

В. П. Ковбаса¹
А. В. Спірін¹
Д. В. Борисюк²
І. В. Твердохліб¹

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ РОБОЧОГО МІСЦЯ ОПЕРАТОРА ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

¹Вінницький національний аграрний університет

²Вінницький національний технічний університет

При експлуатації більшості транспортних та енергетичних засобів виникає небезпека шкідливої дії вібраційних коливань на оператора засобу. Для зменшення цієї шкідливої дії призначені підвіска та інші пружні елементи, такі як ресори, різноманітні демпфери тощо. Одним з методів зменшення шкідливого впливу коливань є забезпечення їх допустимих параметрів шляхом вибору пружно-в'язких в'язей між коливальними масами в залежності від параметрів поверхні та рушія, швидкості руху, коливальних мас та параметрами в'язей між ними.

При дослідженні амплітудно-частотних характеристик коливань робочого місця оператора були введені деякі припущення та спрощення, як наприклад, що збурююча дія з боку опорної поверхні носить гармонічний характер; механічні параметри рушія можуть бути представлені як абсолютно тверде тіло або деформоване тіло з наявними пружно-в'язкими властивостями; амплітудно-частотні збурення від рушія можуть передаватися до робочого місця через пружно-в'язкі в'язі, що характеризуються лінійним зв'язком пружних сил з переміщеннями та лінійним зв'язком в'язких сил зі швидкостями переміщень; всі коливання розглядаються у вигляді одновимірних переміщень.

Для складання рівняння руху елементів системи був використаний класичний підхід з використанням рівняння Лагранжа другого роду. Була отримана система рівнянь, яка пов'яже між собою параметри системи «опорна поверхня–пружні елементи–робоче місце». Аналітичного розв'язку системи рівнянь отримати не можливо, тому її можна розв'язати лише чисельним методом.

Чисельне розв'язання отриманого рівняння при різних геометричних параметрах опорної поверхні та колеса, при різних значеннях механічних властивостей опорної поверхні, модулів пружності та в'язкості, а також відомих значеннях приведених та визначених приєднаних мас дозволяє визначити раціональні величини пружних та в'язких елементів, що забезпечать допустимі амплітудно-частотні характеристики коливань робочого місця оператора.

Ключові слова: коливання, робоче місце, оператор, транспортний засіб, приведена маса, переміщення, модуль в'язкості, модуль пружності, опорна поверхня, кінетична енергія системи, потенціальна енергія системи.

Вступ

Проблема підресорення сидіння в транспортних засобах виникла як самостійна, оскільки підвіска остова не задовольняє при збільшених швидкостях руху машини вимоги санітарно-гігієнічних норм. Якщо підвіска машини забезпечує максимальні значення спектра прискорення остова в місці установки сидіння в межах 8–9 Гц, що відповідає частотному діапазону, що сприятливо переноситься людиною, то доцільність в спеціальному підресорюванні сидіння відпадає [1–3]. Щоб забезпечити такий спектр прискорень остова, необхідно істотно ускладнити його підвіску. Тому проблема поліпшення умов праці на транспортних засобах часто вирішується шляхом введення локального підресорення сидіння. Остов транспортного засобу при цьому може мати більш високий рівень прискорень коливань, обмежений граничними значеннями, пов'язаними з довговічністю вузлів ходової частини, рами тощо [4].

Причиною виникнення коливань робочого місця оператора транспортного засобу є такі фактори:

- нерівність площини опорної поверхні по якій рухаються рушії мобільної машини або енергозасобу; ці переміщення та їх швидкості передаються через абсолютно тверді або деформовані рушії на елементи підвіски (при їх наявності) або безпосередньо на остов машини і можуть напряму передаватися оператору, або частково згасати при наявності пружно-в'язкої підвіски робочого місця оператора;

- при відсутності пружно-в'язкої підвіски коливання жорсткого або деформованого рушія (за умов непогашення коливань самим деформованим рушієм) передаються на робоче місце;

- всі коливні маси, що знаходяться між опорною поверхнею та робочим місцем, можуть створювати його коливання у випадку коли вони не демпфіруються пружно-в'язкими в'язями, через які з'єднані ці маси і можуть змінювати амплітудо-частотні характеристики коливань робочого місця.

