

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ВІДНОВЛЮВАЧІВ ДІАГНОСТИЧНОГО ТИПУ

¹Вінницький національний технічний університет

Розглянуто задачу проектування відновлювачів повноформатного вектора стану динамічної системи, функціонально стійкого до невизначених збурень на її вході. Показано, що діагностичний відновлювач і повномасштабний відновлювач вектору стану — поняття близькі, однак не повністю еквівалентні. У цьому можна переконатися, розглядаючи первинний різницевий сигнал, який утворюється шляхом порівняння виходів реального діючого об'єкта і його математичної моделі. Вихідний сигнал математичної моделі є всього лише оцінкою виходу реального об'єкта, формування якої визначається кількістю і якістю доступної апріорної інформації. В ідеальному випадку, за відсутності дестабілізуючих факторів, абсолютна адекватність математичної моделі реальному об'єкту гарантує нульовий сигнал помилки. У дійсності, врахувати в математичній моделі всі дестабілізуючі фактори неможливо, а іноді й немає потреби, оскільки отримана в такий спосіб модель буде занадто складною й малопродуктивною. На практиці, фактичний різницевий сигнал є досить повільним фізичним процесом, що коливається навколо нульового рівня. У ньому віддзеркалюються всі фактори, які не враховані в математичній моделі, у тому числі: непередбачувані збурювання й несправності, ефекти від помилок моделювання, використання моделей заниженого порядку, флуктуації параметрів системи, нестабільності робочої точки, невраховані або лінеаризовані нелінійні залежності, організовані або природні перешкоди, шуми тощо. При розв'язанні задачі виявлення й локалізації несправностей різницевий сигнал доцільно зробити чутливим лише до заданого переліку типу несправностей (сигнатур), а також, потрібно позбутися фону, створюваного побічними дестабілізуючими факторами, що не становлять інтерес. Отже, різницевий сигнал повинен бути підданий попередній обробці. У роботі розглядаються структура диференціального сигналу з докладним аналізом його спектральних складових.

На основі проведеного аналізу зроблені висновки: відновлювач стану виконує фільтрацію шумів у неявній формі, оскільки завдання його математичної моделі в змінних стану автоматично формує відповідну частотну характеристику; вибірковість відновлювача до певного типу несправностей забезпечується математичною моделлю каналу поширення несправності від невизначеного входу до виходу об'єкта контролю в припущенні, що матриця розподілу несправностей задана апріорі; відновлювач вектора стану у формі Луенбергера буде відповідати вимогам до систем виявлення й локалізації несправностей, якщо первинний різницевий сигнал певною мірою ізолювати від результату сукупного впливу дестабілізуючих факторів. Розглянуто математичний апарат відновлювачів повного порядку для стаціонарних лінійних динамічних систем, у яких системні невизначеності інтерпретуються як невідомі збурювання й у математичній моделі представляються як додаткові некеровані входи. Сформульовані й доведені умови існування таких спостерігачів. Дані рекомендації щодо порядку проектування й аналізуються особливі випадки. Незважаючи на те, що розгляд проблеми обмежено системами безперервного часу, їх результати досить легко можна перенести на дискретні системи.

Ключові слова: вектор стану динамічної системи, невизначені входи, відновлювач Луенбергера.

Постановка задачі

Діагностичний відновлювач та відновлювач стану — поняття близькі, проте не еквівалентні [1]. У цьому можна переконатися, розглядаючи первинний різницевий сигнал, який утворюється шляхом порівняння виходів реального діючого об'єкта та його математичної моделі. Вихідний сигнал математичної моделі являє собою лише оцінку виходу реального об'єкта, формування якої визначається кількістю та якістю доступної апріорної інформації. В ідеальному випадку (відсутність дестабілізуючих факторів) абсолютна адекватність математичної моделі реальному об'єкту гарантує нульовий сигнал похибки. В дійсності врахувати у математичній моделі усі дестабілізуючі фактори неможливо, а іноді і немає потреби, оскільки отримана у такий спосіб модель буде занадто складною та малопродуктивною. Тому на практиці, фактичний різницевий сигнал являє собою

повільний коливальний процес навколо нульового рівня. У ньому віддзеркалюються усі фактори, що невраховані у математичній моделі, у тому числі: непередбачувані збурення та несправності, помилки моделювання, похибки зумовлені використанням моделей заниженого порядку, флуктуації параметрів системи, нестабільність робочого режиму, невраховані або лінеаризовані нелінійні залежності, організовані або природні завади, шуми тощо [2]. Інтуїтивно зрозуміло, що якщо розв'язується задача виявлення та локалізації несправностей, то по-перше, різницевий сигнал повинен бути чутливим стосовно заданого переліку типу несправностей (сигнатур), а по-друге, потрібно позбутися фону, створюваного побічними дестабілізуючими факторами, що не становлять інтерес. Отже, різницевий сигнал повинен бути підданий попередній обробці, етапи якої можна усвідомити з таких міркувань. Для більшості випадків, що зустрічаються на практиці, характерним є спектральний склад різницевого сигналу, який якісно показаний на рис. 1.

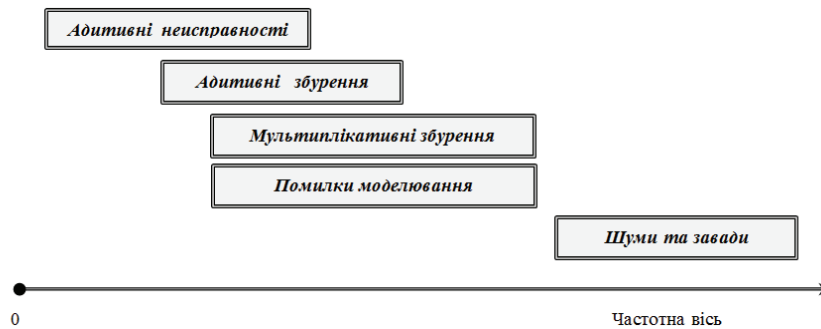


Рис. 1. Діаграма співвідношень частотних діапазонів основних дестабілізуювальних факторів [1]

Адитивні збурення — це повільні процеси, спектральний склад яких близький до спектрального складу адитивних несправностей та частково перекривається з ним. Незалежність різницевого сигналу від такого типу збурень може бути досягнута лише шляхом повної декомпозиції. Відповідно до цього підходу усі невизначені фактори, які пов'язані з процесом збурень, відносять до додаткових неконтрольованих входів з апіорі відомими матрицями розподілу, у той час як вектор збурень може бути невизначеним [2]. Таким чином, використовуючи апіорні дані про матрицю розподілів невідомих входів, намагаються досягти незалежності системи виявлення та локалізації несправностей від різноманітних збурень невизначеного характеру.

