Методи адитивного та субтрактивно-адитивного аналогово-цифрового перетворення

Михайло Петришин
кафедра інформатики,
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Івано-Франківськ, Україна
m.l.petryshyn@gmail.com

Methods of additive and subtractive-additive analog to digit conversion

Mykhailo Petryshyn
Department of Informatics
Vasyl Stefanyk Precarpathian National University
Ivano-Frankivsk, Ukraine,
m.l.petryshyn@gmail.com

***Анотація*—Запропоновано класифікацію методів аналогово-цифрового порозрядного перетворення на основі адитивного та субтрактивно адитивного представлення позиційних чисел. Розроблено математичні методи моделювання процесу перетворення на основі запропонованої класифікації.**

***Abstract*—The classification of analog-digital bitwise conversion methods based on the additive and subtractive additive position numbers representation is proposed. The mathematical methods of modeling the conversion process based on the proposed classification are developed.**

***Ключові слова*—методи; аналогово-цифрове перетворення; адитивне представлення; субтрактивно -адитивне представлення**

***Keywords*—methods; analogue-digital conversion; additive representation; subtractive -additional representation**

I. Вступ

Результати дослідження методів кодування повідомлень, на відміну від типових, дозволили визначити перспективним напрямок розвитку та застосування функціонально адаптованих методів і засобів ПФІ та кодування даних із застосуванням субтрактивно-адитивних методів перетворення інформації, непозиційних та позиційної трійкової системи числень [1], а також нових кодових впорядкувань шкал перетворення інформації. Перспектива здійснених досліджень полягає у розробці ефективних методів перетворення інформації та кодування цифрових повідомлень, що дозволяють розширити функціональні можливості, підвищити швидкодію та надійність [2], спростити архітектуру, енергоспоживання та зменшити кошти виробництва і експлуатації засобів ПФІ [3].

Процес аналогово-цифрового перетворення передбачає порівняння аналогових величин, одна з яких є перетворюваною U_{trans}, а інша - еталонною U_{et}. Еталонна величина формується у вигляді визначеного набору еталонних значень (мір) [4]. Порівняння реалізується компаратором, який формує сигнал результату порівняння *Res*:

$$Res = \begin{cases} 1, & \text{якщо } U_{trans} > U_{et}. \\ 0, & \text{якщо } U_{trans} < U_{et} \end{cases}$$

Необхідністю при реалізації пропонованого підходу є потреба визначення моменту завершення процесу перетворення. Для цього перетворювачем здійснюється порівняння $\Delta U = U_{вх} - U_{trans}$ зі значенням U_{et0}, яке формується еталонним джерелом опорної напруги, що є одиничним еквівалентом елемента базису w_0, з метою визначення того, чи $|\Delta U|$ не перевищує U_{et0}. Якщо $|\Delta U| < U_{et0}$, то це означає, що здійснено врівноваження з похибкою, яка не перевищує одиниці молодшого розряду базису перетворення. Такий результат є ознакою входження значення $U_{вх}$ в діапазон порівняння $|\Delta U| = U_{вх} - U_{trans}$ та завершення процесу перетворення. Тобто, на кожному кроці перетворення, крім основного порівняння аналогових величин в повному діапазоні перетворення $[0, U_{max})$, здійснюється додаткове поточне порівняння попадання значення $U_{вх}$ в діапазон $|\Delta U| = U_{вх} - U_{trans}$ з метою визначення моменту завершення процесу перетворення.

II. Класифікація методів АЦ перетворення

Запропоновані моделі породжують низку методів перетворення, які запропоновано класифікувати за такими ознаками:

- базис представлення числового еквіваленту (B);
- алфавіт коду перетворення (A);
- прямий напрям наближення до значення, що підлягає перетворенню (Ts);

- зворотний напрям наближення до значення, що підлягає перетворенню (Tr).

