УДК 517.972

НЕОБХІДНІ УМОВИ ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ МОДЕЛІ ОПИСАННЯ ДЕГРАДАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ РІЗНОЇ ПРИРОДИ

В. О. Краєвський, В. М. Михалевич

Відома постановка варіаційної задачі ізопериметричного типу в квазілінійній теорії підсумовування пошкоджень спадкового типу: серед усіх функцій $y(t) \in C_1[0,t]$ знайти таку, яка доставляє слабкий максимум функціоналу

$$I[y(\tau)] = \int_0^{t_*} y(\tau) \cdot d\tau \to \max, \tag{1}$$

задовольняє інтегральне рівняння зв'язку

$$\int_0^{t_*} \varphi(t_* - \tau) \cdot f(y(\tau)) \cdot d\tau = 1 \tag{2}$$

а також крайові умови

$$y(0) = y_0,\; y(t_*) = y_*, \tag{3}$$

де $\varphi(t-\tau)$ – ядро спадковості та f – є відомими функціями; t_* – момент досягнення граничного стану (вважається заданим).

Показано, що побудована модель кількісно та якісно описує широкий спектр закономірностей деградації властивостей об'єктів різної природи, зокрема, граничні деформації матеріалів за умови високотемпературного нестаціонарного пластичного деформування, або ресурс спортсмена, що долає певну дистанцію.

За допомогою функції Лагранжа задача зводиться до максимізації функціонала

$$L[y,\lambda] = \int_0^{t_*} S(t_* - \tau, y(\tau), \lambda) \cdot d\tau \to \max. \tag{4}$$

де S, λ – функція та множник Лагранжа відповідно;

$$S(t_* - \tau, y(\tau), \lambda) = y(\tau) + \lambda \cdot \varphi(t_* - \tau) \cdot f(y(\tau)) \tag{5}$$

Необхідна умова існування розв'язку зводиться до рівняння Ейлера, що у цьому випадку не є диференціальним і має розв'язок лише в тривіальному випадку.

Якщо допустимі функції обмежити класом кусково-сталих функцій, то екстремальна задача (4) зводиться до задачі нелінійного програмування, розв'язок якої отримано для окремих виглядів структури функції $y(\tau)$.

Очевидно, що рівняння Ейлера для функції Лагранжа буде диференціальним лише за умови, що підінтегральна функція в (4) залежатиме принаймні від першої похідної $y'(\tau)$, тобто

$$L[y,\lambda] = \int_0^{t_*} F(t_* - \tau, y(\tau), y'(\tau), \lambda) \cdot d\tau \to \max. \tag{6}$$

У цій праці сформульовані умови, яким має задовольняти функція *F*, зокрема

$$F(t_* - \tau, y(\tau), 0, \lambda) \equiv S(t_* - \tau, y(\tau), \lambda). \tag{7}$$

Побудовано та досліджено окремі види функції *F*. Визначено обмеження на значення параметрів цієї функції, що є необхідними умовами здобуття на основі (6) рівняння Ейлера у вигляді звичайного нелінійного диференціального рівняння другого порядку.

УДК 005.1(076.2)