Пропонується формувати різницевий сигнал, інваріантний до непередбачуваних збурень на основі базових положень теорії відновлювачів Луенбергера. Перші спогади про такі пристрої відносяться до початку 90-х років [3]. З останніми розробками у цій галузі можна познайомитися на основі праць оглядового характеру [4]—[10].

Похибки моделювання також є повільними процесами. Вони присутні апіорі, починаючи з моменту початку проектування системи та закінчуючи повільною зміною (дрейфом) робочої точки або коефіцієнтів параметричної моделі. Незважаючи на те, що похибки моделювання відносять до мультиплікативних збурень, на математичній моделі результат їх впливу на систему керування прийнято відображати введенням додаткового адитивного невизначеного входу [2]. Частотні діапазони похибок моделювання та адитивних несправностей частково перекриваються, тому, як і у випадку адитивних збурень, потрібна їхня розв'язка з різницевим сигналом. Опис похибок моделювання в термінах змінних стану або передатних функцій, як правило, супроводжується появою великої кількості побічних факторів, що суттєво збільшує порядок математичної моделі та заважає проведенню ефективної розв'язки. Проблема інваріантності до похибок моделювання є однією з найважливіших на сьогодні і ще далека до остаточного вирішення [5]. Оскільки мультиплікативні збурення та несправності є нестационарними процесами, то формування інваріантного різницевого сигналу доцільно виконувати за допомогою динамічної системи зі змінними у часі параметрами, тобто у режимі реального часу.

Шуми прийнято моделювати у вигляді випадкових процесів з нульовим середнім значенням, причому їх статистичні характеристики передбачаються або повністю, або частково відомими. Вони перебувають у вищому діапазоні ніж адитивні несправності та збурення. Тому доцільно, замість явного розв'язання, яке вимагає значно більших обчислювальних ресурсів, обмежитись застосуванням одного з двох найвідоміших методів — фільтрації первинного різницевого сигналу низькочастотними фільтрами, або проведенням статистичного тестування на предмет перевищен-

ня апіорі заданого порогу. Величину порогу визначають, виходячи із заданих або передбачуваних статистичних характеристик шумів, або — експериментально. В останньому випадку, отримані характеристики враховують не тільки вплив шумів, а також і похибок моделювання, оскільки розділити їх практично неможливо. Складність статистичного тестування суттєво залежить від способу поширення шумів. Таким чином, можна стверджувати:

1. Відновлювач стану реалізує фільтрацію шумів у неявній формі, оскільки завдання його математичної моделі автоматично формує відповідну частотну характеристику.

2. Вибірковість відновлювача до певного типу несправностей забезпечується математичною моделлю каналу поширення несправності від невизначеного входу до виходу об'єкта контролю за умови, що матриця розподілу несправностей задана апіорі.

3. Відновлювач вектора стану у формі Луенбергера відповідатиме вимогам до систем виявлення та локалізації несправностей [4], якщо результат обробки первинного різницевого сигналу стане незалежним від результату сукупного впливу дестабілізуючих факторів.

Отже, стандартного відновлювача вектора стану від діагностичного відокремлює лише один крок — виконання процедури ізоляції різницевого сигналу від впливу непередбачуваних збурень.

Основи проектування відновлювачів з невизначеними входами

У цьому підрозділі розглядаються відновлювачі повного порядку для стаціонарних лінійних динамічних систем, у яких системні невизначеності інтерпретуються як невідомі збурення і у математичній моделі представляються як додаткові некеровані входи. Розгляд обмежено системами безперервного часу, проте це не означає, що отримані результати не можна перенести на системи дискретного часу. Розглянемо стаціонарну динамічну систему:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t); \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

де $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ — вектор стану динамічної системи; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ — вектор спостережень; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^r$ — відомий вектор входу; $\mathbf{d}(t) \in \mathbf{R}^q$ — невідомий вектор вхідних збурень; \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{E} — апіорі відомі матриці належних розмірів.

Відносно властивостей рівнянь (1)—(2) доцільно зробити зауваження:

1. Без втрати загальності передбачається, що матриця невідомих збурень має повний ранг. Якщо це не так, то можна застосувати операцію факторизації до матриці \mathbf{E} і записати її у вигляді добутку $\mathbf{E}\mathbf{d}(t) = \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{d}(t)$, де \mathbf{E}_1 — матриця повного рангу, а $\mathbf{E}_2\mathbf{d}(t)$ слід розглядати, як новий невідомий вхід. Складова $\mathbf{E}_2\mathbf{d}(t)$ може бути використана для опису адитивних збурень, а також багатьох інших типів модельних невизначеностей, наприклад, шумів або перехресних зв'язків у системах великої розмірності, нелінійних складових у рівняннях динаміки, похибок лінеаризації та штучного заниження порядку моделі, варіації параметрів та тощо.

2. Не виключено, що складова збурень може з'являтися у рівняннях виходу $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}_y\mathbf{d}(t)$. Проте, такий випадок не розглядається, оскільки складова $\mathbf{E}_y\mathbf{d}(t)$ може бути виключена з розгляду шляхом перетворення $\mathbf{y}_e(t) = \mathbf{T}_y\mathbf{y}(t) = \mathbf{T}_y\mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{T}_y\mathbf{E}_y\mathbf{d}(t) = \mathbf{T}_y\mathbf{C}\mathbf{x}(t)$ за умови, що $\mathbf{T}_y\mathbf{E}_y = 0$.