Елементи базису обчислюють або за правилом P, що описується формулою:

$$z = \sum_{i=0}^{n-1} a_i w_i ,$$

де a_i - елементи алфавіту **A**,

w_i – еталонні міри, які визначаються за такими формулами:

$w_i = q^i$,де q = 1, 2, 3 - основа базису числового позиційного представлення;

$i = n–1, n–2, \dots , 2, 1, 0$ - розрядні позиції в форматі представлення;

n - розрядність представлення.

Або ж за правилом R_{ord}, що описується формулою**Ошибка! Источник ссылки не найден.**для $k = ord$. Множини елементів, які утворюють алфавіт коду перетворення, будемо позначати таким чином:

- {0; 1} – ABinSet для класичних систем адитивного двійкового врівноваження;
- {–1; 1} – S-ABinSet- для систем субтрактивно-адитивного двійкового врівноваження;
- {–1; 0; +1} – S-ATernSet- для систем субтрактивно-адитивного трійкового врівноваження.

Розрізняють такі напрями врівноваження:

- прямий напрям (DirUp), згідно якого формування суми еталонних мір базису перетворення $\sum U_{et}$ здійснюється до моменту $U_{trans} < \sum U_{et}$, де U_{trans} є вхідною перетворюваною величиною;
- зворотний напрям (DirDown), згідно якого здійснюється формування $\sum U_{et}$ до моменту $U_{trans} \ge \sum U_{et}$.

Для кожного напряму врівноваження існує кілька порядків формування суми еталонних мір $\sum U_{et}$.

При прямому напрямі врівноваження формування суми еталонних мір $\sum U_{et}$ може здійснюватись в:

- прямому порядку (Is),
- зворотному порядку (Ds),

а при зворотному напрямі врівноваження в:

- прямому порядку (Ir),
- зворотному порядку (Dr).

Прямий порядок (Is, Ir) передбачає, що застосування еталонів в процесі врівноваження здійснюється в порядку від молодшого значення позиційної еталонної міри $U_{et\,(0)}$ до старших $U_{et\,(n–1)}$. Зворотний порядок (Ds, Dr) передбачає застосування мір в порядку від старших значень $U_{et\,(n–1)}$ до молодших $U_{et\,(0)}$.

У подальшому запропоновано використовувати таке позначення методів ПФІ:

MIFT (B, A, Ts, Tr).

Виходячи з проаналізованих характеристик, автор пропонує класифікацію методів ПФІ, що наведена на рис. 1.

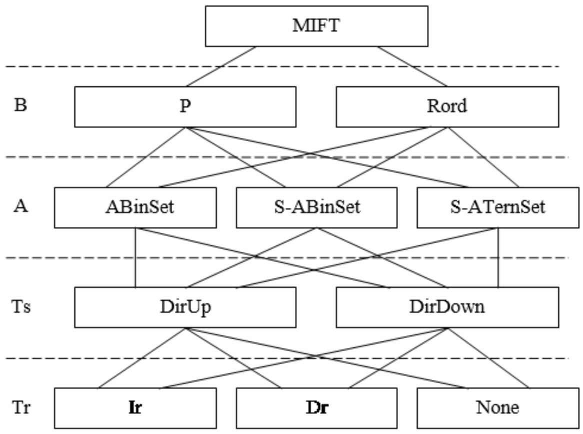

Рис. 1 Класифікація методів АЦ перетворення.

III.Методи адитивного перетворення

A. *Метод адитивного перетворення MIFT(2, ABinSet, Ds, Dr)*

Процес перетворення розпочинається з етапу ініціалізації, на якому формується початковий код результату перетворення a_{n-1}=1, $a_{n-2} = a_{n-3} = \dots = a_0 = 0$ та початкове значення $(\sum U_{et})_0 = (U_{et})_{n-1}$. Процес врівноваження складається з визначеної кількості кроків, на кожному наступному y+1-му з яких формується значення суми еталонних мір опорної напруги $(\sum U_{et})_{y+1} = (\sum U_{et})_y + (U_{et})_{n-y}$, де $(\sum U_{et})_y$ – сума, сформована на y попередніх ітераційних кроках, $(U_{et})_{n-y}$ – значення різниці між аналоговим значенням коду перетворення на y ітераційному кроку та реальним значенням вхідної напруги перетворення. Наступним кроком є визначення різниці $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$, яка порівнюється зі значенням напруги одиничного кванту $(U_{et})_0$, тим самим здійснюється контроль входження значення напруги перетворення в межі одиничного кванту $0 \le \Delta U < 1$ та завершення процесу перетворення. В іншому випадку здійснюється формування суми

