МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БУДІВЕЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 532.593 DOI 10.31649/2311-1429-2019-2-96-113

Ю. В. Човнюк[1]
В. Б. Довгалюк[2]
О. М. Скляренко[2]
І. О. Пефтєва[2]

МАТЕМАТИЧЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛЯ ШВИДКОСТЕЙ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ У ФІЛЬТРАЦІЙНИХ КАНАЛАХ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ ТІЛ ПІД ДІЄЮ ГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ

[1]Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ
[2]Київський національний університет будівництва та архітектури, Київ

Стаття присвячена пульсуючим рухам в'язкої рідини (флюїду) у фільтраційних каналах капілярно-пористих тіл під дією гармонічних хвиль. Вказані пульсуючі рухи супроводжуються хвилями стискування-розрідження і знакозмінними фільтраційними потоками у каналах фільтрації капілярно-пористих тіл.

Ключові слова: гармонічна дія, канал, рідина, частота, фільтрація, капілярно-пористі гармонічні хвилі.

Вступ

Постановка проблеми. Дослідження поля швидкостей в'язкої рідини (флюїда) у фільтраційних каналах капілярно-пористих тіл при обробці його гармонічними хвилями мають важливе наукове та прикладне значення, зокрема, в нафтогазовій галузі для розробки перспективних методів підвищення продуктивності видобувних свердловин, при обробці текстильних матеріалів у легкій промисловості, в аналізі стану капілярно-пористих матеріалів і, наприклад їх вологонасиченості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задачу про нестаціонарний рух в'язкої рідини (флюїду) впродовж циліндричної труби кругового профілю (по суті, це модель порового каналу капілярно-пористого тіла) вже давно розглядають дослідники. Найпростіший випадок цієї задачі у 1879р. розглянув ще Гельмгольц [1]. У загальній постановці для будь-яких початкових умов і заданого закону залежності перепаду тисків у трубі від часу задача була систематично досліджена у творі казанського професора І.С. Громека, який відноситься до 1882р. [2, 3].

Частинні випадки тієї ж задачі були розібрані різними авторами [4-6].

У роботах [7-17] розв'язок вказаної задачі використовується у процесах акустичної обробки нафтоносних пластів, що є одним із ефективних методів підвищення нафто вилучення із них. При цьому значна частина досліджень [7, 8, 11-16] у цьому напрямі стосується впливу пружних коливань на зміну фільтраційних характеристик середовища продуктивних пластів. Аналіз приведених літературних джерел також показує, що при виборі частотного діапазону хвильової обробки нафтоносних пластів недостатньо уваги приділяється полю швидкостей руху флюїдів, що у значній мірі визначає швидкість просування їх до вибою видобувних свердловин. Отже, дослідження поля швидкостей в'язкої рідини (флюїду) у фільтраційних каналах капілярно-пористих тіл при їх обробці гармонічними хвилями (звукового, ультразвукового й гіперзвукового діапазонів) мають важливе наукове та прикладне значення.

Мета дослідження полягає у виборі найбільш ефективного режиму імпульсного навантаження за результатами теоретичних досліджень пульсуючого руху в'язкої рідини (флюїду) в порових каналах капілярно-пористих тіл, який виникає під дією перепаду тиску, що змінюється за гармонічним законом.

Виклад основного змісту дослідження

Реологічні закони неньютоновських в'язко-пружних/в'язко-пластичних нестискуваних рідин у гармонічних полях. Реодинаміка капілярно-пористих тіл та її моделювання.

Тонкі суспензії, розчини глини, масляні фарби дають приклади рідин, відмінних за своїми властивостями від ньютонівських. На думку авторів даного дослідження, низка моделей неньютоновських в'язко-пружних/в'язко-пластичних рідин цілком може бути використана при дослідженні реологічних законів (й, взагалі, геодинаміки) капілярно-пористих тіл (КПТ). Наявність у неньютоновських рідин різноманітних властивостей, відмінних від ньютонівських, пояснюється особливостями молекулярних структур й внутрішніх, молекулярних рухів.

Особливий інтерес завдяки своєму широкому розповсюдженню представляють «в'язко-пластичні» рідини, у котрих поряд з в'язкістю проявляються також пластичні властивості, які полягають у наявності деякого граничного напруження зсуву, пясля досягнення котрого тільки й виникає «текучість» середовища. Реологічні закони в'язкопластичних рідин зазвичай приписують Бінгаму (1916р.) [3], хоча вони були відомі вже набагато раніше до цього (у 1889р.) Ф.М. Шведову.