3. Деякі системи характеризуються присутністю керівного входу у рівняннях виходу, тобто $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$. Оскільки керівний вхід передбачається точно відомим, то можливо сконструювати новий вхід у вигляді $\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{D}\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$. Тоді у разі виконання заміни $\mathbf{y}(t)$ на $\tilde{\mathbf{y}}(t)$, задача стає еквівалентною тій, у якій складова $\mathbf{D}\mathbf{u}(t)$ відсутня. Тому заради стислості викладу складова $\mathbf{D}\mathbf{u}(t)$ опускається, оскільки вона не впливатиме на кінцевий результат.

Означення 1. Для стаціонарної динамічної системи (1)—(2) відновлювачем з невизначеним входом є такий відновлювач повного порядку

$$\mathbf{z}'(t) = \mathbf{F}\mathbf{z}(t) + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t); \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_z(t) \equiv \mathbf{x}^*(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{y}(t), \quad (4)$$

у якому похибка оцінювання вектора стану асимптотично прагне до нуля незалежно від того присутнє чи не присутнє невідоме збурення на її вході.

Введені такі позначення: $\mathbf{x}^*(t) \in \mathbf{R}^n$ — оцінка вектора стану об'єкта контролю; $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^n$ — вектор стану відновлювача; \mathbf{F} , \mathbf{K} , \mathbf{H} — матриці, що підлягають визначенню з метою досягнення пот-

рібного ступеня роз'єднання від невідомих входів та врахування інших обмежень. Коли вектор стану об'єкта контролю не ідентичний вектору стану відновлювача, то передбачається, що вони поєднані лінійним перетворенням $z(t) = T x(t)$, де T — постійна не вироджена матриця. Якщо це не так, то слід вважати $T = I$, де I — одинична матриця. Структура відновлювача, що відповідає співвідношенням (3)—(4), зображена на рис. 2.

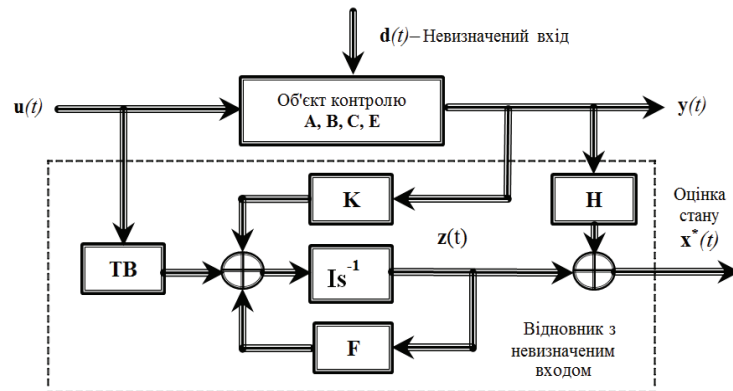


Рис. 2. Структура відновлювача з невизначеним входом

Застосувавши відновлювач (3)—(4), до системи (1)—(2), можна знайти рівняння для похибки оцінювання. Для цього утворюємо різницю рівнянь (1) і (3). З урахуванням співвідношень (2) і (4) отримуємо

$$\begin{aligned} [x(t) - x^*(t)]' = \Delta x'(t) = (I - HC)A \Delta x(t) + [(I - HC)A - F]z(t) + \\ + [(I - HC) - T]Bu(t) + (I - HC)Ed(t) + (FH - K)y(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо увести нові позначення $A_1 = (I - HC)A$; $K = K_1 + K_2$, то можна записати

$$\begin{aligned} \Delta x'(t) = A_1 \Delta x(t) + [A_1 - F]z(t) + (FH - K)y(t) + [(I - HC) - T]Bu(t) + (I - HC)Ed(t) = \\ = (A_1 - K_1C + K_1C) \Delta x(t) + (A_1 - K_1C + K_1C - F)z(t) + (FH - K_1 - K_2)y(t) + \\ + [(I - HC) - T]Bu(t) + (I - HC)Ed(t). \end{aligned}$$

Надалі потрібно виконати відносно нескладні, проте громіздкі обчислення та звести подібні члени. Наслідком буде остаточний варіант диференційного рівняння для похибки оцінювання $\Delta x'(t) = (A_1 - K_1C) \Delta x(t) + [F - (A_1 - K_1C)]z(t) + K_2 - [(A_1 - K_1C)H]y(t) + [(I - HC) - T]Bu(t) + (I - HC)Ed(t)$. (6) У припущенні, що виконується низка умов, а саме:

$$K = K_1 + K_2; \quad (7)$$

$$(I - HC)E = 0; \quad (8)$$

$$T = (I - HC); \quad (9)$$

$$F = (A_1 - K_1C) = (I - HC)A - K_1C; \quad (10)$$

$$K_2 = FH, \quad (11)$$

похибка оцінювання може бути описана виразом $\Delta x'(t) = F \Delta x(t)$. Похибка $\Delta x(t)$ буде асимптотично прямувати до нуля, якщо власні значення матриці F є стійкими, тобто $x^*(t) \rightarrow x(t)$. Це означає, що відновлювач (3)—(4) є відновлювачем з невідомим входом для системи (1)—(2) і відповідає означенню 1. Синтез такого відновлювача визначається розв'язками (7)—(11) і робить усі власні значення матриці F стійкими. Як видно з наведених рівнянь, ключовим питанням є умова, за якої існує розв'язок рівняння (8). Тривіальна постановка задачі, в основі якої лежить припущення, що ранг матриці E дорівнює n , отже $(I - HC) = 0$ і матрицю H можна знайти звичайним оберненням матриці C є непрямою, оскільки в дійсності розмірність векторів виходу завжди менша порядку динамічної системи. Таким чином, якщо $m < n$, то матриці H і C є прямокутними, і для встановлення необхідних та достатніх умов існування таких розв'язків розглянемо дві допоміжні теореми.

