УДК 519.872

РАСЧЕТ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗЛИЧНЫМИ ПОЛИТИКАМИ ПОПОЛНЕНИЯ ЗАПАСОВ

Алиев Исмаил

Бакинский Государственный Университет

Аннотация. *В работе изучена модель системы обслуживания-запасания с ограниченной очередью, двумя типами заявок и различными политиками пополнения. В одной из них заказ делается каждый раз после уменьшения уровня запасов, при этом объем заказа равен единице, а в другой – осуществляется пополнения запасов до максимального уровня. Разработан алгоритм расчета совместного распределения уровня запасов и число заявок в системе, а также найдены формулы для вычисления характеристик системы.*

Abstract. *The paper studies a model of a service-storage system with a limited queue, two types of requests, and various replenishment policies. In one of them, an order is placed every time after a decrease in the stock level, while the order volume is equal to one, and in the other, the stock is replenished to the maximum level. An algorithm for calculating the joint distribution of stock levels and the number of requests in the system is developed, and formulas for calculating the characteristics of the system are found.*

Введение. Системы обслуживания-запасания (СОЗ) с идентичными заявками изучены достаточно подробно. Однако на практике заявки отличаются друг от друга по различным параметрам, например, по длительности времени обслуживания, по важности и т.д. В последние годы интенсивно исследуются модели подобных систем [1-6]. В работах [7-10] нами также изучены подобные модели при различных допущениях относительно функционирования системы. Так, в работе [7] предполагается, что после обслуживания заявки любого типа согласно схеме Бернулли либо получает запас либо не получает запас. Кроме того, там же предполагается, что в системе принята (s,S)-политика пополнения запасов, т.е. когда уровень запасов опускается до величины s, система делает заказ на вышестоящий склад на поставку запасов объема $S-s$. В данной работе подобная система изучается при использовании двух политик пополнения запасов и предложен алгоритм расчета ее характеристик при использовании этих политик.

Описание модели и постановка задачи. Рассматриваемая СОЗ имеет склад ограниченного объема $S, S<\infty$. Интенсивность пуассоновского потока заявок первого типа (приоритетные) равна λ_1, а интенсивность потока заявок второго типа (обычные) равна λ_2. Время обслуживания заявок обоих типов имеет показательную функцию распределения параметром μ. После каждого акта обслуживания уровень запасов системы уменьшается на единицу.

В системе могут быть использованы одна из двух политик пополнения запасов: 1) $(m, S-m)$-политика, согласно которой заказ на поставку запасов делается лишь тогда, когда уровень запасов опускается до величины $s, s<S/2$, при этом его объем зависит от текущего уровня m и равен $S-m$; 2) $(S-1,S)$-политика, в которой заказ делается каждый раз после уменьшения уровня запасов, при этом объем заказа равен единице. Считается, что запасы поставляются со случайными задержками, которые имеют общую показательную функцию распределения с параметром ν.

Заявки различного типа ожидают в общей очереди максимальной длиной $N, N<\infty$. Если в момент поступления заявок первого типа в очереди имеется свободное место, то она принимается в очередь; иначе она теряется. Заявка второго типа принимается в очередь лишь тогда, когда в момент ее поступления уровень запасов больше, чем $s, s < S/2$. Это означает, что если в момент поступления заявки второго типа уровень запасов меньше, чем s, то она теряется независимо от наличия свободных мест в очереди.

Поведения заявок в моменты поступления и ожидания очереди зависит от уровня запасов системы. А именно, если в момент поступления заявки любого типа уровень запасов равно нулю, то она согласно схеме Бернулли либо присоединяется к очереди либо уходит из системы не обслуженной. Аналогичным образом, если во время ожидания в очереди уровень запасов системы опускается до нулевого значения, то заявки каждого типа становится нетерпеливой. Требуется найти совместное распределение уровня запасов системы и число заявок в ней. Кроме того, требуется также найти формулы для нахождения характеристик системы: средний уровень запасов; среднюю интенсивность заказов; вероятности потери заявок каждого типа.

Метод решения. Функционирования изучаемой СОЗ при использовании каждой из указанных политик пополнения запасов описывается двумерной цепью Маркова (ЦМ) с состояниями вида (m,n), где m - уровень запасов в складе, n - общее число заявок в системе. Пространство состояний определяется следующим образом: $E = \{(m,n): m = 0,1,..., S; n = 0,1,..., N\}$.

Сначала рассмотрим $(m, S-m)$-политику пополнения запасов. Элементы производящей матрицы (ПМ) данной ЦМ определяются согласно следующему алгоритму.

Для их определения необходимо различать следующие случаи: 1) $m < s$; 2) $m \geq s$. Исходя из описания системы заключаем, что в первом случае возможные выходы из состояния (m,n) связаны с наступлением следующих событий: (i) поступлением заявок; (ii) завершением обслуживания заявок; (iii) уходом заявок из очереди из-за нетерпеливости и (iv) поступлением пополнения запасов.

