменшими динамічними структурними одиницями – *типовими елементарними ланками*.

Вказане фізичне явище є дедукцією знедавна виявленого та спорідненого з ним загально-природничого явища – *явища гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії елементів в динамічних системах* довільної природи. На глибоке переконання автора, обидва мають винятково важливе науково-методологічне значення. Вперше оприлюднені в роботах [11-14].

Пріоритет відкриття належить Україні.

Варто пояснити. В науці, на превеликий жаль, ще з часів І. Ньютона і дотепер *бінарність* силової взаємодії поміж структурними складовими в динамічних системах фізичного, технічного або іншого походження залишалася і допоки залишається парадигмою. Навіть більше – догмою!

Автор небезпідставно вважає таку концепцію сприйняття фізичного світу хибною і в роботах [11-14] заперечує та спростовує її.

Зокрема доводить, що в динамічних системах із зосередженими параметрами силова взаємодія будь-якої окремо взятої *типової елементарної ланки* з іншими ланками системи є *гіперсиловою* (!), тобто здатна охоплювати *всі* (!) можливі і в загальному випадку *незалежні* (!) комбінаторні сполучення силових взаємодій відповідно до множини чисел

$$\{S_n^2 = C_{n-1}^1; \dots; S_n^m = C_{n-1}^{m-1}; \dots; S_n^n = C_{n-1}^{n-1}\},$$

де кожне з таких чисел

$$S_n^k = C_{n-1}^{k-1} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \quad (1)$$

визначає кількість можливих комбінаторних сполучень з  $n$  по числу  $k$  зазначеної типової елементарної ланки з іншими ланками системи, за умови, що число  $k$  належить області

$$2 \leq k \leq n, \quad (2)$$

а не тільки  $k = 2$ !

Останнє обмежує і зводить кількість можливих силових взаємодій лише до числа  $S_n^2 = C_{n-1}^{2-1} = n-1$ .

В формулі (1)  $C_{n-1}^{k-1}$  – це відомі біноміальні коефіцієнти (бінома І. Ньютона).

На підставі формули (1) неважко знайти загальну кількість можливих гіперсилових взаємодій будь-якої типової елементарної ланки з іншими ланками динамічної системи:

$$S(n) = \sum_{k=2}^n S_n^k = \sum_{k=2}^n C_{n-1}^{k-1} = 2^{n-1} - 1. \quad (3)$$

2. Багатофазна система електричних кіл виявляє себе як окремий випадок узагальненого електричного кола, де кожна з фаз цієї системи і є саме тією типовою елементарною ланкою, силова взаємодія якої з іншими такими ж ланками (наразі фазами) здійснюється багатовимірними внутрішніми силами взаємодії, які у вищезазначених роботах [11-14] автором названо гіперсилами.

Оскільки гіперсилам в структурно-топологічному просторі багатофазної динамічної системи притаманний різний порядок вимірності  $k$ , який має задовольняти умові (2), а кожна з фаз з-поміж їх загального числа є носієм лише одного ступеня вільності, то для будь-якої багатофазної системи електричних кіл розмірність її структурно-топологічного простору і відтак найвищої за порядком вимірності гіперсили визначається загальним числом фаз багатофазної системи, наразі – числом  $n$ .

Для трифазних систем електричних кіл цей порядок дорівнює трьом.

#### 4. До питання термінології

Уточнимо зміст окремих термінів, які в подальшому буде використано в наявній роботі.

Координатним простором називатимемо область визначення функції (наразі комплекс діючого значення напруги зміщення нейтралі) із заданою в ній системою координат (базисом) незалежних змінних, які однозначно визначатимуть положення всіх точок заданої області. Вимірність координатного простору визначатимемо числом та вимірністю незалежних змінних функції. Областю в координатному просторі називатимемо будь-яку підмножину його точок. Вимірністю області координатного простору визначатимемо вимірність евклідового простору, гомеоморфного з околom будь-якої точки, яка належить даній області, за умови, що така вимірність не перевищує вимірності координатного простору. Нульвимірною областю називатимемо будь-яку точку, що належить координатному простору.

#### 5. Напруга зміщення нейтралі як вияв гіперсилової взаємодії поміж фазами

В досліджуваному нами класові двовузлових багатофазних ( $n$ -фазних) систем (див. рис. 1) прикладом вияву гіперсилової взаємодії поміж всіма  $n$  фазами є миттєва напруга між зазначеними вузлами

$$u_{O'O} = \varphi_{O'} - \varphi_O = U_{m_{O'O}} \sin(\omega t + \psi_u), \quad (3)$$

яку в трифазних системах ( $n = 3$ ) називають напругою зміщення нейтралі. Надалі цю назву, як і назви обидвох спільних вузлів (нейтралей), поширимо на загальний випадок багатофазних систем.