Будемо користуватись тут у подальшому найпростішим випадком плоского зсувного прямолінійного руху впродовж вісі 0x зі швидкістю зсуву $\dot{\varepsilon} = du/dy$ (рис.1), де ε - деформація, $u -$ швидкість зсувного руху, а символ над ε у вигляді точки означає диференціювання по часу t.

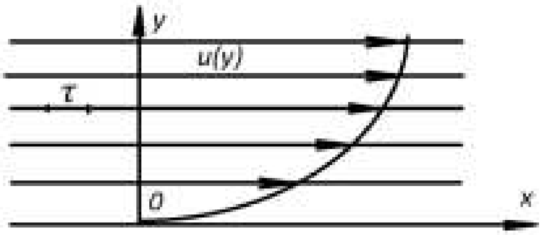

Рисунок 1 – Плоский зсувний прямолінійний рух рідини:
τ - напруження зсуву

Наведемо реологічне рівняння такої в'язкостатичної рідини у формі:

$$\tau = \tau_0 + \mu' \cdot \dot{\varepsilon}, \text{при } \tau > \tau_0 \qquad (1)$$

де τ_0 - граничне напруження зсуву, μ' - динамічний коефіцієнт структурної в'язкості. За $\tau > \tau_0$ текучість відсутня, тобто середовище веде себе, як тверде тіло.

Тільки що описаній в'язкоспластичній моделі задовольняють, наприклад, рухи таких середовищ, що зустрічаються у практиці, як застосовувані на нафтових промислах для промивання свердловин глиністі й цементні розчини [18], масляні фарби, стічний бруд, а також деякі пасти. Фізичне пояснення особливих властивостей всіх цих рідин засноване на уяві про те, що у них при спокої існує деяка просторова жорстка структура, котра здатна створювати супротив будь-якому зовнішньому впливу до тих пір, поки викликане цим впливом напруження зсуву не перевищить відповідне цій структурі граничне напруження. Після цього структура повністю руйнується й рідина починає вести себе, як звична ньютонівська в'язка рідина при удаваному напруженні, яке дорівнює надлишку $(\tau - \tau_0)$ дійсного напруження над граничним. При зменшенні цього удаваного напруження до нуля, тобто при поверненні дійсного напруження до граничного його значення, просторва жорстка структура відновлюється [19].

Розглянемо закон (1) у гармонічному полі, тобто $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot e^{i\omega t}$,

де ε_0 – амплітуда, ω - колова/кругова частота коливань, $i^2 = -1$.

Тоді $\dot{\varepsilon} = i\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{i\omega t} = i\omega \cdot \varepsilon$. Тоді маємо:

$$\tau = \tau_0 + \mu' \cdot \dot{\varepsilon} = \tau_0 + \mu' \cdot i\omega\varepsilon; \Leftrightarrow \ \tau - \tau_0 = \mu' \cdot i\omega\varepsilon \qquad (2)$$

Якщо подати $i = e^{i \cdot \pi/2}$, тоді:

$$\tau - \tau_0 = \mu' \cdot \omega \cdot e^{i \cdot \pi/2} \cdot \varepsilon \qquad (3)$$

Отже, у гармонічних полях деформування такої рідини вектор напружного зсуву напруження запізнюється по фазі на $\pi/2$ по відношенню до вектора пружного напруження зсуву, або вектор напруження зсуву запізнюється по відношенню до пружної деформації на кут $\pi/2$. Для будь-якого закону $\varepsilon(t)$ й $\tau > \tau_0$ маємо закон зміни $\tau(t)$ у вигляді:

$$\frac{(\tau-\tau_0)^2}{(\mu'\omega)^2} = \left(\varepsilon_0^2 - \varepsilon^2\right) \tag{4}$$

Особливо велику увагу викликаються в'язко-пружні середовища (для опису реологічних властивостей КПТ), котрі мають як властивість в'язкості, так і пружності. До числа таких середовищ відносяться дуже в'язкі синтетичні матеріали, а також слабкі розчини полімерів у ньютоновських рідинах. Слід зазначити, іноді навіть невеличкі за вагою добавки полімерів перетворюють ньютонівські рідини невеличкі за вагою добавки полімерів перетворюють ньютонівські рідини у не ньютонівські, надаючи їм специфічні в'язко-пружні властивості.