Лема 1. Якщо $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \text{rank } \mathbf{E}$, то рівняння (8) може бути розв'язаним, а одним з можливих розв'язків може бути вираз $\mathbf{H}^* = \mathbf{E}[(\mathbf{CE})^T \cdot \mathbf{CE}]^{-1}(\mathbf{CE})^T$, де $(\mathbf{CE})^\# \stackrel{\text{def}}{=} [(\mathbf{CE})^T \cdot \mathbf{CE}]^{-1}(\mathbf{CE})^T$ — псевдообернена матриця Пенроуза.

Схема доведення. Необхідні умови. Припустимо, що рівняння (8) має розв'язок \mathbf{H} , тоді для кожного такого розв'язку справедливо $\mathbf{HCE} = \mathbf{E}$, або, що теж саме $(\mathbf{CE})^T \mathbf{H}^T = \mathbf{E}^T$. Це означає, що \mathbf{E}^T являє собою підпростір матриці $(\mathbf{CE})^T$ і, що $\text{rank}(\mathbf{E}^T) \leq \text{rank}(\mathbf{CE})^T$ або $\text{rank}(\mathbf{E}) \leq \text{rank}(\mathbf{CE})$. Проте, з іншої сторони $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \min [\text{rank}(\mathbf{C}), \text{rank}(\mathbf{E})] \leq \text{rank}(\mathbf{E})$, оскільки матриця \mathbf{E} передбачається матрицею повного рангу. Одночасне врахування цих протиріч можливе лише тоді, коли $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \text{rank}(\mathbf{E})$.

Достатні умови. За умови, коли має місце рівність $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \text{rank}(\mathbf{E})$, \mathbf{CE} являє собою матрицю-стовпець повного рангу. У цьому разі існує інверсія зліва, тобто справедливим є твердження $(\mathbf{CE})^\# = [(\mathbf{CE})^T \cdot \mathbf{CE}]^{-1} \mathbf{CE}^T$. Зрозуміло, що $\mathbf{H}^* = \mathbf{E}(\mathbf{CE})^\#$ може бути розв'язком рівняння (8).

Лема 2. Припустимо, що матриця \mathbf{C}_1 може бути записана у вигляді $\mathbf{C}_1 = [\mathbf{C}, \mathbf{CA}]^T$, тоді якщо пара $(\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1)$ є такою, що виявляється, то це еквівалентно тому, що пара (\mathbf{C}, \mathbf{A}) також буде здатна виявлятися.

Схема доведення. Припустимо, що пара $(\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1)$ задовольняє критеріям виявлення. Це означає, що до складу вектора $\mathbf{x}(t)$ входить мода s_1 яка не спостерігається. У такому разі ця мода інваріантна по відношенню до системної матриці \mathbf{A} і розв'язана с виходом системи. Застосувавши критерій відновлюваності Розенброка [5], можна записати

$$\text{rank} \begin{bmatrix} s_1 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} s_1 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} < n.$$

Це означає існування такого вектора $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{C}^n$, що $\begin{bmatrix} s_1 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} < 0$, але це еквівалентно виразам

$$\begin{bmatrix} s_1 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} = 0; \quad \text{rank} \begin{bmatrix} s_1 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} < n.$$

Тоді очевидно, що s_1 також являє собою не спостережувану моду для пари (\mathbf{C}, \mathbf{A}) . Тепер, якщо припустити наявність іншої неспостережуваної моди $s_2 \in \mathbb{C}^n$ для пари (\mathbf{C}, \mathbf{A}) , то за аналогією маємо $\text{rank} \begin{bmatrix} s_2 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} < n$, і завжди знайдеться такий вектор $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{C}^n$, що $\begin{bmatrix} s_2 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = 0$. Але це призводить до того, що $(s_2 \mathbf{I} - \mathbf{A})\boldsymbol{\beta} = 0$; $\mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = 0$; $\mathbf{CA}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{C}s_2 \boldsymbol{\beta} = s_2 \mathbf{C}\boldsymbol{\beta} = 0$. Отже,

$$\begin{bmatrix} s_2 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} s_2 \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = 0,$$

тобто s_2 також є не спостережуваною модою пари $(\mathbf{C}_1, \mathbf{A})$, і оскільки пари $(\mathbf{C}_1, \mathbf{A})$ і (\mathbf{C}, \mathbf{A}) мають однакові не спостережувані моди, то їх властивості стосовно процесу виявлення формально збігаються, тобто однакові. Слід підкреслити, що властивість виявлення є менш категоричною ніж властивість відновлення, оскільки для цього достатньо щоб усі невідновлювані моди залишалися стійкими.

Теорема 1. Для того, щоб динамічна система

$$\mathbf{z}'(t) = \mathbf{Fz}(t) + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t); \quad \mathbf{y}_z(t) \equiv \mathbf{x}^*(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{y}(t), \quad (12)$$

була б відновлювачем з невизначеним входом для об'єкта

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (13)$$

необхідно і достатньо виконання таких умов: а) $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \text{rank}(\mathbf{E})$; б) пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ була б здатна виявлятися, а матриця \mathbf{A}_1 описувалась виразом $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} - \mathbf{E}(\mathbf{CE})^\# \mathbf{CA}$.

Схема доведення. Достатні умови. У відповідності до леми 1, рівняння (8) матиме розв'язок, якщо умова (а) виконується. Зокрема, розв'язком для \mathbf{H}^* може бути $\mathbf{H}^* = \mathbf{C}\mathbf{E}[(\mathbf{C}\mathbf{E})^T \mathbf{C}\mathbf{E}]^{-1} \mathbf{C}\mathbf{E}^T$. У цьому разі системна матриця \mathbf{F} дорівнює

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C} = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{K}_1\mathbf{C}),$$

а стійкість відновлювача гарантується шляхом належного вибору матриці передачі \mathbf{K}_1 , виходячи з умови (б). Решта матриць відновлювача (6) можуть обчислюватись на основі рівнянь (7), (9)—(11). Таким чином, (12) являє собою відновлювач з невизначеним входом для системи (13).