Наразі неважко переконатися в гіперсиловому характері напруги зміщення нейтралі. Якщо переписати систему структурних рівнянь узагальненого електричного кола, наведену в [11-14], відносно класу розглядуваних нами кіл, дослідивши її,

$$\left( L_v \frac{di_v}{dt} + R_v i_v + \frac{q_v}{C_v} \right) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq v}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq v}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq v}}^n \left[ L_{v,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} \frac{d}{dt} (i_v \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}) + \right. \\ \left. + R_{v,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} (i_v \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}) + \frac{q_v \pm q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm \dots \pm q_{s_{n-1}}}{C_{v,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}}} \right] = e_v, \quad v = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

виявиться, що окрім останньої всі інші багаторазові суми, які в структурних рівняннях в математичній формі є визначенням багатовимірних *інерційних*, *дисипативних* та *потенціальних* гіперсил відповідно, строго дорівнюють нулю, тобто фізично в розглядуваній багатозазній системі електричних кіл відсутні. В наявності є тільки *єдина* багаторазова сума – *напряга зміщення нейтралі*  $u_{O'O}$ . Відтак система інтегро-диференціальних рівнянь (4) ідентифікує її як  $n$ -вимірну гіперсилу. Порядок її вимірності в структурно-топологічному просторі багатозазної системи є *максимальним* і відповідає числу фаз системи. Її наявність свідчить про можливість *одночасної* (!) силової взаємодії між всіма  $n$  фазами багатозазної системи, і у разі такої взаємодії – взаємообміну енергією між цими фазами. Якщо ж напряга зміщення нейтралі дорівнює нулю, зазначена гіперсиллова взаємодія відсутня. В симетричних багатозазних системах, як відомо, напряга зсуву нейтралі дорівнює нулю.

## 6. Комплекс напряга зміщення нейтралі в координатному просторі абсолютних фізичних величин

В комплексній формі рівняння (4) зручно записати у вигляді

$$\underline{Z}_v \underline{I}_v + \underline{U}_{O'O} = \underline{E}_v, \quad v = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

де  $\underline{Z}_v = R_v + j \left( \omega L_v - \frac{1}{\omega C_v} \right)$  – комплексний опір навантаження  $v$ -ої фази.

В загальному випадку *в системі з нульовим проводом* (див. рис. 1) відповідно до I-го закону Кірхгофа сума комплексів діючих значень струмів

$$\sum_{v=1}^n \underline{I}_v = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_0}, \quad (6)$$

де  $\underline{Z}_0$  – комплексний опір нульового проводу.

Тоді комплекс діючого значення напряга зміщення нейтралі  $\underline{U}_{O'O}$  неважко визначити на підставі системи рівнянь (5) та рівняння (6) за формулою

$$\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0) = \frac{\sum_{v=1}^n \underline{E}_v \underline{Y}_v}{\underline{Y}_0 + \sum_{v=1}^n \underline{Y}_v}, \quad (7)$$

де комплекс діючого значення напряга зміщення нейтралі  $\underline{U}_{O'O} = \frac{U_{m_{O'O}}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u}$ , а комплекси діючих значень е.р.с.  $e_v = E_{m_v} \sin(\omega t + \psi_{e_v})$  – відповідно  $\underline{E}_v = \frac{E_{m_v}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e_v}}$ .

Отже, формула (7) визначає напряга зміщення нейтралі як функцію багатьох комплексних змінних  $\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0)$ , ( $1 \leq v \leq n$ ), визначену в координатному просторі абсолютних фізичних величин: комплексів діючих значень е.р.с.  $\underline{E}_v$  та комплексних провідностей навантажень  $\underline{Y}_v$  і нульового проводу  $\underline{Y}_0$  – параметрів елементів комплексної схеми багатозазної системи електричних кіл.

Варто зазначити, що рівняння (7), яке в наявній роботі отримане на підставі дедуктивного сходження від структурних рівнянь узагальненого електричного кола, наведених в роботах [11-14], цілковито співпало з базовою формулою відомого в теоретичній електротехніці *методу двох вузлів*. Відтак не виявило протиріччя між запропонованою теорією і відомою, але засвідчило протилежне.

## 7. Області симетрії, несиметрії та невизначеності в координатному просторі

В симетричних багатозазних системах електричних кіл (наразі прямої послідовності), відповідно до чинної термінології, мають виконуватися *водночас* обидві умови симетрії: перша (симетрія в системі е.р.с. джерела живлення)

$$\sum_{v=1}^n \underline{E}_v = 0 \quad (8)$$

та друга (симетрія в системі навантажень)

$$\underline{Y}_1 = \dots = \underline{Y}_n. \quad (9)$$

Як наслідок, для таких систем та відповідно їх станів має дорівнювати нулю і сума добутоків

$$\sum_{v=1}^n \underline{E}_v \underline{Y}_v = 0, \quad (10)$$

через що у відповідності з (7) нулю дорівнюватиме також і значення напруги зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0) = 0. \quad (11)$$

Однак потрібно зауважити, що взаємний зв'язок напруги зміщення нейтралі із симетрією в багатофазних системах електричних кіл *не є бієктивним*, себто не є взаємно однозначним: умови (10) або (11) можуть виконуватися і при порушенні першої (8) та другої (9) умов симетрії, якщо тільки таке порушення відбувається водночас. Це пояснюється тим, що умови (10) або (11), як рівняння, які

складено відносно незалежних змінних  $(\underline{E}_v, \underline{Y}_v)$  функції

напруги зміщення нейтралі  $\underline{U}_{O'O}$  (7), має нескінченно велику кількість розв'язків і утворює в області визначення цієї функції водночас дві області, в одній з яких умови симетрії (8) та (9) виконуються, а в іншій – ні.