У залежності від підходу до визначення сумісної дії пружності й в'язкості, розрізняють дві реологічні моделі:

1) Модель Фойхта, засновану на накладанні пружного й в'язкого напружень:

$$\tau = G \cdot \varepsilon + \mu \cdot \dot{\varepsilon}, \tag{5}$$

де G - модель зсуву, ε - деформація зсуву, $\dot{\varepsilon} = du/dy$ - швидкість деформації зсуву, μ - динамічний коефіцієнт в'язкості, причому розглядається плоский зсувний рух, подібний тому, котрий зображений на рис. 1. ($u = u(y)$ - швидкість повздовжньої, впродовж вісі OX течії рідини, $v = 0$, де v- швидкість течії рідини у напрямку вісі 0y);

2) модель Максвела, засновану на накладанні швидкостей пружної та в'язкої деформацій:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\mu}, \tag{6}$$

де збережені ті ж позначення й розглядається той самий плоский зсувний рух.

Відмінність цих моделей наочно виявляється, якщо покласти у першій моделі (5) $\tau = const = \tau_0$, а у другій - $\dot{\varepsilon} = 0$. Для моделі Фойхта, інтегруючи (5), матимемо при $\tau = \tau_0$ рівність:

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{G} \cdot \left[1 - exp\left(-\frac{G \cdot t}{\mu}\right)\right], \tag{7}$$

Яка виражає запізнення при зростанні часу t встановлення пружної деформації $\frac{\tau_0}{G}$, яка відповідає постійному напруженню $\tau = \tau_0$. Постійна $\left(\frac{\mu}{G}\right)$ є характерним часом запізнення.

Модель Максвелла при інтегруванні рівняння (6), при припущенні $\dot{\varepsilon} = 0$ призводить до розв'язку:

$$\tau = \tau_0 \cdot exp\left\{-\frac{G \cdot t}{\mu}\right\}, \tag{8}$$

який описує повернення зі зростанням часу t напруження τ до того нульового значення, котре відповідало б рівноважному стану середовища при відсутності швидкості, деформації $\dot{\varepsilon}$.

Процес повернення до рівноважного стану середовища, яке було виведене з цього стану якимось збуренням, називають зазвичай релаксацією, а характерний час розвитку цього процесу – часом релаксації.

Зменшення напруження у моделі Максвелла, яке виражається рівнянням (8), дає приклад релаксації напруження у потоці в'язко-пружної рідини. Величина

$$\lambda = \mu/G, \tag{9}$$

Фігуруючи як у моделі Фойхта, так і у моделі Максвелла, може трактуватись у першому випадку як «час запізнення» встановлення пружної деформації, а у другому – як «час релаксації» напруження.

Рівняння Максвелла (6), із урахуванням характеру прямолінійного зсувного руху ($v = 0, \dot{\varepsilon} = du/dy$), можна переписати у вигляді:

$$\lambda \cdot \dot{\tau} + \tau = \mu \cdot \dot{\varepsilon} = \mu \cdot \frac{du}{dy}. \tag{10}$$

За нульового часу релаксації ($\lambda = 0$) рівність (10) приводить до звичайного закону Ньютона ($\tau = \mu \cdot \dot{\varepsilon}$), який відповідає миттєвому слідуванню напруження за швидкістю деформації (іншими словами, нескінченій швидкості розповсюдження збурень). Наявність властивості пружності у в'язкопружному середовищі, як й у газах, призводить до скінченої швидкості розповсюджень збурень.

Слід зазначити одну суттєву відмінність між моделями Фойхта й Максвелла.

Для моделі Фойхта характерним є той факт, що при дії постійного напруження швидкість деформації зсуву $\dot{\varepsilon}$, котру можна отримати з (7) диференціюванням по часу, при $t \to \infty$ швидко прямує до нуля, тобто «тіло» Фойхта під дією постійного навантаження не має властивості безмежної текучості. «Тіло» Максвелла, для котрого, як легко бачити з (6), при умовах: $\tau = \tau_0,\ \dot{\tau} = 0$ має місце співвідношення:

$$\dot{\varepsilon} \to \frac{\tau_0}{\mu} \neq 0 \cdot \text{за будь яких } t > 0, \tag{11}$$

На противагу «тілу» Фойхта, буде тексти під дією постійного навантаження з постійною швидкістю деформації зсуву $\dot{\varepsilon}_0 \to \frac{\tau_0}{\mu}$.

Розглянемо реологічні закони для цих двох моделей у гармонічних полях (тобто $\varepsilon \sim e^{i\omega t}$).