Одним з методів усунення шкідливого впливу коливань робочого місця оператора є забезпечення допустимих його амплітудо-частотних характеристик шляхом вибору пружно-в'язких в'язей між коливальними масами в залежності від геометричних параметрів опорної поверхні, по якій рухається машина, геометричними та механічними параметрами рушіїв, швидкості руху, коливальних мас та механічними параметрами в'язей між ними. При цьому керованими залишаються геометричні та механічні параметри рушіїв та механічні властивості в'язей.

Результати дослідження

При аналізі амплітудо-частотних характеристик коливань робочого місця оператора можна ввести деякі припущення та спрощення:

- збурююча дія з боку нерівності опорної поверхні носить гармонічний характер;
- механічні параметри рушія можуть бути представлені двома типами: абсолютно тверде тіло, деформоване тіло з наявними пружно-в'язкими властивостями;
- амплітудо-частотні збурення від рушія можуть передаватись до робочого місця через пружно-в'язкі в'язі, що характеризуються лінійним зв'язком пружних сил з переміщеннями та лінійним зв'язком в'язких сил зі швидкостями переміщень;
- всі коливання розглядаються у вигляді одновимірних переміщень.

Передача коливань від опорної поверхні до робочого місця оператора, в загальному випадку може бути представлена багатомасовою системою з пружно-в'язкими в'язями. При цьому вводиться припущення, що розподілені маси зведені до зосереджених. В моделі замінимо всі вертикальні переміщення колеса x_k на z_k . Всі переміщення позначені змінною z . Механічна модель передачі коливань від деформованої опорної поверхні через деформоване колесо та пружно-в'язку підвіску до робочого місця може бути представлена схемою, що на рис. 1.

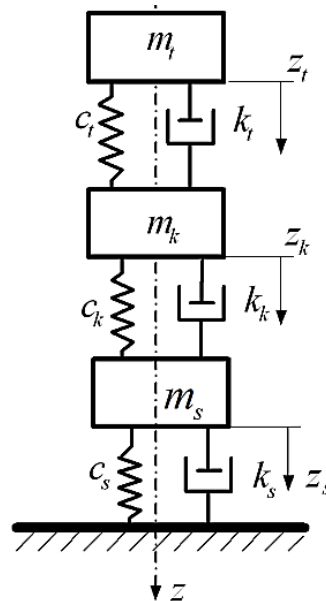


Рис. 1. Схема передачі коливань від деформованої опорної поверхні до робочого місця оператора

На схемі прийняті такі позначення: m_s, z_s, k_s, c_s – приведена маса, переміщення, модуль в'язкості та модуль пружності опорної поверхні; m_k, z_k, k_k, c_k – приведена маса, переміщення, модуль в'язкості та модуль пружності деформованого колеса; m_t, z_t, k_t, c_t – приведена маса робочого місця, переміщення, модуль в'язкості та модуль пружності пружно-в'язкої підвіски.

Для складання рівняння руху елементів системи можна використати класичний підхід з використанням рівняння Лагранжа 2 роду:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

де T – кінетична енергія системи; Π – потенціальна енергія системи; Φ – функція Релея, що характеризує лінійні в'язкі властивості дисипації енергії; Q_i – компоненти узагальнених сил; q_i, \dot{q}_i – узагальнені переміщення та узагальнені швидкості переміщень, відповідно.

Компоненти рівняння Лагранжа мають такий вигляд:

- кінетична енергія системи

$$T = \frac{1}{2} m \dot{q}_i^2; \quad (2)$$

- потенціальна енергія системи

$$\Pi = \frac{1}{2} c_i q_i^2. \quad (3)$$

Потенціальна енергія системи для гравітаційних сил

$$\Pi_g = m g q_i. \quad (4)$$

Функція Релея, що характеризує в'язку дисипацію,

$$\Phi = m \dot{q}_i. \quad (5)$$

Узагальнена сила (збурююча сила) для поступального руху є прискоренням

$$\ddot{z} = \frac{d}{dt} \left(4(k+n) \left(r - \sqrt{-h^2 + r^2} \right) T v \cos[8tTV] \right) = 4(k+n) \left(r - \sqrt{-h^2 + r^2} \right) T v \cos[8tTV]. \quad (6)$$