Першу з названих областей назовемо *областю симетрії*. Другу – умовно *областю невизначеності*.

Водночас область визначення функції (7), точки якої не є розв'язками рівняння (10) або (11), будемо називати *областю несиметрії*.

Отже характер зазначеної кореляції свідчить про доволі складну неоднорідну структуру багатовимірної області визначення функції комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі  $\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0)$ ,  $(1 \leq v \leq n)$ , де між

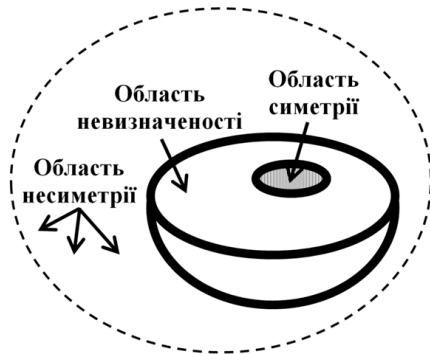


Рис. 2 Структура координатного простору комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі

областями станів симетрії та несиметрії багатофазних систем електричних кіл розташована область невизначеності, в точках якої ще чинними залишаються співвідношення (10) та (11), однак, на відміну від області симетрії, обидві умови симетрії (8) та (9) в цій області вже порушено (рис. 2).

Неважко довести, що в області невизначеності, попри наявну *несиметрію багатофазних систем е.р.с. і навантажень*, спостерігається *симетрія в системі електричних струмів*, позаяк

$$\sum_{v=1}^n I_v = \sum_{v=1}^n (\underline{E}_v - \underline{U}_{O'O}) \underline{Y}_v = \sum_{v=1}^n \underline{E}_v \underline{Y}_v = 0. \quad (12)$$

Варто додати, що вимірність області невизначеності *перевищує* вимірність області симетрії, а вимірність останньої, в свою чергу, в розглядуваному координатному просторі *абсолютних* фізичних величин *не є найменшою* з можливих.

## 8. Нульвимірна задача для області симетрії

1) На підставі отриманих вище результатів сформулюємо задачу, яку назовемо *нульвимірною для області симетрії* багатофазних систем електричних кіл.

*Сутність* цієї задачі полягає в тому, щоб на множині незалежних змінних, якими є комплексні параметри елементів багатофазної системи або пов'язані з ними параметри, потрібно сформувати такий координатний базис, в якому *вимірність області симетрії багатофазної системи буде дорівнювати нулю*. Ще раз підкреслимо, вимірність області симетрії (!), а не значення функції в цій області.

Що ж до досліджуваної нами функції напруги зміщення нейтралі, то в загальній області її визначення *областю симетрії* в цьому випадку має стати лише *єдина точка*, а не гіперповерхня – одновимірна чи багатовимірна, як це спостерігається на прикладі відомих на сьогодні методів аналізу за безпосереднього застосування формули (7).

На підставі вже отриманих результатів автор вважає, що можливі розв'язки нульвимірної задачі виявляться доволі важливими як в теоретичному, так і прикладному аспектах. В першому випадку з'являється можливість побудови принципово нових аналітичних функцій електричних параметрів багатофазних систем, які дозволять удосконалити методологію розрахунку та аналізу симетричних і несиметричних режимів роботи багатофазних систем. В другому – удосконалити методику експлуатації таких систем як в номінальних, так і передаварійних та аварійних режимах роботи.

2) *Математична інтерпретація* нульвимірної задачі на прикладі функції комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі  $\underline{U}_{O0}$  полягає в тому, щоб на множині незалежних змінних цієї функції сформулювати *такий* координатний базис, в якому рівняння (8) та (9) обидвох умов симетрії, як система рівнянь, будуть мати лише *один розв'язок*. Бажано – *тривіальний*.

Як було показано вище, в координатному просторі *абсолютних* фізичних величин, наразі параметрів елементів  $(\underline{E}_v, \underline{Y}_v)$  досліджуваних багатофазних систем, зазначена система рівнянь має нескінченну кількість розв'язків, що свідчить про одно- або багатовимірний характер області симетрії.

### 9. Метод зіставленої несиметрії

Нульвимірну задачу розв'яжемо за допомогою нового методу аналізу багатофазних систем електричних кіл. Метод назовемо *методом зіставленої несиметрії*.

Головна *ідея* і *сутність* цього методу полягає в зіставленому (порівняльному) характері аналізу всіх можливих (наразі несиметричних) станів багатофазної системи електричних кіл з особливим її станом (станом симетрії) на основі відносних відхилень (девіацій) значень параметрів елементів системи від тих значень параметрів, які і забезпечують цей стан (симетрії).