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})_{n-y}, & \text{якщо } \Delta U \ge 1 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})_{n-y+1} + (U_{et})_{n-y}, & \text{якщо } \Delta U < 0 \end{cases}$$

та визначення коефіцієнта a_{n-y} коду перетворення

$$a_{n-y} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \Delta U \ge 0 \\ 0, \text{ якщо } \Delta U < 0 \end{cases}$$

і виконується наступний ітераційний крок перетворення. Для базису кодування, елементи якого сформовано за позиційною формулою $w_i = 2^i$, відмінність у реалізації запропонованого методу від відомого методу порозрядного врівноваження полягає у додатковому порівнянні значення різниці $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$ із значенням кванту $(U_{et})_0$ з метою зменшення часу перетворення завершення процесу врівноваження.

Для прискорення процесу перетворення можливим є здійснення контролю входження ΔU в межі [0; 1) та [–1; 0). Формування суми мір здійснюється згідно залежності:

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})_{n-y}, & \text{якщо } \Delta U \geq 1 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})_{n-y+1} + (U_{et})_{n-y}, & \text{якщо } \Delta U < -1 \end{cases}$$

та формування значення коефіцієнта a_{n-y} коду перетворення

$$a_{n-y} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \Delta U \geq -1 \\ 0, \text{ якщо } \Delta U < -1 \end{cases}$$

і виконується наступний ітераційний крок перетворення. Проте, якщо $-1 \leq \Delta U < 0$, то вихідним кодом результату перетворення є декрементоване значення отриманого двійкового коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0] - 1$, якщо ж $0 \leq \Delta U < 1$, то отримане значення коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0]$ є вихідним кодом перетворення.

B. Метод адитивного перетворення MIFT(2, ABinSet, Is, Ir)

Процес перетворення починається з етапу ініціалізації, на якому формується початкове значення чого $(\sum U_{et})_0 = (U_{et})_0$ та початковий код результату перетворення $a_{n-1} = a_{n-2} = \ldots = a_1 = 0$ $a_0 = 1$.

Процес врівноваження складається з певної кількості ітераційних кроків врівноваження, на кожному з яких визначається різниця $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$, що одночасно порівнюється із значеннями $U = 0$ та $(U_{et})_0$.

Якщо $0 < \Delta U < 1$, то процес перетворення завершується. Інакше формується значення суми

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})_r, \text{ якщо } \Delta U > 0 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})_p, \text{ якщо } \Delta U < 0 \end{cases},$$

та визначаються значення розрядних коефіцієнтів коду перетворення

$$a_r = \begin{cases} 0, \text{ якщо } \Delta U \geq 0 \\ 1, \text{ якщо } \Delta U < 0 \end{cases},$$

$$a_p = \begin{cases} 0, \text{якщо } \Delta U < 1 \\ 1, \text{якщо } \Delta U \geq 1 \end{cases},$$

і виконується наступний крок врівноваження.

Для базису, елементи якого сформовано степеневим рядом $w_i = 2^i$, відмінність у реалізації запропонованого методу від відомого методу порозрядного врівноваження MIFT(B, ABinSet, Is, Ir) полягає у тому, що сума еталонних мір формується в порядку від молодшого позиційного значення міри до старших значень мір, а також у додатковому порівнянні ΔU із $(U_{et})_0$ і контролю входження ΔU в межі [0; 1) та [–1; 0) та прискорення завершення процесу врівноваження.

