

## Порівняльний аналіз накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій бічної поверхні циліндричних зразків під час торцевого стиснення із використанням СКМ Maple

Вінницький національний технічний університет

### Анотація.

Здобуто аналітичні вирази для визначення накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій на основі апроксимації залежності між осьовою та коловою логарифмічними деформаціями. Дано порівняльний аналіз здобутих залежностей із використанням СКМ Maple.

**Ключові слова:** торцеве стиснення, накопичена деформація, інтенсивність логарифмічних деформацій, бічна поверхня, циліндричний зразок, Maple, диференціальне рівняння.

### Abstract.

The analytical expressions for accumulate strain's and logarithmic stain's intensity definition on the basis approximation of dependence between axial and round logarithmic strains is received. The comparative analysis of dependencies obtained using SCM Maple is given.

**Keywords:** face-end compression, accumulate strain, logarithmic stain's intensity, lateral surface, cylindrical barrel, Maple, differential equation.

Торцеве стиснення циліндричних зразків є одним із важливих способів лабораторних досліджень для визначення механічних властивостей матеріалів, а також є основою деяких вісесиметричних технологічних операцій із вільною поверхнею, зокрема операції осадження [1 - 12].

Під час торцевого стиснення, у зв'язку із нерівномірністю деформацій, відбувається викривлення форми вільної поверхні, так зване бочкоутворення, від якого залежить напружено-деформований стан та граничні деформації матеріалу [1 - 18].

Метою даної роботи є порівняльний аналіз накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій циліндричних зразків під час торцевого стиснення із використанням СКМ Maple на основі математичного аналізу.

Залежність між осьовою та коловою деформаціями  $\varepsilon_z = f(\varepsilon_\varphi)$  можна апроксимувати у вигляді розв'язку диференціального рівняння з відокремлюваними змінними [1, 2, 3, 4, 12]

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}, \quad (1)$$

де  $m > 0$  – константа, яка визначається експериментально.

Розв'язком диференціального рівняння (1), із урахуванням початкової умови  $\varepsilon_z|_{\varepsilon_\varphi=0} = 0$ , отримаємо

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\varphi - \frac{3}{2} \cdot m \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_\varphi}{m}\right). \quad (2)$$

Для обчислення накопиченої пластичної деформація використовується співвідношення [1, 2, 3, 4, 12]

$$\varepsilon_u(t) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u(\tau) d\tau, \quad (3)$$

де  $t, \tau$  – час;  $\dot{\varepsilon}_u$  – інтенсивність швидкостей деформацій;

Для торцевого стиснення вираз (3) можна записати у вигляді співвідношення

$$\varepsilon_u(\varepsilon_\varphi) = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \int_0^{\varepsilon_\varphi} \sqrt{\left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi}\right)^2 + \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} + 1} d\varepsilon_\varphi. \quad (4)$$

В параметричному вигляді співвідношення (2) набуває вигляду [1, 2, 3, 4]:

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = m \cdot \operatorname{tg}(x) \\ \varepsilon_z = -\frac{m}{2} \cdot (\operatorname{tg}(x) + 3 \cdot x) \end{cases} \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (5)$$

де  $x$  – параметр.

Із урахуванням (5) вираз для накопиченої деформації (2) набуває вигляду [1, 2, 3, 4]

$$\varepsilon_u(x, m) = m \cdot \int_0^x \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^2 x}} dx. \quad (6)$$

Інтенсивність логарифмічних деформацій

$$e_u(t) = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\varepsilon_z^2(t) + \varepsilon_z(t) \cdot \varepsilon_\varphi(t) + \varepsilon_\varphi^2(t)}. \quad (7)$$

в даному випадку визначається виразом [1, 2, 3, 4]

$$e_u(x, m) = m \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2(x) + 3 \cdot x^2}. \quad (8)$$

Накопичена деформація (6) з точністю до постійного множника дорівнює довжині дуги траєкторії деформацій в координатах  $\varepsilon_z, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_r$ , а інтенсивність логарифмічних деформацій (8) дорівнює, з точністю до тієї ж постійної, довжині радіус-вектора кінцевої точки вказаної траєкторії (рис. 1). Строга рівність між вказаними мірами деформацій має місце тільки для прямолінійних траєкторій деформацій. Для побудови графічного відображення вказаної залежності було розроблено фрагмент коду в СКМ Maple [1, 2, 3, 4].