Реалізація зазначеної ідеї є неможливою в координатному просторі *абсолютних* фізичних величин параметрів елементів багатофазної системи – е.р.с. джерел та провідностей навантажень, але стає можливою у разі побудови координатного простору *відносних* фізичних величин, математично пов'язаних з абсолютними.

Останнє потребує введення ряду позасистемних фізичних величин, названих автором *відносними девіаціями* комплексів діючих значень е.р.с. та комплексних провідностей відповідно.

### 10. Окремі позасистемні фізичні величини методу зіставленої несиметрії

*Відносною девіацією*  $\underline{\delta}_v$  *комплексної провідності*  $\underline{Y}_v$  від іншої комплексної провідності  $\underline{Y}_m$ , назвемо задану над множиною комплексних чисел позасистемну безрозмірну фізичну величину, яку визначимо за загальновідомим законом:

$$\underline{\delta}_v = \frac{\underline{Y}_v - \underline{Y}_m}{\underline{Y}_m} = \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_m} - 1. \quad (13)$$

Якщо значення обох комплексних провідностей є однаковими  $\underline{Y}_v = \underline{Y}_m$ , то відносна девіація  $\underline{\delta}_v$  комплексної провідності  $\underline{Y}_v$  від провідності  $\underline{Y}_m$  дорівнює нулю  $\underline{\delta}_v = 0$ , що є *важливою* властивістю введеної фізичної величини.

За кінцевих значень  $\underline{Y}_m$  якщо значення комплексної провідності дорівнює нулю  $\underline{Y}_v = 0$ , то значення її відносної девіації  $\underline{\delta}_v = -1$ , якщо ж  $|\underline{Y}_v| \rightarrow \infty$ , то  $|\underline{\delta}_v| = \lim_{|\underline{Y}_v| \rightarrow \infty} \left| \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_m} - 1 \right| = \infty$ .

Відносна девіація комплексної провідності  $\underline{Y}_v$  (можливо) може бути представлена і у відсотках:

$$\underline{\delta}_v, \% = \underline{\delta}_v \cdot 100\% = \left( \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_m} - 1 \right) \cdot 100\%. \quad (14)$$

Таке подання є доволі зручним у разі визначення відносних девіацій провідностей над множиною дійсних чисел, тобто в багатофазних системах з відсутніми реактивними елементами. Водночас варто зазначити, що в загальному випадку у разі комплексного характеру відносних девіацій провідностей, доцільність подання у формі (14) потребує ще додаткового дослідження.

*Відносною девіацією*  $\underline{\rho}_v$  *комплексного опору*  $\underline{Z}_v$  від іншого комплексного опору  $\underline{Z}_m$ , назвемо задану над множиною комплексних чисел позасистемну безрозмірну фізичну величину, яку визначимо за законом:

$$\underline{\rho}_v = \frac{\underline{Z}_v}{\underline{Z}_m} - 1. \quad (15)$$

Математичний зв'язок між відносними девіаціями провідності та опору визначає співвідношення

$$\underline{\delta}_v + \rho_v + \underline{\delta}_v \rho_v = 0, \quad (16)$$

яке неважко отримати на підставі формул (13) або (15).

### 11. Комплекс напруги зміщення нейтралі в координатному просторі відносних девіацій комплексних провідностей

Для розглядуваного класу багатофазних систем електричних кіл (див. рис. 1) з симетричною системою е.р.с., для якої виконується перша умова симетрії  $\sum_{v=1}^n \underline{E}_v = 0$  (співвідношення (8)), побудуємо функцію діючого значення напруги зміщення нейтралі як функцію багатьох комплексних змінних  $\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_0)$ , ( $1 \leq v \leq n$ ) в координатному просторі абсолютних значень е.р.с.  $\underline{E}_v$  та відносних девіацій комплексних провідностей  $\underline{\delta}_v$ , що є частковим (!) розв'язуванням нульвимірної задачі:  $\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0) \Rightarrow \underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_0)$ .

Зазначимо, що попереднє накладання виконання першої умови симетрії (8) дозволяє усунути область невизначеності, залишивши в області визначення функції лише дві суміжні поміж собою області – симетрії та несиметрії.

За основу візьмемо співвідношення (7) функції напруги зміщення нейтралі і проведемо окремого характеру алгебраїчне перетворення з урахуванням формул (8) та (13):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{Y}_v, \underline{Y}_0) &= \frac{\sum_{v=1}^n \underline{E}_v \underline{Y}_v}{\underline{Y}_0 + \sum_{v=1}^n \underline{Y}_v} = \\ &= \frac{\sum_{v=1}^n \underline{E}_v \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_1}}{\frac{\underline{Y}_0}{\underline{Y}_1} + \sum_{v=1}^n \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_1}} = \frac{\sum_{v=1}^n \left[ \underline{E}_v + \underline{E}_v \left( \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_1} - 1 \right) \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{\underline{Y}_0}{\underline{Y}_1} - 1 \right) \right] + \sum_{v=1}^n \left[ 1 + \left( \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_1} - 1 \right) \right]} = \frac{\sum_{v=1}^n \underline{E}_v + \sum_{v=2}^n \underline{E}_v \underline{\delta}_v}{n + 1 + \underline{\delta}_0 + \sum_{v=2}^n \underline{\delta}_v} = \underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_0). \end{aligned} \quad (17)$$