Формування суми мір здійснюється згідно залежності:

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})_r, \text{ якщо } \Delta U \geq 1 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})_p, \text{ якщо } \Delta U < -1 \end{cases}$$

та визначаються розрядні коефіцієнти коду перетворення

$$a_r = \begin{cases} 0, \text{ якщо } \Delta U \geq -1, \\ 1, \text{ якщо } \Delta U < -1 \end{cases}$$

$$a_p = \begin{cases} 0, \text{якщо } \Delta U < 1 \\ 1, \text{якщо } \Delta U \geq 1 \end{cases}$$

і виконується наступний крок.

Якщо $0 \leq \Delta U < 1$, то отримане значення коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0]$ є вихідним кодом перетворення, проте, якщо $-1 \leq \Delta U < 0$, то вихідним кодом результату перетворення є декрементоване значення отриманого двійкового коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0] - 1$.

IV. Методи субтрактивно-адитивного перетворення

A. Метод субтрактивно-адитивного перетворення MIFT (2, S−ABinSet, Ds, Dr)

Даний метод передбачає використання набору значень еталонних мір двох знаків $(U_{et})^+_y$ та $(U_{et})^-_y$.

Процес перетворення починається з етапу ініціалізації, на якому формується початкове значення $(\sum U_{et})_0 = (U_{et})_{n-1}$ та початковий код результату перетворення $a_{n-1} = 1$ $a_{n-2} = \ldots = a_1 = a_0 = -1$.

Процес врівноваження складається з певної кількості кроків, на кожному з яких визначається різниця $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$, яка одночасно порівнюється з U=0 та з $(U_{et})_0$. Якщо $\Delta U > 0$, то a_{n-y-1}=1, а також, якщо $\Delta U < 1$, то a_{n-y-2}=1 і процес перетворення завершується. Інакше формується значення суми опорної напруги:

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})^+_{n-y-1}, & \text{якщо } \Delta U \geq 1 \\ (\sum U_{et})_y + (U_{et})^-_{n-y-1}, & \text{якщо } \Delta U < 0 \end{cases}$$

та виконується наступний ітераційний крок перетворення.

Відмінність реалізації розглянутого методу для базису, елементи якого обчислюють за формулою $w_i = 2^i$ від відомого методу порозрядного врівноваження полягає у тому, що здійснюється додаткове порівняння $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$ з $(U_{et})_0$ з метою прискореного завершення процесу врівноваження.

Для прискорення процесу перетворення можливим є здійснення контролю входження ΔU в межі [0; 1) та [–1; 0). Формування суми мір здійснюється згідно виразу:

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})^+_{y-1}, & \text{якщо } \Delta U \geq 1 \\ (\sum U_{et})_y + (U_{et})^-_{y-2}, & \text{якщо } \Delta U < -1 \end{cases}$$

та виконується наступний крок.

Якщо $0 \leq \Delta U < 1$, то отримане значення коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0]$ є вихідним кодом перетворення, проте, якщо $-1 \leq \Delta U < 0$, то вихідним кодом результату перетворення є декрементоване значення отриманого двійкового коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0] - 1$. При зміні умови завершення процесу АЦ перетворення коефіцієнти a набувають значень

$$a_{y+1} = \begin{cases} -1, \text{якщо } \Delta U < -1 \\ 0, \text{якщо } 0 \leq \Delta U < 1 \\ 1, \text{якщо } \Delta U \geq 1 \end{cases},$$

та метод трансформується з MIFT(2, S-ABinSet, Ds, Dr) з вихідним кодом (–1; 1) в метод MIFT(2, S-ATernSet, Ds, Dr) з вихідним кодом (–1; 0; 1).

B. Метод субтрактивно-адитивного перетворення MIFT(3, S-ATernSet, Is, Ir)

Даний метод передбачає використання значень еталонних мір двох знаків $(U_{et})^+_y$ та $(U_{et})^-_y$.