Необхідні умови. Оскільки вважається, що рівняння (12) є рівнянням відновлювача з невизначеними входами для систем (13), то рівняння (8) вважається таким, що має розв'язок. Це означає виконання умови (а) відповідно до леми 1. Загальний розв'язок для матриці \mathbf{H}^* згідно з рівнянням (8) можна знайти у вигляді $\mathbf{H}^* = \mathbf{E}(\mathbf{C}\mathbf{E})^\# + \mathbf{H}_0[\mathbf{I}_m - \mathbf{C}\mathbf{E}(\mathbf{C}\mathbf{E})^\#]$, де $\mathbf{H}_0 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ є довільною матрицею, що не впливає на полюси відновлювача, а матриця $(\mathbf{C}\mathbf{E})^\#$ обчислюється як ліва інверсія матриці $(\mathbf{C}\mathbf{E})$, тобто $(\mathbf{C}\mathbf{E})^\# = [(\mathbf{C}\mathbf{E})^T \mathbf{C}\mathbf{E}]^{-1} (\mathbf{C}\mathbf{E})^T$. Якщо підставити цей розв'язок для \mathbf{H} у рівняння (10), то отримаємо системну матрицю \mathbf{F}

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{H}^*\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C} = [\mathbf{I}_n - \mathbf{E}(\mathbf{C}\mathbf{E})^\# \mathbf{C}] \mathbf{A} - [\mathbf{K}_1 \mathbf{H}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ [\mathbf{I}_m - \mathbf{C}\mathbf{E}(\mathbf{C}\mathbf{E})^\#] \mathbf{C}\mathbf{A} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 - [\mathbf{K}_1 \mathbf{H}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 - \overline{\mathbf{K}}_1 \overline{\mathbf{C}}_1,$$

$$\text{де } \overline{\mathbf{K}}_1 = [\mathbf{K}_1 \ \mathbf{H}_0]; \quad \overline{\mathbf{C}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_1 \end{bmatrix}.$$

Оскільки відновлювач з невизначеним входом існує, то матриця \mathbf{F} у відповідності до означення 1 є асимптотично стійкою. Це у свою чергу означатиме, що пара $(\overline{\mathbf{C}}_1, \mathbf{A}_1)$ є виявлюваною. Пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ також буде виявлюваною у зв'язку зі справедливістю леми 2.

Необхідно наголосити, що для того, щоб виконати умову (а), число незалежних рядків матриці \mathbf{C} не повинно бути меншим ніж число незалежних стовпців матриці \mathbf{E} . Іншими словами максимальна кількість збурень, які можуть бути роз'єднаними, не може перевищувати кількості незалежних вимірювань. Відновлювач (12) стає стандартним відновлювачем Луенбергера повного порядку, якщо вважати $\mathbf{T} = \mathbf{I}$, $\mathbf{H} = \mathbf{0}$, а $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ (тобто в об'єкті контролю відсутні невизначені входи). У такому разі умова (а) теореми 1 виконується явно, а умова (б) трансформується так, що пара (\mathbf{C}, \mathbf{A}) стає виявлюваною. Це добре відомий результат з теорії відновлювачів Луенбергера.

Окрім того, на основі вищенаведеного аналізу можна углядіти, що \mathbf{K}_1 являє собою матрицю вільних параметрів у процесі проектування відновлювачів з невизначеним входом. Після визначення матриці \mathbf{K}_1 інші матричні параметри обчислюють на основі рівнянь (7)—(11). Єдине обмеження, яке накладається на матрицю \mathbf{K}_1 полягатиме у тому, що вона повинна забезпечити стійкість матриці відновлювача \mathbf{F} . Матриця \mathbf{K}_1 , що стабілізує системну матрицю \mathbf{F} може бути далеко не єдиною через те, що розглянута задача є багатоваріантною [9]. Це забезпечує надлишок числа ступенів свободи для вибору матриці \mathbf{K}_1 навіть після того, як задоволені умови для невизначених входів. У подальшому, цими надлишками можна скористатись для надання вибіркокових властивостей діагностичним різницеvim сигналам або забезпечення мінімізації дисперсії похибок оцінювання.

Порядок проектування відновлювача з невизначеним входом

Однією з найважливіших задач, яка розв'язується у процесі проектування відновлювача з невідомим входом, є забезпечення стійкості матриці $\mathbf{F} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{K}_1\mathbf{C}$ шляхом вибору матриці \mathbf{K}_1 у тому випадку, коли пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ є такою, що виявляється. Якщо пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ є відновлюваною, то цього можна досягти шляхом трансформації рівнянь об'єкта контролю у відповідні рівняння канонічної форми для відновлювальних систем [11, с. 52] або скористатися програмою розміщення полюсів, розміщеною у пакеті Control System Toolbox for MATLAB. Якщо ж пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ не є відновлюваною, то застосування до пари $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$ вищезгаданої процедури дає:

$$\mathbf{U}\mathbf{A}_1\mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{11} \in \mathbf{R}^{n_1 \times n_1}; \quad \mathbf{C}\mathbf{U}^{-1} = [\mathbf{C}_1, \mathbf{0}]; \quad \mathbf{C}_1 \in \mathbf{R}^{m \times n_1},$$

де n_1 є рангом матриці відновлюваності для пари (C, A_1) , а пара (C, A_{11}) є відновлювальною. Міркування щодо вибору матриці перетворення U викладені у роботі [12, с. 90]. Якщо усі власні значення матриці A_{22} є стійкими, то пару (C, A_1) можна вважати виявленою. У цьому разі системну матрицю F можна зробити стабілізованою

$$F = (A_1 - K_1 C) = U^{-1} [U A U^{-1} - U K_1 C U^{-1}] U = \\ = \left\{ U^{-1} \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{1u} \\ K_{2u} \end{bmatrix} [C_1 \quad 0] \right\} U = U^{-1} \begin{bmatrix} A_{11} - K_{1u} C_1 & \mathbf{0} \\ A_{12} - K_{2u} C_1 & A_{22} \end{bmatrix} U,$$

де $K_u = U K_1 = \begin{bmatrix} K_{1u} \\ K_{2u} \end{bmatrix}$, з власними значеннями, що складаються з сукупності власних значень матриць A_{22} та $A_{22} - K_{2u} C_1$. Оскільки пара (C, A_1) є відновлювальною, то матрицю K_{1u} можна обчислювати за допомогою програми розміщення полюсів. Матриця K_{2u} може бути довільною через те, що вона не впливає на власні значення системної матриці F . Таким чином, можна рекомендувати такий порядок проектування відновлювача з невідомим входом:

1. Перевірити ранг матриць E і CE , якщо $\text{rank}(CE) \neq \text{rank}(E)$, то такого відновлювача не існує і надалі перейти до п.10.