Узявши до уваги формулу (8) (симетрію в системі е.р.с.), для функції комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі в координатному просторі відносних девіацій комплексних провідностей остаточно записуємо

$$\underline{U}_{O'O}(\underline{E}_v, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_0) = \frac{\sum_{v=2}^n \underline{E}_v \underline{\delta}_v}{n + 1 + \underline{\delta}_0 + \sum_{v=2}^n \underline{\delta}_v}, \quad (18)$$

де  $\underline{\delta}_v = \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}_1} - 1$  – відносні девіації комплексних провідностей навантажень всіх фаз багатофазної системи від комплексної провідності навантаження 1-ої фази  $\underline{Y}_1$ .

Оскільки відносна девіація комплексної провідності 1-ої фази дорівнює нулю:  $\underline{\delta}_1 = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1} - 1 = 0$ , в формулі (18) відсутніми є всі складові, пов'язані з першою фазою, відносно параметрів елементів якої і визначається девіація параметрів елементів інших фаз. Оскільки добуток  $\underline{E}_1 \underline{\delta}_1 = 0$ , зазначене стосується і комплексу діючого значення е.р.с.  $\underline{E}_1$ . Надалі початкову фазу 1-ої е.р.с. вважатимемо такою, що дорівнює нулю  $\psi_{e_1} = 0$  ( $e_1 = E_{m_1} \sin \omega t$ ). В цьому випадку комплекс її діючого значення визначаємо виключно над полем дійсних чисел  $\underline{E}_1 = E_1$ .

Зауважимо, що відповідно до (17) внаслідок перетворення координатного базису функція комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі змін не зазнає і виявляє себе як *інваріант* до запропонованого перетворення.

## 12. Питома комплексу напруги зміщення нейтралі

1) Запропоноване вище перетворення (17) є частковим розв'язуванням нульвимірної задачі. З метою її повного розв'язування введемо в вихідний базис методу зіставленої несиметрії ще одну і надзвичайно важливу позасистемну фізичну величину, яку назвемо *питомою комплексу напруги зміщення нейтралі*.

*Питомою комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі* називатимемо безрозмірну фізичну величину як комплексну функцію багатьох змінних, яка визначатиме комплекс зазначеної напруги, приведений до одиниці е.р.с. відлікового джерела багатофазної системи електричних кіл (наразі е.р.с. 1-ої фази):

$$\underline{\delta}^* = \frac{U_{O'O}}{E_1} = \frac{U_{O'O}}{E_1}. \quad (19)$$

Тоді з урахуванням формул (18) та (19) для функції питомої комплексу напруги зміщення нейтралі можна записати

$$\underline{\delta}^* = \frac{\sum_{v=2}^n \frac{E_v}{E_1} \delta_v}{n+1 + \underline{\delta}_0 + \sum_{v=2}^n \underline{\delta}_v}. \quad (20)$$

2) Скористаємося відомим в теорії багатофазних систем електричних кіл поняттям *оператору повороту*, який задають як *постійну* (!), що визначена над полем комплексних чисел за законом

$$a = e^{j \frac{2\pi}{n}}, \text{ де } n - \text{число фаз.}$$

Тоді комплекс діючого значення довільної  $v$ -ої е.р.с., що входить до складу *симетричної* системи е.р.с. (*прямої послідовності*), можна виразити через комплекс 1-ої е.р.с.  $E_1$  за формулою

$$E_v = a^{1-v} E_1. \quad (21)$$

Перепишемо (20) з урахуванням (21).

В результаті отримуємо функцію багатьох комплексних змінних, визначену в координатному просторі виключно *відносних* фізичних величин – *відносних девіацій комплексних провідностей*

$$\underline{\delta}^*(\underline{\delta}_v, \underline{\delta}_0) = \frac{\sum_{v=2}^n a^{1-v} \underline{\delta}_v}{n+1 + \underline{\delta}_0 + \sum_{v=2}^n \underline{\delta}_v}. \quad (22)$$

Отримана функція і є питомою комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі.

Вимірність області симетрії в координатному просторі цієї функції, тобто в просторі відносних девіацій комплексних провідностей, *дорівнює нулю*.

Довести зазначене неважко. У разі симетрії в системі е.р.с., що є передумовою (8), та виконанням другої умови симетрії (9), коли чинною стає рівність  $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \dots = \underline{Y}_n$ , значення відносних девіацій комплексних провідностей всіх фаз, відповідно до (13), водночас стають рівними нулю

$$\underline{\delta}_1 = \underline{\delta}_2 = \dots = \underline{\delta}_n = 0. \quad (23)$$

Відтак поза межами області симетрії рівність (23) (за чинності передумови (8)) порушуватиметься.

Зазначене означає, що *всі точки проекції області симетрії* на гіперплощину комплексних провідностей всіх фаз в координатному просторі абсолютних фізичних величин внаслідок запропонованих автором перетворень (17) та (19) відображаються в *єдину точку*, координатами якої в координатному просторі відносних фізичних величин буде точка початку системи координат!