В цьому випадку узагальнена сила з урахуванням прискорення матиме вигляд:

$$Q_i = m \ddot{z}. \quad (7)$$

Кінетична енергія для наведеної вище моделі матиме такий вигляд:

$$T = \frac{1}{2} \left(m_t z_t' [t]^2 + m_k z_k' [t]^2 + m_s z_s' [t]^2 \right). \quad (8)$$

Потенціальна енергія від дії пружності елементів в'язей

$$\Pi = \frac{1}{2} \left(c_s (z_s [t])^2 + c_k (z_s [t] - z_k [t])^2 + c_t (z_k [t] - z_t [t])^2 \right). \quad (9)$$

Потенціальна енергія гравітаційних сил

$$\Pi_g = m_t g z_t [t] + m_k g z_k [t] + m_s g z_s [t], \quad (10)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Беручи до уваги, що початкові зміщення в момент часу дорівнюють нулю, потенціальна енергія гравітаційних сил також дорівнює нулю.

$$\partial_{(z_t[t] \rightarrow 0, z_k[t] \rightarrow 0, z_s[t] \rightarrow 0)} \Pi_g = 0.$$

Функція в'язких в'язей Релея

$$\Phi = \frac{1}{2} \left(k_s (z_s' [t])^2 + k_k (z_s' [t] - z_k' [t])^2 + k_t (z_k' [t] - z_t' [t])^2 \right). \quad (11)$$

Переходячи до складових рівняння Лагранжа можна записати для першого доданку, для маси m_t ,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial z_t' [t]} T \right) = m_t \ddot{z}_t [t] = m_t \ddot{z}_t. \quad (12)$$

Перший доданок для колеса маси m_k

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial z_k' [t]} T \right) = m_k \ddot{z}_k [t] = m_k \ddot{z}_k. \quad (13)$$

Перший доданок для приведеної до точки контакту маси опорної поверхні, а бо приєднаної маси m_s ,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial z_s' [t]} T \right) = m_s \ddot{z}_s [t] = m_s \ddot{z}_s. \quad (14)$$

Другий доданок рівняння Лагранжа для випадку, що розглядається для перерахованих вище складових, матиме вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial z_t} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial z_k} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial z_s} = 0. \quad (15)$$

Перший доданок правої частини рівняння Лагранжа 2 роду для відповідних мас:

$$\Pi_t = \left(\frac{\partial}{\partial z_t} (\Pi + \Pi_g / \Pi_g) = 0 \right) = -c(z_k[t] - z_t[t]); \quad (16)$$

$$\Pi_k = \left(\frac{\partial}{\partial z_k} (\Pi + \Pi_g / \Pi_g) = 0 \right) = \frac{1}{2} (-2c_k(-z_k[t] + z_s[t]) + 2c_t(z_k[t] - z_s[t])); \quad (17)$$

$$\Pi_s = \left(\frac{\partial}{\partial z_s} (\Pi + \Pi_g / \Pi_g) = 0 \right) = \frac{1}{2} (2c_s z_s + 2c_k(-z_k[t] + z_s[t])); \quad (18)$$

Накладені узагальнені сили в'язкості для елементів моделі

$$\Phi_t = \frac{\partial}{\partial z_t'} \Phi = k_t(-z_k'[t] + z_t'[t]); \quad (19)$$

$$\Phi_k = \frac{\partial}{\partial z_k'} \Phi = (k_k + k_t)z_k'[t] - k_k z_s'[t] - k_t z_t'[t]; \quad (20)$$

$$\Phi_s = \frac{\partial}{\partial z_s'} \Phi = -k_k z_k'[t] + (k_k + k_t)z_s'[t]; \quad (21)$$