Процес перетворення починається з етапу ініціалізації, на якому формується початкове значення $(\sum U_{et})_0 = (U_{et})_0$ та початковий код результату перетворення $a_{n-1} = a_{n-2} = \ldots = a_1 = 0$ $a_0 = 1$.

Процес врівноваження складається з визначеної кількості кроків, на кожному з яких формується

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})^+_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U > 0 \text{ та } a_{y+1} = 0 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})^-_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U > 0 \text{ та } a_{y+1} = -1 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})^+_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U < 0 \text{ та } (a_{y+1} = 1 \text{ або } a_{y+1} = 0) \\ (\sum U_{et})_y + (U_{et})^-_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U < 0 \text{ та } a_{y+1} = 0 \end{cases}$$

та визначається різниця $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$, яка одночасно порівнюється з U=0 та з $(U_{et})_0$. Якщо $\Delta U > 0$, то a_{y+1} =1, інакше, якщо $\Delta U > 0$, то a_{y+1} =0. Процес перетворення завершується, якщо $0 < \Delta U < 1$ та $a_{n-y-2} = 1$.

Відмінність запропонованого методу від відомих методів порозрядного врівноваження полягає у тому, що вперше використано алфавіт {–1; 0; 1} та здійснено додаткове порівняння $\Delta U = U_{trans} - (\sum U_{et})_y$ з $(U_{et})_0$ та контроль попадання ΔU в межі [0; 1) та [–1; 0) з метою прискореного завершення процесу врівноваження.

Формування суми мір здійснюється згідно виразу:

$$(\sum U_{et})_{y+1} = \begin{cases} (\sum U_{et})_y + (U_{et})^+_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U > 1 \text{ та } a_{y+1} = 0 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})^-_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U > 1 \text{ та } a_{y+1} = -1 \\ (\sum U_{et})_y - (U_{et})^+_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U < -1 \text{ та } (a_{y+1} = 1 \text{ або } a_{y+1} = 0) \\ (\sum U_{et})_y + (U_{et})^-_{y+1}, & \text{якщо } \Delta U < -1 \text{ та } a_{y+1} = 0 \end{cases}$$

та визначаються розрядні коефіцієнти коду перетворення

$$a_{y+1} = \begin{cases} -1, \text{якщо } \Delta_y < -1 \\ 0, \text{якщо } 0 \leq \Delta_y < 1 \\ 1, \text{якщо } \Delta_y \geq 1 \end{cases}$$

Якщо $0 \leq \Delta U < 1$, то отриманий код $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0]$ є вихідним кодом перетворення, проте, якщо $-1 \leq \Delta U < 0$, то вихідним кодом результату перетворення є декрементоване значення отриманого двійкового коду $[a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-y}, \ldots, a_1, a_0] - 1$.

V. Висновки

Запропоновано класифікацію методів АЦ перетворення, яка охоплює як відомі методи перетворення, так і запропоновані, а також перспективні та містить формалізований опис нових методів. Запропоновано методи адитивного та субтрактивно-адитивного перетворення, які, на відміну від відомих методів порозрядного врівноваження, передбачають додаткове порівняння різниці перетворюваного значення та сформованої суми еталонних значень, що врівноважує, зі значенням наймолодшого еталона. Це забезпечує формування сигналу завершення процесу врівноваження і, як наслідок, прискорення процесу перетворення.

Література References

[1] Л.Б. Петришин, “Моделювання субтрактивно-адитивного способу перетворення форми інформації.” Математичний вісник НТШ; ISSN 1812-6774. — 2012 t. 9 s. 246–268

[2] А.В.Ізмайлов, Л.Б. Петришин, “Зменшення похибок ПФІ внаслідок застосування“ Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації, Вінниця. 2016.

[3] А.И. Кондалев, “Вопросы проектирования преобразователей формы информации“ Киев:: Наукова думка, 1977.

[4] А.П. Стахов “Введение в алгоритмическую теорию измерения“ Москва: Сов. радио, 1977