## 13. Питома напруги зміщення нейтралі трифазної системи електричних кіл.

### Квітка електричної нейтралі

З метою апробації отриманих розв'язків нульвимірної задачі, розв'язаної за методом зіставленої несиметрії, розглянемо один з найважливіших підкласів досліджуваних багатофазних систем – *клас трифазних електричних кіл*.

1) В координатному просторі *абсолютних* фізичних величин, себто комплексів діючих значень е.р.с. та комплексних провідностей, комплекс діючого значення напруги зміщення нейтралі в трифазних колах сьогодні зазвичай розраховують за формулою



$$\underline{U}_{O'O} = \frac{\underline{E}_a \underline{Y}_a + \underline{E}_b \underline{Y}_b + \underline{E}_c \underline{Y}_c}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

яка є окремим випадком наведеної вище формули (7) за умови  $n = 3$ .

Тоді у відповідності з (19) та (21) за вказаної умови в зазначеному координатному просторі питома цієї напруги буде дорівнювати

$$\underline{\Delta}' = \frac{\underline{Y}_a + a^2 \underline{Y}_b + a \underline{Y}_c}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

і матиме *одно- або багатовимірну область симетрії*.

На рис. 3 для прикладу наведено три групи графічно побудованих поверхонь *модуля*  $|\underline{\Delta}'|$  питокої напруги зміщення нейтралі  $\underline{\Delta}'(\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c, \underline{Y}_0)$  для розглядуваних класів трифазних кіл за відсутності в цих колах реактивних елементів, коли комплексні провідності навантажень визначені лише над полем дійсних чисел. Область симетрії в цьому випадку буде *одновимірною*, точки якої лежать *на прямій*. На рисунку штриховою лінією показано проекцію цієї області симетрії на гіперплощину  $(\underline{Y}_b, \underline{Y}_c)$ , в системі координат якої і будувалися графіки за *трьох* фіксованих значень провідності  $\underline{Y}_a$  фази А та *трьох* фіксованих значень провідності нульового проводу  $\underline{Y}_0$ . Перші три (позначені) поверхні відповідають випадку відсутнього в системі нульового проводу:  $\underline{Y}_0 = 0$  (див. рис. 1).

І на додаток. За наявної схожості наведених регулярних груп графічних структур (наразі трьох і водночас) кожна з груп умовно названо *квіткою електричної нейтралі*. На назві автор не наполягає.