> **with(plots) :**

**Max\_x:=1.0 :**

**a1 := [evalf(seq(subs(m=1, x=k, arrow(<m\*tan(x), -m/2\*(tan(x)+3\*x), (-1/2\*tan(x)+3/2\*x)\*m>, width = 0.01, shape=arrow, head\_length=0.2, thickness=2, color = 'COLOR( RGB, -1.0, 0.0, 1.0) ')), k=[0.2, 0.9, 1.0, Max\_x]))] :**

**> g30:=plots[spacecurve](subs(m=1, x2=Max\_x, [m\*tan(x), -m/2\*(tan(x)+3\*x), (-1/2\*tan(x)+3/2\*x)\*m]), x=0..Max\_x, axes=NORMAL, orientation=[30, 74], thickness=3, color=red, scaling=unconstrained) :**

**g2:=textplot3d([0.4, -1, 0.6, 'e', FONT(SYMBOL, 14)]) :**

**g40:=PLOT3D(**

**TEXT([0, -0.2, 0.7], 'e', FONT(SYMBOL, 14)),**

**TEXT([0, -0.1, 0.69], "z", FONT(TIMES, ROMAN, 12)),**

**TEXT([0, -2.2, 0.03], 'e', FONT(SYMBOL, 14)),**

**TEXT([0, -2.1, 0.02], "r", FONT(TIMES, ROMAN, 12)), COLOR( RGB, 0.0, 0.0, -1.0),**

**TEXT([1.4, 0, 0.04], 'e', FONT(SYMBOL, 14)),**

**TEXT([1.3, 0, 0.02], "j", FONT(SYMBOL, 12)),**

**AXESSTYLE(NORMAL)) :**

**> display3d(a1, g30, g40, scaling=UNCONSTRAINED, axes=NORMAL) ;**

Для відображення різниці між накопиченою пластичною деформацією та інтенсивністю логарифмічних деформацій бічної поверхні циліндричних зразків під час торцевого стиснення було розроблено процедуру для обчислення різниці між довжиною дуги та радіус-вектора в залежності від кінцевої точки дуги при різних значеннях параметра  $m$  [1, 2, 3, 4].

Відмінність в чисельних значеннях величин накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій, що визначені на основі розглядуваних в даній роботі експериментальних даних, представлено на рис 2 [1, 2, 3, 4].

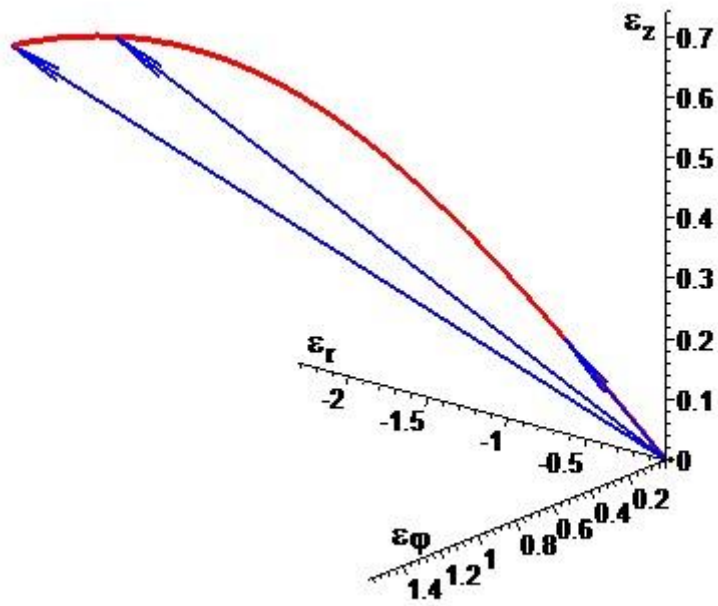


Рис. 1 – Порівняльне графічне представлення залежності між накопиченою пластичною деформацією та інтенсивністю логарифмічних деформацій [1]

```

> Del_Def:=proc(m,x)
if type(m,numeric) and type(x,numeric) then
evalf(m*(Int(sqrt(3+1/cos(t)^4),t=0..x) -
sqrt(tan(x)^2+3*x^2)))
else
'procname'(m,x)
end if
end proc;
Del_Def:=proc(m,x)
if type(m,numeric) and type(x,numeric) then
evalf(m*(Int(sqrt(3+1/cos(t)^4),t=0..x) - sqrt(tan(x)^2+3*x^2)))
else'procname'(m,x)
end if
end proc
> plot3d(Del_Def(m,x),m=0.09..20,x=0..2);