2. Обчислити матриці H^* , T , A_1 за формулами:

$$H^* = E \left[(CE)^T CE \right]^{-1} (CE)^T; \quad T = I - H^* C; \quad A_1 = TA.$$

3. Перевірити чи пара (C, A_1) є відновлюваною. Якщо це має місце, то відновлювач існує і матриця K_1 може бути обчислена за допомогою програми розташування полюсів, далі перейти до п. 9.

4. Сконструювати матрицю перетворення U для переходу до канонічної форми відновлюваності. Для цього слід довільно вибрати $n_1 = \text{rank}(M_n)$, де M_n являє собою матрицю відновлюваності для пари (C, A_1) і створити вектор-рядок $u^T_1, \dots, u^T_{n_1}$ з M_n , разом з іншим $(n-n_1)$ вектор-рядком $u^T_{n_1+1}, \dots, u^T_{n_1}$ для утворення не сингулярної матриці перетворення

$$U = [u_1, \dots, u_{n_1}; u_{(n_1)+1}, \dots, u_n]^T.$$

5. Пару (C, A_1) привести до канонічної форми відновлюваності за формулами

$$U A_1 U^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix}; \quad C U^{-1} = [C_1, 0].$$

6. Перевірити чи пара (C, A_1) є виявленою. Якщо будь-яке власне значення матриці A_{22} нестійке, то відновлювача не існує і потім перейти до п. 10.

7. Вибрати n_l бажаних власних значень та присвоїти їх виразу $A_{11} - K_{1u} C_1$, далі з використанням програми розташування полюсів обчислити K_{1u} .

8. Обчислити вираз

$$K_1 = U^{-1} K_u = U^{-1} \begin{bmatrix} K_{1u} \\ K_{2u} \end{bmatrix},$$

де K_{2u} може бути довільною матрицею розміру $(n - n_1) \times m$.

9. Обчислити матриці F і K за формулами

$$F = A_1 - K_1 C; \quad K = K_1 + K_2 = K_1 + FH.$$

10. Завершення процесу проектування.

Запропонована методика була перевірена на прикладі моделювання динамічної системи третього порядку з передатною функцією $W(s) = (s + 0,4) [(1 + 2s)(s^2 + 0,6s + 0,2)]^{-1}$, яка у просторі станів описувалась системою рівнянь $x'(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t)$; $y(t) = Cx(t)$ з параметрами:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,600 & -0,202 & 0 \\ 0 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,202 \\ 0,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0,078 \quad 1 \quad 1]; \quad \mathbf{u} = 1.$$

Збурення імітувались синусоїдальним коливанням $d(t) = 4\sin(4t)$, що з'являлись проміж 45 та 55 секундами в часовому інтервалі у сто секунд. Інтегрування виконувалось методом Рунге–Кутта четвертого порядку з використанням програми MATLAB ode45. Полюси обох відновлювачів задавались однаковими $P = [-1; -0,5 + j*0,5; -0,5 - j*0,5]$, а відповідні матриці передачі обчислювались за допомогою програми place (A,C,P). Оскільки процедура декомпозиції вимагає додаткових ресурсів системи, то для виконання умови $\text{rank}(\mathbf{CE}) = \text{rank}(\mathbf{E})$ матрицю спостережень доводилось розширювати введенням додаткових засобів вимірювань і вона приймалась рівною $\mathbf{C} = [0,078 \quad 1 \quad 1; 0 \quad 0 \quad 1]$. Результати моделювання показані на рис. 3.