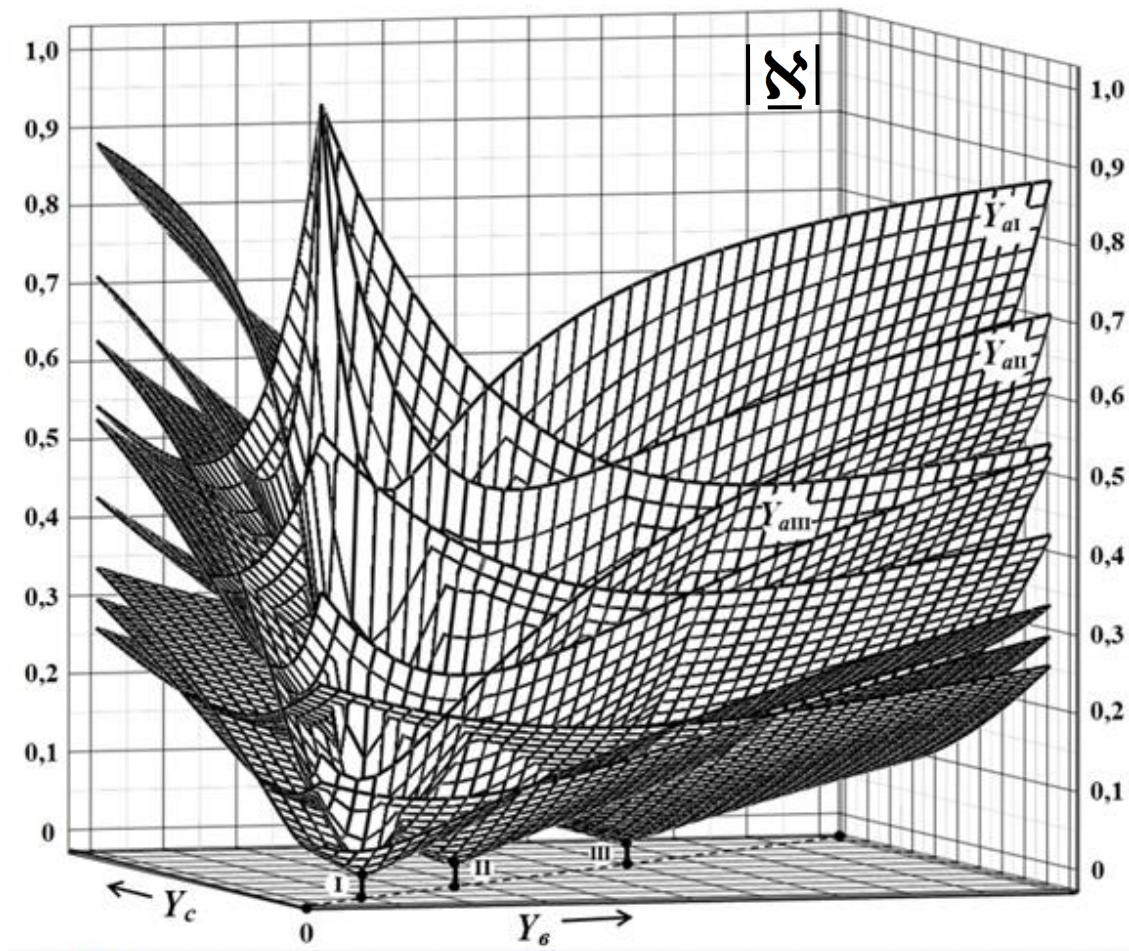


Рис. 3 Букет з квіток електричної нейтралі в координатному просторі *абсолютних* фізичних величин

2) В координатному ж просторі *частково відносних* фізичних величин (абсолютних комплексів діючих значень е.р.с. та відносних девіацій їх комплексних провідностей двох (!) фаз) формула для комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі трифазних кіл є окремим випадком формули (18) за тієї ж умови  $n = 3$

$$\underline{U}_{O'O} = \frac{E_b \underline{\delta}_b + E_c \underline{\delta}_c}{4 + \underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_b + \underline{\delta}_c}.$$

3) В координатному просторі *відносних* фізичних величин, тобто девіацій комплексних провідностей двох фаз, питому комплексу діючого значення напруги зміщення нейтралі для трифазних кіл необхідно розраховувати за формулою, яка є окремим випадком формули (22) за накладеної для таких кіл умови  $n = 3$ :

$$\underline{N}' = \frac{a^{-1} \underline{\delta}_b + a^{-2} \underline{\delta}_c}{4 + \underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_b + \underline{\delta}_c} = \frac{a^2 \underline{\delta}_b + a \underline{\delta}_c}{4 + \underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_b + \underline{\delta}_c}. \quad (24)$$

Таким чином, область симетрії функції  $\underline{N}'(\underline{\delta}_b, \underline{\delta}_c, \underline{\delta}_0)$  є *нульвимірною*, тобто *точкою*, а місцем розташування цієї точки слугує *початок системи координат* (рис. 4).