Так, для «тіла» Фойхта маємо:

$$\tau = G \cdot \varepsilon + \mu \cdot i\omega\varepsilon = |G^2 + \mu^2\omega^2|^{1/2} \cdot e^{i\varphi} \cdot \varepsilon; \quad \varphi = arctg\left(\frac{\mu\omega}{G}\right) \tag{12}$$

Отже, таке «тіло» Фойхта у гармонічних полях веде себе наступним чином: напруження зсуву τ запізнюється по фазі на кут φ по відношенню до деформації зсуву ε. При $\omega \to \infty$, $\varphi \to \pi/2$. Для «тіла» Максвелла маємо з (10) ($\varepsilon, \tau \sim e^{i\omega t}$):

$$\lambda \cdot i\omega t + \tau = \mu \cdot i\omega \cdot \varepsilon; \Leftrightarrow \tau = \frac{\mu \cdot i\omega \cdot \varepsilon}{(1 + i\omega\lambda)} = \frac{\mu\omega}{\sqrt{1+\omega^2\lambda^2}} \cdot e^{i\tilde{\varphi}} \cdot \varepsilon; \tag{13}$$

У (13) $\tilde{\varphi} = arctg\left(\frac{1}{\omega\lambda}\right)$. Отже, «тіло» Максвелла у гармонічних полях веде себе наступним чином: напруження зсуву τ запізнюється по фазі на кут $\tilde{\varphi}$ по відношенню до деформації зсуву ε. При $\omega \to \infty$, $\varphi \to 0$.

Якщо порівняти величину $\left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right|$ у гармонічних полях, тоді для вказаних моделей Фойхта у Максвелла можна побачити суттєву різницю:

а) для моделі Фойхта -

$$\left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right| = \sqrt{1 + \frac{\mu^2\omega^2}{G^2}}; \quad \left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right| \to \infty, \omega \to \infty; \tag{14}$$

б) для моделі Максвелла –

$$\left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right| = \frac{\mu\omega}{\sqrt{G^2 + \mu^2\omega^2}}; \quad \left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right| \to 1, \omega \to \infty; \tag{15}$$

Тобто, у гармонічному полі високої частоти «тіло» Максвелла веде себе подібно до звичайного твердого тіла, що знаходиться під впливом деформації зсуву й описується лінійним заоном деформування Гука (для зсувних деформацій). На противагу цієї моделі, у «тілах» Фойхта, що знаходяться у гармонічних полях високої частоти ω, виникають напруження суттєво більші, ніж ті, що описуються звичайним лінійним законом Гука.

Розглянемо далі у гармонічному полі деформацій зсуву «тіла», що описуються моделлю Ішлінського-Ржаніцина [20-22], котра застосовується в узагальненій теорії в'язко-пружних тіл.

Ця теорія виникла з потреби єдиного опису після дії й релаксації у твердих тілах.

О. Ю. Ішлінський, а потім О. Р. Ржаніцин, виходячи з аналогічної гіпотези, побудували: перший – теорію повздовжніх коливань стрижнів з пружно-в'язкого матеріалу [18] інший-загальну теорію пружно-в'язкого тіла, дослідивши його спадкові властивості, а також питання стійкості поперечних коливань стрижнів [19]. (Зрозуміло, що ці підходи, на нашу думку, можна реалізувати й для опису геодинаміки КПТ).

Напруження τ й ε деформація за цією теорією пов'язані між собою наступною залежністю:

$$\tau + x \cdot \dot{\tau} = G \cdot \varepsilon + x' \cdot G \cdot \dot{\varepsilon}. \qquad (16)$$

Тут x й x' - постійні матеріалу. Коли швидкості $\dot{\tau}$ й $\dot{\varepsilon}$ малі у порівнянні з τ й ε, з (16) можна отримати закон Гука з довготривалим [19] або релаксуючим [21] модулем зсуву G. Навпаки, коли $\dot{\tau}$ й $\dot{\varepsilon}$ великі у порівнянні з τ й ε, отримаємо закон Гука з миттєвим [19] чи нерелаксуючим [21] модулем зсуву $H = \frac{x'}{x} \cdot G$.

Узагальнена теорія пружно-в'язкого тіла, якщо її розглядати як теорію спадкових властивостей матеріалу, робить крок вперед, об'єднуючи у собі одночасно теорію після дії Кельвіна-Фойхта й теорію релаксації Максвелла.

Описуючи післядію й релаксацію, ця теорія описує також й деяке внутрішнє тертя [20].