С урахуванням визначених вище функцій можна записати систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} m_t \ddot{z}_t = -c_t(z_k[t] - z_t[t]) - k_t(-z_k'[t] + z_t'[t]); \\ m_k \ddot{z}_k = Q_i + \frac{1}{2}(2c_k(-z_k[t] + z_s[t]) - 2c_t(z_k[t] - z_t[t])) - (k_k + k_t)z_k'[t] + k_k z_s'[t] + k_t z_t'[t]; \\ m_s \ddot{z}_s = \frac{1}{2}(-2c_s z_s[t] - 2c_k(-z_k[t] + z_s[t])) + k_k z_k'[t] - k_k z_s'[t] - (k_k + k_s)z_s'[t] \end{cases} \quad (22)$$

або в іншій формі запису

$$\begin{cases} m_t \ddot{z}_t = c_t(z_k - z_t) - k_t(-\dot{z}_k + \dot{z}_t); \\ m_k \ddot{z}_k = Q_i + \frac{1}{2}(2c_k(-z_k + z_s) - 2c_t(z_k - z_t)) - (k_k + k_t)\dot{z}_k + k_k \dot{z}_s + k_t \dot{z}_t; \\ m_s \ddot{z}_s = \frac{1}{2}(-2c_s z_s - 2c_k(-z_k + z_s)) + k_k \dot{z}_k - k_k \dot{z}_s - (k_k + k_s)\dot{z}_s. \end{cases} \quad (23)$$

Нажаль аналітичного розв'язку системи рівнянь у вигляді (22) і (23) отримати не можливо, тому його можна розв'язати лише чисельним методом.

Чисельне розв'язання отриманого рівняння при різних геометричних параметрах опорної поверхні та колеса та при різних значеннях механічних властивостей опорної поверхні, модулів пружності та в'язкості, а також відомих значеннях приведених та визначених приєднаних мас дозволяє визначити раціональні величини пружних та в'язких елементів k_t , c_t , k_k , c_k , що забезпечать допустимі амплітудо-частотні характеристики коливань маси m_t , тобто робочого місця оператора.

Висновки

1. Отримано систему рівнянь, яка пов'язує між собою параметри системи «опорна поверхня–пружні елементи–робоче місце». Аналітичного розв'язку система рівнянь не має, тому її можна розв'язати лише чисельним методом.

2. Чисельне розв'язання цієї системи дозволить визначити раціональні величини пружних та в'язких елементів, які забезпечать допустимі амплітудо-частотні характеристики коливань робочого місця оператора.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1]. В. А. Умняшкин, Н. М. Филькин, и Р.С. Музафаров, *Теория автомобиля*. Ижевск, Россия: Изд-во ИжПУ, 2006.
- [2]. В. А. Скотников, А. А. Машенский, и А. С. Солонский, *Основы теории и расчета трактора и автомобиля*. М., Россия: Агропромиздат, 1986.
- [3]. В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов, и др., *Тракторы. Теория*. М., Россия: Машиностроение, 1988.

[4]. А. Н. Мирошниченко, *Основы теории автомобиля и трактора*. Томск, Россия: Изд-во ТГАСУ, 2014.

Ковбаса Володимир Петрович – д-р техн. наук, професор, професор кафедри загально технічних дисциплін та охорони праці.

Спирін Анатолій Володимирович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри загально технічних дисциплін та охорони праці.

Твердохліб Ігор Вікторович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри загально технічних дисциплін та охорони праці.

Вінницький національний аграрний університет, м. Вінниця.

Борисюк Дмитро Вікторович – асистент кафедри автомобілів і транспортного менеджменту.

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

V. Kovbasa¹
A. Spirin¹
D. Borisyuk²
I. Tverdohlib¹

Mathematical model of oscillation of a workplace of a vehicle operator

¹Vinnitsia National Agrarian University

²Vinnitsia National Technical University

When operating most vehicles and energy vehicles, there is a risk of harmful effects of vibrational vibrations on the operator of the vehicle. Suspension and other elastic elements such as springs, various dampers, etc. are intended to reduce this harmful effect. One way to reduce the adverse effects of oscillations is to ensure their acceptable parameters by selecting elastically-bonded bonds between the oscillating masses depending on the surface and propulsion parameters, the speed of motion, the oscillating masses and the bonding parameters between them.