- Если наступает события типа (i) и заявка является низкоприоритетной, то система не меняет свое состояние, так как в таких состояниях заявки данного типа теряются; если заявка является высокоприоритетной, то она принимается системой при наличии хотя бы одного свободного места в очереди с вероятностью 1. Тогда следующим состоянием системы будет $(m, n+1)$ и интенсивность такого перехода равна λ_1.
- Если наступает события типа (ii), то система переходит в состояние $(m, n-1)$ с интенсивностью μ.
- Если наступает события типа (iii), то осуществляется переход в состояние $(0, n-1)$, при этом интенсивность такого перехода равна $n\tau$, где τ обозначает интенсивность ухода заявок из очереди из-за нетерпеливости.
- Если наступает события типа (iv), то происходит переход в состояние (S, n), при этом интенсивность такого перехода равна ν.

Во втором случае, т.е. когда $m \geq s$, выходы из состояния (m,n) могут быть осуществлены при наступлении событий типа (i) и (ii), поскольку в этих состояниях невозможны уход заявок из очереди из-за нетерпеливости, а также не происходит пополнения запасов. Если наступает события типа (i), то независимо от типа заявки она принимается системой при наличии хотя бы одного свободного места в очереди, т.е. происходит переход в состояние $(m, n+1)$ с интенсивностью λ, где $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$. При наступлении события типа (ii) переходы между состояниями определяются аналогично первому случаю.

Можно показать, что все состояния построенной конечномерной ЦМ сообщаются друг с другом. Это означает, что в ней существует стационарный режим, и на основе вычесленных значений элементов ПМ легко составляется система уравнений равновесия для стационарных вероятностей состояний. Далее с использованием стационарных вероятностей состояний стандартной техникой вычисляется характеристики исследуемой СОЗ. Аналогичным образом можно исследовать эту систему при использовании $(S-1,S)$-политики пополнения запасов. Так, здесь пространство состояний также определяется с помощью множества E, и элементы ПМ соответствующей цепи Маркова определяется аналогично описанному выше алгоритма. Единственное отличие состоит с следующем: в обоих случаях $m<s$ и $m\geq s$ в момент поступления заказа происходит переход из состояния (m,n) в состояние $(m+1,n)$ с интенсивностью $(S-m)\nu$. Далее, как и выше, составляется система уравнений равновесия для стационарных вероятностей состояний этой модели и вычисляется характеристики СОЗ при использовании $(S-1,S)$-политики пополнения запасов.

После вычисления характеристик системы можно выполнить численные результаты для определения их поведения относительно изменения различных параметров системы, а также решить задачи их оптимизации. Эти задачи являются предметами специальных исследований.

Заключение. В работе предложены модели системы обслуживания-запасания с двумя типа заявок, в которых используются две политики пополнения запасов. Разнотипные заявки образуют общую очередь конечной длины, и время их обслуживания имеет показательную функцию распределения. Выбирается критическое значение уровня запасов $s, s<S/2$. В системе могут быть использованы две политики пополнения запасов: $(m,S-m)$-политика и $(S-1,S)$-политика. Время выполнения заказов системы для пополнения запасов имеет показательное распределение с конечным средним. Разработан алгоритм расчета характеристик изучаемых моделей.

Список использованных источников

1. Isotupa K.P.S. Continuous review (*S*, *Q*) inventory system with two types of customers // International Journal of Agile manufacturing. 2006. Vol. 9. Issue 1. P. 79-86.

2. Kranenburg A.A., van Houtum G.J. Cost optimization in the (*S*-1, *S*) lost sales inventory model with multiple demand classes // Operations Research Letters. 2007. Vol. 35. Issue 4. P. 493-502.

3. Arsalan H., Graves S.C., Roemer T.A. A single-product inventory model for multiple demand classes // Management Science. 2007. Vol. 53. Issue 9. P. 1486-1550.

4. Sivakumar B., Arivarignan G. A modified lost sales inventory system with two types of customers // Quality Technology and Quantitative Management. 2008. Vol. 5. Issue 4. P. 339-349.

5. Isotupa K.P.S. An (*S, Q*) inventory system with two demand classes of customers // Industrial Journal of Operations Research. 2011. Vol. 12. Issue 1. P. 12-19.

6. Isotupa K.P.S. Cost analysis of an (*S*-1, *S*) inventory system with two demand classes and rationing // Ann. Oper. Res. 2015. Vol. 233. P. 411-421.

7. Алиев И.А. Об одной модели обслуживания-запасания с двумя типами заявок // Вестник Бакинского университета. 2017. № 4. С. 105-110.

8. Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Aliev I.A. Markov models of systems with two types of customers and different replenishment policies // Cybernetics and System Analysis. 2018. Vol. 54. Issue 6. P. 900-917.

9. Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Aliev I.A. Analysis and optimization of models of queuing-inventory systems with two kinds of customers // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50. Issue 12. P. 34-50.

10. Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Aliev I.A. Markov models of queuing-inventory systems with different types of retrial customers // Journal of Automation and Information Sciences. 2019. Vol. 51. Issue 8. P. 1-15.