```

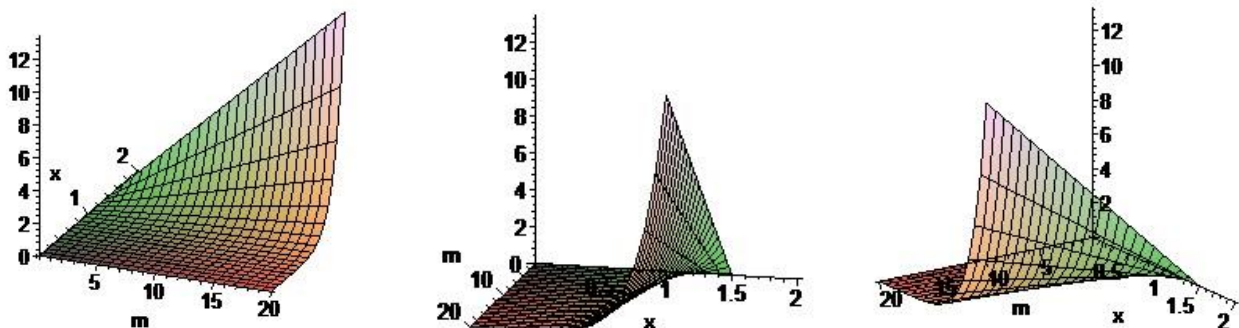


Рис. 2 – Різниця між накопиченою пластичною деформацією та інтенсивністю логарифмічних деформацій бічної поверхні циліндричних зразків під час торцевого стиснення ( $m = 0.09..20$ ) [1, 2]

Частина математичного апарату, який представлено в даній роботі, покладено в основу розроблених інформаційних технологій експериментально-аналітичного моделювання деформованого стану матеріалу на вільній поверхні циліндричних зразків під час торцевого стиснення.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
2. Михалевич В. М. Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии / В. М. Михалевич, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // Пробл. прочности. – 2011. – № 6. – С. 5–22.
3. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
4. Михалевич В. М. Прогнозування граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні / В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2012 – №1(30) – С. 24–30.
5. Добранюк Ю. В. Моделювання за допомогою програмного комплексу DEFORM 3D напружено-деформованого стану на бічній поверхні циліндричного зразка під час торцевого стиснення / Ю. В. Добранюк, Л. І. Алієва, В. М. Михалевич // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2010 – №4(25) – С. 3–10.
6. Михалевич В. М. Удосконалення експериментальної частини експериментально-аналітичної методики дослідження напружено-деформованого стану бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричної осадки [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – №4. – Київ: Національна бібліотека ім. В. І. Вернадського. – 2011. – 8 с. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2011\\_4/2011-4.files/uk/11vmmwas\\_ua.pdf](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2011_4/2011-4.files/uk/11vmmwas_ua.pdf).
7. Михалевич В. М. Визначення за початковою ділянкою траєкторії деформацій граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – №2 – С. 163–167.
8. Гунько И. В. Оценка деформируемости заготовок в процессе вальцовки / И. В. Гунько, Ю. В. Добранюк // MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. – 2013. – Vol. 15 – №4. – P. 254–261.
9. Михалевич В. М. Напружений стан товстостінної труби під рівномірним тиском / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – №1 – С. 67–72.
10. Севостьянов И. В. Развитие процессов вальцования криволинейных заготовок из алюминиевых сплавов / И. В. Севостьянов, Ю. В. Добранюк, І. А. Бубновська // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2017. – №2(6) – С. 150–157.
11. Михалевич В. М. Узагальнення експериментально-аналітичної методики оцінки НДС бічної поверхні циліндричних заготовок при вісесиметричному осадженні / В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2014 – №1(38) – С. 41–47.
12. Михалевич В. М. Моделювання граничних деформацій на вільній бічній поверхні під час високотемпературного торцевого осадження / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – №2 – С. 54–60.
13. Михалевич В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ "ХПІ" – 2013. – №42(1015) – С. 126 – 131.
14. Михалевич В. М. Аналітичне представлення радіуса торців циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2015 – №2(41) – С. 56–62.
15. Михалевич В. М. Залежність максимального діаметру заготовки від ступеня деформування під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта: Тези доповідей XVI Міжнародної науково-технічної конференції – НТУУ «КПІ» – Одеса – 22-25 червня 2015р. – С. 83–84.
16. Михалевич В. М. Аналітичне представлення максимального радіуса циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження із бочкоутворенням / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ – 2015 – №1 – С. 59–66.

17. Михалевич В. М. Удосконалення методу розв'язування двовимірної задачі пресування штаби / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк. // Вісник НТУУ «КПІ». Серія машинобудування. – 2016. – №2 (77). – С. 79–88.

**Козуб Андрій Русланович** — студент групи 1Б-196, факультет будівництва, теплоенергетики та газопостачання, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Науковий керівник: **Юрій Володимирович Добранюк** — кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [doبرانukyuriy@gmail.com](mailto:doبرانukyuriy@gmail.com)

**Kozub Andrii R.** — Student of the Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Supervisor: **Dobranjuk Yuriy V.** — Ph.D., Associate Professor of Department of Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [doبرانukyuriy@gmail.com](mailto:doبرانukyuriy@gmail.com).