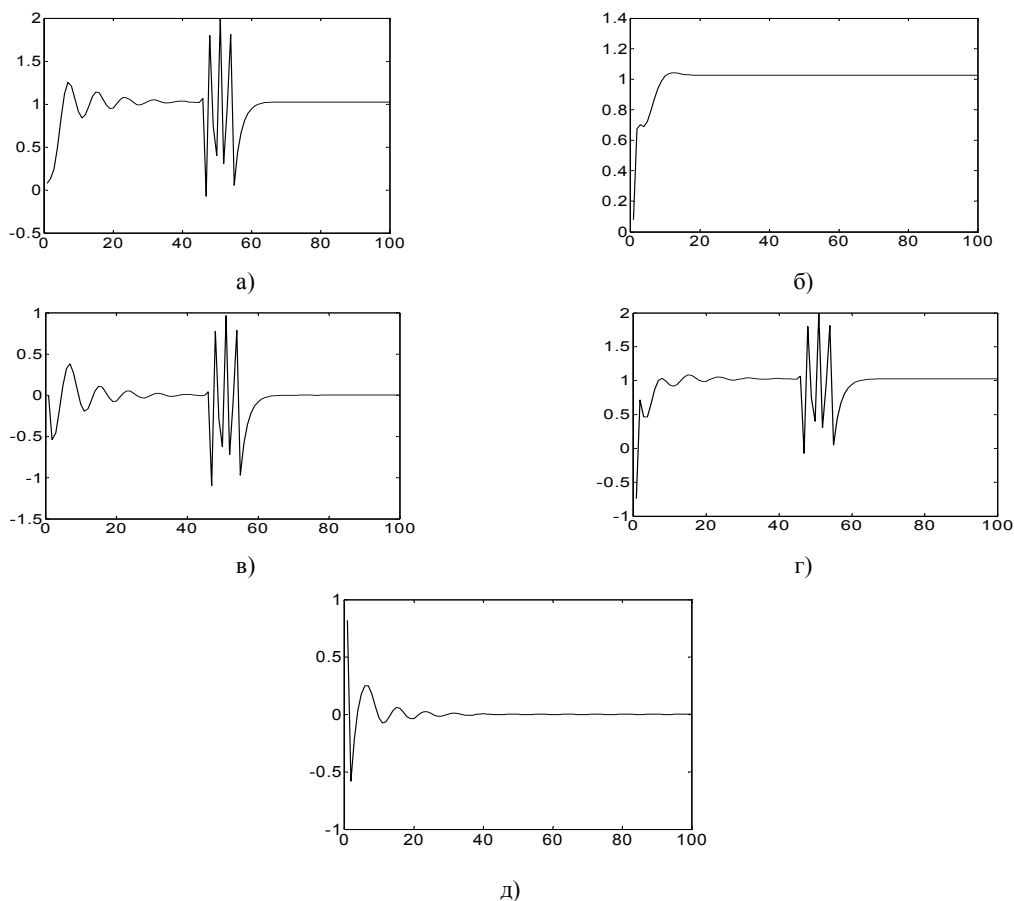


Рис. 3. Результати моделювання відновлювачів за наявності збурень:
а — системний вихід зі збуреннями; б — вихід відновлювача Луенбергера та його різницевий сигнал (в);
г — вихід відновлювача з невідомим входом та його різницевий сигнал (д).

Аналізуючи результати моделювання, неважко помітити, що відновлювач з невідомим входом реагує не на наслідок дії невідомого збурення, а на його джерело (причину), і це одна з його переваг у сенсі швидкодії. Проте, таке розширення функціональних можливостей вимагає додаткових системних ресурсів та структурованості матриці збурень \mathbf{E} .

Висновки

1. Показано, що формування різницевого сигналу стійкого до сукупності збурень, які завжди присутні у контрольованій динамічній системі, являє собою суттєвий момент у задачах, пов'язаних з модельно-орієнтованими методами діагностики несправностей. Звернувшись до результатів моделювання, неважко помітити, що за цих умов пряме застосування стандартного відновлювача Луенбергера буде некоректним.

2. Одним з можливих підходів до формування стійкого, в указаному сенсі, різницевого сигналу може бути застосування принципу декомпозиції, що дасть змогу ізолювати оцінки стану динаміч-

ної системи від впливу різноманітних збурень. В рамках цього підходу, на основі апріорної інформації про структуру матриці розподілу неконтрольованих збурень, була виконана модифікація рівнянь стандартного відновлювача Луенбергера, встановлені та доказані умови існування модифікованого відновлювача. Порівняно з іншими відомими роботами, такий підхід дозволяє відносно просто перевіряти умови існування відновлювача та зменшити обсяг і складність обчислень, що, як правило, супроводжують процес проектування відновлювачів такого типу [8], [9].

3. На прикладі динамічної системи третього порядку була випробувана методика проектування модифікованого відновлювача Луенбергера за наявності імпульсних збурень синусоїдального типу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. J. Gerler, "Survey of model-based failure detection and isolation in complex plant," *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 8, no. 6, pp. 3-11, 1988.
2. P. M. Frank, "Analytical and qualitative model-based fault diagnosis – a survey and some new results," *European J. of Contr.*, vol. 2, (1), pp. 6-28, 1996.
3. P. M. Frank, "Advances in observer based fault diagnosis," *Conf. on Fault Diagnosis. TOOLDIAG '93, Toulouse*, pp. 817- 836, 1993.
4. I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, and C. Seah, "A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods," *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, vol. 18, no. 3, pp. 636-653, 2010.
5. S. Vassileva, "AI-based diagnostics for fault detection and isolation in process equipment service," *Computing and Informatics*, vol. 33, pp. 387(409), 2014.
6. M. Tipladi, and B. Bruenjes, "Survey on Fault Detection, Isolation, and Recovery Strategies in the Space Domain," *Journal of Aerospace Information Systems*, vol. 12, no. 2, pp 235-256, 2015.
7. R. Feivi, and Yu. Jinsong, "Fault diagnosis methods for advanced diagnostics and prognostics resbed (ADAPT): A review," in *12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)*, 2015, vol. 01, pp. 175-180.
8. M. Thirumarimurugan, N. Bagyalakshmi, and P. Paarkavi, "Comparison of fault detection and isolation methods: A review," in *10th International Conference Intelligent Systems and Control (ISCO)*, 2016, pp. 1-6.
9. T. J. Leung, J. H. Rife, P. Seiler, and R. Venkataraman, "Comparison of fault-tree models for fault detection, isolation, and recovery algorithms," *Journal of Aerospace Information Systems*, vol. 14, no.9, pp. 517-522, 2017.
10. P. Kim, "Fault Detection Algorithm using Multiple Residual Generation Filters," *Journal of Telecommunication Electronic and Computer Engineering*, vol. 9, no 3, pp.12-17, 2017.
11. Х. Квакернаак, и Р. Сиван, пер. с англ. В. А. Васильевой, Ю. А. Николаева, *Линейные оптимальные системы управления*. Москва: МИР, 1977, 650 с.
12. Р. Изерман, *Цифровые системы управления*. Москва: МИР, 1984. 541 с.

Рекомендована кафедрою радіотехніки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 16.01.2018

Воловик Андрій Юрійович — к-т техн. наук, доцент кафедри радіотехніки, e-mail: volangmail@ukr.net ;
Кичак Василь Мартинович — д-р техн. наук, професор кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, декан факультету інфокомунікацій, радіоелектроніки та наносистем, e-mail: kychak@vntu.edu.ua .