In the study of the amplitude-frequency characteristics of the oscillations of the workplace of the operator, some assumptions and simplifications were introduced, such as that the disturbing action from the support surface is harmonious in nature; the mechanical parameters of the propulsion can be represented as a completely rigid body or a deformed body with available elastic-binding properties; the amplitude-frequency perturbations from the propulsion can be transmitted up to the working month through elastic-couplings, characterized by a linear coupling of the elastic forces with displacements and a linear coupling of the viscous forces with the speeds of displacement; all fluctuations are considered as one-dimensional displacements.

To compile the equation of motion of the elements of the system, a classical approach was used using the second-order Lagrange equation. A system of equations was obtained which relates the parameters of the system "support surface - elastic elements - workplace". It is not possible to obtain an analytical solution of an equation system, so it can only be solved numerically.

Numerical solution of the obtained equation at different geometrical parameters of the support surface and wheel, and at different values of the mechanical properties of the support surface, the modulus of elasticity and viscosity, as well as the known values of the reduced and determined connected masses, allows to determine the rational values of the elastic and viscous elements that will provide acceptable amplitude-frequency characteristics of oscillations of the workplace of the operator.

Key words: oscillations, workplace, operator, vehicle, reduced mass, displacement, viscosity modulus, elastic modulus, support surface, kinetic energy of the system, potential energy of the system.

Kovbasa Volodymyr – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of general technical disciplines and occupational safety.

Spirin Anatoly – Ph. D. (Eng), Associate Professor, Associate Professor of Department of general technical disciplines and occupational safety.

Borisyuk Dmytro – assistant of Automobiles and transport management department.

Tverdohlib Igor – Ph. D. (Eng), Associate Professor, Associate Professor of Department of general technical disciplines and occupational safety.

В. П. Ковбаса¹
А. В. Спирин¹
Д. В. Борысюк²
И. В. Твердохлиб¹

Математическая модель колебаний рабочего места оператора транспортного средства

¹ Винницкий национальный аграрный университет

² Винницкий национальный технический университет

При эксплуатации большинства транспортных и энергетических средств возникает опасность вредного воздействия вибрационных колебаний на оператора средства. Для уменьшения этого вредного воздействия предназначены подвеска и другие упругие элементы, такие как рессоры, различные демпферы и тому подобное. Одним из методов уменьшения вредного влияния колебаний является обеспечение их допустимых параметров путем выбора упруго-вязких связей между колебательными массами в зависимости от параметров поверхности и движителя, скорости движения, колебательных масс и параметрами связей между ними.

При исследовании амплитудно-частотных характеристик колебаний рабочего места оператора были введены некоторые предположения и упрощения, например, что возмущающее действие со стороны опорной поверхности носит гармоничный характер; механические параметры движителя могут быть представлены как абсолютно твердое тело или деформированное тело с имеющимися упруго-вязкими свойствами; амплитудно-частотные возмущения от движителя могут передаваться к рабочему месту через упруго-вязкие связи, характеризующиеся линейной связью упругих сил с перемещениями и линейной связью вязких сил со скоростями перемещений; все колебания рассматриваются в виде одномерных перемещений.

Для составления уравнения движения элементов системы был использован классический подход с использованием уравнения Лагранжа второго рода. Была получена система уравнений, которая связывает между собой параметры системы «опорная поверхность–упругие элементы–рабочее место». Аналитического решения системы уравнений получить невозможно, поэтому ее можно решить только численным методом.

Численное решение полученного уравнения при различных геометрических параметрах опорной поверхности и колеса, и при различных значениях механических свойств опорной поверхности, модулей упругости и вязкости, а также известных значениях приведенных и определенных присоединенных масс позволяет определить рациональные величины упругих и вязких элементов, которые обеспечат допустимые амплитудно-частотные характеристики колебаний рабочего места оператора.

Ключевые слова: колебания, рабочее место, оператор, транспортное средство, приведенная масса, перемещение, модуль вязкости, модуль упругости, опорная поверхность, кинетическая энергия системы, потенциальная энергия системы.

Ковбаса Владимир Петрович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры общетехнических дисциплин и охраны труда.

Спирин Анатолий Владимирович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры общетехнических дисциплин и охраны труда.

Борысюк Дмитрий Викторович – ассистент кафедры автомобилей и транспортного менеджмента.

Твердохлиб Игорь Викторович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры общетехнических дисциплин и охраны труда.