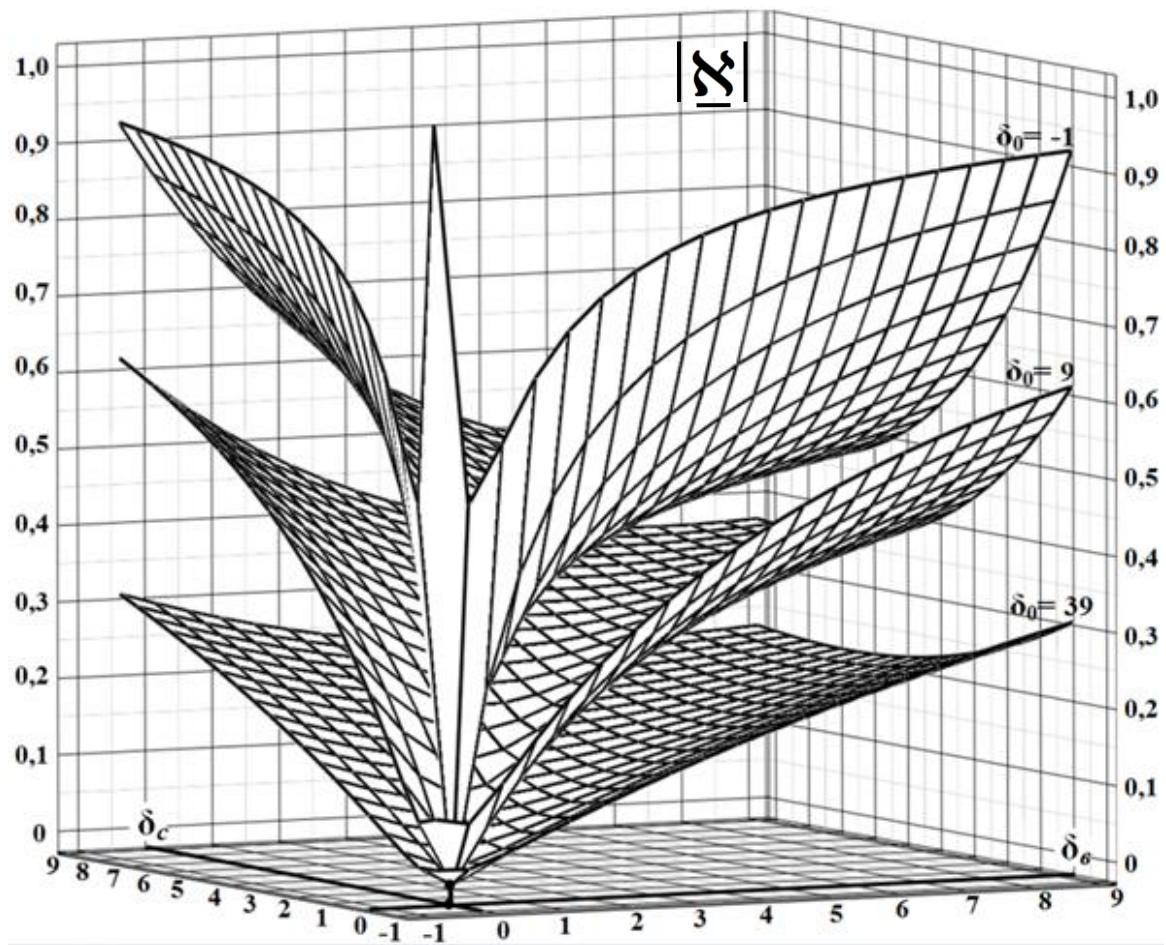


Рис. 4 Квітка електричної нейтралі в координатному просторі *відносних* фізичних величин

4) За *відсутності проводу нейтралі* в трифазному колі комплексна провідність  $\underline{Y}_0 = 0$  (див. рис. 1), тому відповідно до формули (13) її відносна девіація  $\underline{\delta}_0 = -1$ . Тоді на підставі формули (24)

$$\underline{N}' = \frac{a^2 \underline{\delta}_b + a \underline{\delta}_c}{3 + \underline{\delta}_b + \underline{\delta}_c}.$$

## Висновки

В роботі запропоновано новий метод аналізу багатофазних систем електричних кіл, який названо методом зіставленої несиметрії. Дієвість та ефективність методу доведена на прикладі успішного розв'язування нульвимірної задачі для області симетрії розглядуваного класу кіл. Постановку задачі і знаходження її розв'язків також проведено вперше. В основу дослідження покладено вихідний теоретичний базис теорії узагальненого електричного кола з урахуванням знедавна виявленого фізичного явища гіперсилової (гіпервалентної) взаємодії між типовими елементарними ланками динамічних систем – наразі фазами багатофазних систем електричних кіл. Автор вважає, що як сам метод зіставленої несиметрії, так і наведені та можливі розв'язки нульвимірної задачі мають важливе значення в теоретичному і прикладному аспектах. В першому випадку з'являється можливість побудови принципово нових аналітичних функцій електричних параметрів багатофазних систем, які дозволять удосконалити методологію розрахунку та аналізу симетричних і несиметричних режимів роботи багатофазних систем, в другому – удосконалити методику експлуатації таких систем в номінальному, передаварійних та аварійних режимах роботи, що частково і продемонстровано в наявній роботі отриманими результатами.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Електричні апарати / В. О. Бржезицький, В. Ц. Зелінський, П. Д. Лежнюк, О. Є. Рубаненко, Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2016. — 602 с.
2. Електроніка і мікросхемотехніка. Силова електроніка. Том 4. Кн. 1. Кн. 2 / В. І. Сенько, М. В. Панасенко, Є. В. Сенько, М. М. Юрченко та ін. — Київ: «Каравела», 2013 р. — 640 с.
3. Теоретичні основи електротехнік: У 3 т. / В. С. Бойко, В. В. Бойко, Ю. Ф. Видолоб та ін. — К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2004. — Т. 1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. — 272 с.
4. Перхач В. С. Теоретична електротехніка / В. С. Перхач. — К.: Вища школа, 1992. — 439 с.
5. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Кацив. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. — 456 с.
6. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами / Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацив, В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. — 326 с.
7. Fleckenstein J. E. Three-Phase Electrical Power / J. E. Fleckenstein, CRC Press, 2017. — 413 p.
8. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. — 392 с.
9. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Том 1. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — СПб.: Питер, 2003. — 463 с.
10. Теоретичні основи електротехніки. Методи розрахунку нелінійних електричних і магнітних кіл в прикладах та задачах / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. — 262 с.
11. Ведміцький Ю. Г. Тектологія динамічних систем і явище гіперсилової взаємодії в структурних рівняннях узагальненого електричного кола / Ю. Г. Ведміцький // Наукові праці ВНТУ. — 2018. — №2. — С. 1-11. — Режим доступу: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/547/532>.
12. Ведміцький Ю. Г. Узагальнене електричне коло з урахуванням фізичного явища гіпервалентної взаємодії / Ю. Г. Ведміцький // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — Хмельницький. — №2(58). — 2017. — С. 29-36.
13. Ведміцький Ю. Г. Узагальнене електричне коло і фізичне явище гіпервалентної взаємодії / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. — 2016. — Випуск 4. — С. 207-213.
14. Ведміцький Ю. Г. Узагальнені електричні схеми-аналоги неперервних динамічних систем довільного порядку / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. — 2010. — Випуск 2. — С. 63-69.

**Юрій Григорович Ведміцький** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, [wjg@ukr.net](mailto:wjg@ukr.net)

**Yurii G. Vedmitskyi** — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor of Department of Theoretical Electrical Engineering and Electrical Measurements, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, [wjg@ukr.net](mailto:wjg@ukr.net)