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

A. Yu. Volovyk¹
V. M. Kychak¹

Theoretical Bases of Diagnostic Type Functional Observers

¹Vinnytsia National Technical University

The given paper considers the problem of design of a full-scale vector restorer, that is invariant to indefinite inputs. It is considered that a diagnostic restorer and full-scale vector restorer are concept relatives, however not completely equivalent. It is possible to be convinced of it, considering primary differential signal which is formed by comparison of exits of the real operating object and its mathematical model. The initial signal of mathematical model represents only an assessment of an exit of real object the formations of which are defined by quantity and quality of available a priori information. Ideally, at lack of the destabilizing factors, absolute adequacy of mathematical model to real object guarantees a zero signal of a error. Actually, it is impossible to consider in mathematical model all destabilizing factors, and there is no requirement as the model received thus will be too complex and unproductive. Therefore in practice, the actual differential signal is quite slow physical oscillatory process around zero level. All factors which unaccounted in mathematical model are reflected in it, including: unforeseen perturbations and malfunctions, effects of modeling errors, use of models of the underestimated order, fluctuations of parameters of system, instability of a working point, unaccounted or linear nonlinear dependences, organized or natural hindrances, noise, etc.

It is intuitively clear that if the problem of identification and localization of malfunctions is solved, then first, the differential signal has to be sensitive concerning the set list like malfunctions (signatures), and secondly, it is necessary to get rid of the

background created by the collateral destabilizing factors which are not of interest. Thus, the differential signal has to be previously processed. The spectral structure of a differential signal is considered. Its components are analyzed. On the basis of the analysis conclusions are drawn: the full-scale state vector restorer filtering of noise in an implicit form as the problem of its mathematical model in state variables automatically creates the corresponding frequency characteristic; selectivity of a full-scale state vector restorer to a certain type of malfunctions is provided with mathematical model of a channel of distribution of fault from an indefinite input to an exit of control object in the assumption that the matrix of distribution of malfunctions is set a priori; the state vector restorer in the Luyenberger's form will meet the requirements to systems of identification and localization of malfunctions if primary differential signal becomes possible to make independent of cumulative influence result of the destabilizing factor. The mathematical apparatus of a full order restorer for stationary linear dynamic systems, in which system uncertainty is interpreted as indefinite perturbation and in mathematical model are represented as additional uncontrollable inputs. This process is limited to systems of continuous time, however it does not limit generality of the received results as they can be easily transferred to systems of discrete time. Necessary and sufficient conditions for the existence of such restorer are formulated and proved. Recommendations, regarding the design sequence are suggested, special cases are analyzed.

Keywords: state vector, dynamic system with uncertain entrances, Luyenberger's observers.

Volovyk Andrii Yu. — Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of the Chair of Radio Engineering, e-mail: volangmail@ukr.net ;

Kychak Vasyl M. — Dr. Sc. (Eng), Professor of the Chair of Telecommunication Systems and Television, Dean of the Department of Infocommunications, Radio Electronics and Nanosystems, e-mail: kychak@vntu.edu.ua

А. Ю. Воловик¹
В. М. Кичак¹

Основаы теории функциональных наблюдателей диагностического типа

¹Винницький національний технічний університет

Рассмотрена задача проектирования восстановителя полноформатного вектора состояния динамической системы, функционально устойчивого к неопределенным возмущениям на ее входе. Показано, что диагностический восстановитель и полномасштабный векторный восстановитель — родственные понятия, однако не полностью эквивалентные. В этом можно убедиться, рассматривая первичный разностный сигнал, который образовывается путем сравнения выходов реального действующего объекта и его математической модели. Исходный сигнал математической модели представляет собой всего лишь оценку выхода реального объекта, формирование которой определяется количеством и качеством доступной априорной информации. В идеальном случае, при отсутствии дестабилизирующих факторов, абсолютная адекватность математической модели реальному объекту гарантирует нулевой сигнал ошибки. В действительности, учесть в математической модели все дестабилизирующие факторы невозможно, а иногда и нет необходимости, поскольку полученная таким образом модель будет слишком сложной и малопродуктивной. Поэтому на практике, фактический разностный сигнал есть довольно медленным физическим процессом, колеблющемся вокруг нулевого уровня. В нем отражаются все факторы, которые не учтены в математической модели, в том числе: непредусмотренные возмущения и неисправности, эффекты от ошибок моделирования, использование моделей заниженного порядка, флуктуации параметров системы, неустойчивости рабочей точки, неучтенные или линеаризованные нелинейные зависимости, организованные или естественные помехи, шумы, и т.п. При решении задачи выявления и локализации неисправностей разностный сигнал целесообразно сделать чувствительным относительно заданного перечня типа неисправностей (сигнатур), а также, нужно избавиться от фона, создаваемого побочными дестабилизирующими факторами, которые не представляют интереса. Таким образом, разностный сигнал должен быть подвергнут предыдущей обработке. В работе рассматриваются структура дифференциального сигнала с подробным анализом его спектрального состава.

На основе проведенного анализа сделаны выводы: восстановитель состояния выполняет фильтрацию шумов в неявной форме, поскольку задача его математической модели в переменных состояния автоматически формирует соответствующую частотную характеристику; избирательность восстановителя вектора состояния к определенному типу неисправностей обеспечивается математической моделью канала распространения неисправности от неопределенного входа к выходу объекта контроля в предположении, что матрица распределения неисправностей задана априори; восстановитель вектора состояния в форме Луенбергера будет отвечать требованиям к системам выявления и локализации неисправностей, если первичный разностный сигнал определенным образом изолировать от результата совокупного влияния дестабилизирующих факторов. Рассмотрен математический аппарат восстановителей полного порядка для стационарных линейных динамических систем, в которых системные неопределенности интерпретируются как неизвестные возмущения и в математической модели представляются как дополнительные управляемые входы. Сформулированы и доказаны условия существования таких наблюдателей. Даны рекомендации относительно порядка проектирования и анализируются особые случаи. Несмотря на то, что рассмотрение проблемы ограничено системами непрерывного времени, их результаты достаточно легко можно перенести на дискретные системы.

Ключевые слова: вектор состояния, динамическая система с неопределенным входом, наблюдатель Луенбергера.

Воловик Андрей Юрьевич — к-т техн. наук, доцент кафедры радиотехники, e-mail: volangmail@ukr.net ;

Кичак Василий Мартынович — д-р техн. наук, профессор кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, декан факультета инфокоммуникаций, радиоэлектроники и наносистем, e-mail: kychak@vntu.edu.ua