

**В.Н. Бадах, к.т.н., с.н.с.,**  
**В.С. Бутько, к.т.н., доцент,**  
**А.Л. Войчук, студент,**  
**П.В. Лукьянов, к.ф.-м.н., с.н.с.**

*Национальный авиационный университет*

## **АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПОЛНОГО ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГИДРОПРИВОДА С ОБЪЁМНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ**

По имеющимся на сегодняшний день источникам можно сделать вывод о существовании двух подходов для создания математических моделей гидропривода. Первый – это использование нелинейной системы уравнений гидропривода и её численного решения современными программными средствами, например при помощи Simulink, в среде MatLab [1--4]. Второй класс моделей основан на линейном уравнении гидропривода. При этом и в случае дроссельного регулирования, и в случае объёмного регулирования гидропривода – система описывается одним и тем же линейным неоднородным дифференциальным уравнением третьего порядка. Отличие – лишь в коэффициентах. Для гидропривода с объёмным регулированием соответствующее уравнение имеет вид [1,2,5,6]:

$$\begin{aligned} & \frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} \frac{d^3 \alpha_M}{dt^3} + \left( \frac{k_{TP}V_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} + \frac{k_{\Sigma}J}{q_M K_{Q\gamma}} \right) \frac{d^2 \alpha_M}{dt^2} + \\ & + \frac{q_M}{K_{Q\gamma}} \left( 1 + \frac{k_{ПОЗ}}{2B_{Ж}q_M^2} + \frac{k_{\Sigma}k_{TP}}{q_M^2} \right) \frac{d\alpha_M}{dt} + \frac{k_{\Sigma}k_{ПОЗ}}{q_M K_{Q\gamma}} \alpha_M = \gamma_H \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) во всех известных источниках [1,2,5,6] пренебрегают  $\frac{k_{ПОЗ}}{2B_{Ж}q_M^2}$  и  $\frac{k_{\Sigma}k_{TP}}{q_M^2}$ , указывая на их малость. А также, что важно, в дальнейшем используют преобразование Лапласа для нахождения изображения (1) и его решения.

В данной работе предлагается общее решение полного уравнения линейной модели гидропривода. Уравнение (1), с учетом неравенства нулю коэффициента при старшей производной, можно представить, разделив его на  $\frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}}$ , в более простом для решения виде:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + A \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Cy = D, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{где } A &= \left( \frac{k_{TP}V_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} + \frac{k_{\Sigma}J}{q_M K_{Q\gamma}} \right) \left( \frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} \right)^{-1}, \quad C = \frac{k_{\Sigma}k_{ПОЗ}}{q_M K_{Q\gamma}} \left( \frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} \right)^{-1} \\ B &= \frac{q_M}{K_{Q\gamma}} \left( 1 + \frac{k_{ПОЗ}}{2B_{Ж}q_M^2} + \frac{k_{\Sigma}k_{TP}}{q_M^2} \right) \left( \frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} \right)^{-1}, \quad D = \gamma_H \left( \frac{JV_0}{2B_{Ж}q_M K_{Q\gamma}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Аналитическое решение (2) есть:

$$y(t) = -\frac{D}{C} + C_1 e^{\frac{1}{6\Phi^{1/3}} t [\Phi^{2/3} + \Psi + 2A\Phi^{1/3}]} + C_2 e^{-\frac{t}{\Phi^{1/3}} \left[ \frac{1}{12} i (-i\Phi^{2/3} - i\Psi + 4iA\Phi^{1/3} - \sqrt{3}\Phi^{2/3} + \sqrt{3}\Psi) t \right]} + C_3 e^{\frac{t}{\Phi^{1/3}} \left[ \frac{1}{12} i (i\Phi^{2/3} + i\Psi - 4iA\Phi^{1/3} - \sqrt{3}\Phi^{2/3} + \sqrt{3}\Psi) t \right]} \quad (3)$$

В (3) использованы следующие обозначения:

$$\Phi = 36AB + 108C + 8A^2 + 12\sqrt{-12B^2 - 3B^2A^2 + 54BAC + 81C^2 + 12CA^3},$$

$$\Psi = 12B + 4A^2. \quad (4)$$

Очевидно, что выражение (3) позволяет более точно учитывать все факторы, влияющие на работу гидропривода.

В настоящее время ведётся поиск аналитических решений, соответствующих частным случаям работы гидропривода. Эти решения позволят глубже проникнуть в физические аспекты различных режимов работы гидропривода, таких как гидроудар, исследовать, на новом, более точном, уровне вопросы устойчивости системы и т.п.

#### Список літератури

1. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учеб. для вуз. по спец. «Гидропневмоавтоматика и гидропривод» и «Гидравлические машины и средства автоматизации» / Д.Н. Попов. Изд. 2—е, перер. и доп. – М. : Машиностроение, 1987. -- 464 с. ил.
2. Буренніков, Ю.А. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи: навч. посіб. / Ю.А. Буренніков, І.А. Немировський, Л.Г. Козлов. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 273 с.
3. Zeman P. Mathematical Modeling and Analysis of Hydrostatic Drive Train / P. Zeman, W. Kemmetmueler, A. Kugi // IFAC – Paper OnLine. -- 2015, -- 48—1. P. 508—513.
4. Zeman P. Energy-efficient Constrained Control of Hydrostatic Power Split Drive / P. Zeman, W. Kemmetmueler, A. Kugi // IFAC – Paper OnLine. – 2017, -- 50—1. P. 4775—4780.
5. Рассказова Ю.Б. Математическая модель гидравлического привода вращательного движения с объемным регулированием / Ю.Б. Рассказова // Вісник Східноукраїнського Національного університету імені Володимира Даля. – 2016, -- № 2 (226). С. 70—75.
6. Зезин В.Г. Динамика и регулирование гидропневмосистем: учебное пособие / В.Г. Зезин. – Челябинск : Изд.—во ЮУрГУ, 2011. – 146 с.

УДК 629.7.01/.02:621.6:51-74

**В. М. Бадах, к.т.н., доц.,  
Р. О. Єременко**

*Національний авіаційний університет*

#### **АНАЛІЗ ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ У ЕСКІЗНОМУ ПРОЕКТУВАННІ ГІДРОСИСТЕМ ЛІТАКІВ**

На стадії ескізного проектування (відповідно до ЕСКД ГОСТ 2.119-2013 “Эскизный проект”) гідравлічних систем літальних апаратів (ГС ЛА), задача полягає у розгляді великої кількості можливих варіантів їх втілення, з урахуванням усіх необхідних