У гармонічному полі деформації для цієї моделі деформування в'язко-пружного тіла маємо:

$$\tau + x \cdot \dot{\tau} = G \cdot \varepsilon + x' \cdot G \cdot \dot{\varepsilon} \Leftrightarrow \tau(1 + i\omega x) = G \cdot \varepsilon \cdot (1 + i\omega \cdot x'); \qquad (17)$$

$$\begin{cases} \tau = \dfrac{G \cdot \varepsilon}{(1 + x^2\omega^2)} \cdot \left\{ (1 + x \cdot x' \cdot \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot (x' - x)^2 \right\}^{1/2} \cdot \exp(i\varphi'); \\ \varphi' = arctg \left\{ \dfrac{\omega \cdot (x' - x)}{1 + x \cdot x' \cdot \omega^2} \right\}. \end{cases}; \qquad (18)$$

Отже напруження зсуву τ у цьому випадку запізнюється по фазі на кут φ' по відношенню до деформації зсуву ε. При $\omega \to \infty$, $\varphi' \to 0$.

Для параметру $\left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right|$ у цьому «тілі» маємо:

$$\left|\frac{\tau}{G \cdot \varepsilon}\right| = \frac{1}{(1 + x^2\omega^2)} \cdot \left\{ (1 + x \cdot x' \cdot \omega^2)^2 + (x' - x)^2 \cdot \omega^2 \right\}^{1/2}; \qquad (19)$$

Розглянемо далі модель деформування тіла, що описує його геодинаміку за допомогою термодифузійної теорії Зінера [22]. Ця теорія відомого американського фізика Зінера пояснює внутрішнє тертя у матеріалах тепловою дифузією.

Посилаючись на теорію Зінера, Л. Д. Ландау та Є. М. Лівшиць у своїй фундаментальній роботі [23] для більш повного опису дисипації енергії у твердих тілах приєднали до в'язкого тертя за теорією Фойхта (Кельвіна-Фойхта [20]) ще й тертя термодифузійної природи Зінером.

Фізичні основи теорії внутрішнього тертя, обумовленою тепловою дифузією, полягають у наступному.

Як відомо, при деформаціях стискування температура тіла (КПТ у т.ч) підвищується, а при деформаціях розтягу – спадає. При циклічних деформаціях стискування – розтягу теплова рівновага тіла, зрозуміло, порушується. Це призводить до незворотних втрат тепла, що еквівалентно ефекту внутрішнього тертя. Так, наприклад, якщо циліндричне тіло (скажімо, КПТ) має циклічний поперечний згин, за якого стиснуті волокна нагріваються, а ротягнуті охолоджуються, тоді внаслідок температурного градієнту можливий тепловий потік поперек тіла, який періодично змінює свій напрямок. Якщо період циклів деформацій настільки великий, що температура встигає вирівнюватись по перерізу у будь-який момент часу, то це означає, що перенос тепла здійснюється ізотермічно, відповідно зворотно, без теплових втрат. Якщо період циклів деформацій настільки малий, що температура не встигає ні у якій мірі слідкувати за деформацією, тоді перенос тепла взагалі неможливий, деформації відбуваються у адіабатичних умовах, й, відповідно, знову зворотно без теплових втрат. Якщо ж період циклів деформацій одного порядку з часом проходження теплового потоку поперек тіла (КПТ), тобто деформації відбуваються в умовах проміжних між ізотермічними й адіабатичними, можливі незворотні втрати тепла, чим й характеризується внутрішнє тертя.

Виходячи з цих уявлень, Зінер прийшов до наступної залежності між напруженням (τ) й деформацією (ε):

$$\tau + \tilde{\lambda}\dot{\tau} = G_T \cdot \varepsilon + \tilde{\lambda} \cdot G_s \cdot \dot{\varepsilon} = G_T \cdot \varepsilon + \tilde{\lambda} \cdot G_T \cdot \left(\frac{G_s}{G_T}\right) \cdot \dot{\varepsilon}, \qquad (20)$$

де $\tilde{\lambda}$ - час релаксації температури, а G_T й G_s - відповідно ізотермічний та адіабатичний модулі зсуву.

Слід зазначити, що рівняння (20) цілком аналогічне рівнянню (16) у теорії пружно-в’язкого тіла. Слід лише зробити наступні заміни у останньому: $x \to \tilde{\lambda}; G \to G_T; x' \to \tilde{\lambda}\frac{G_s}{G_T}$. Тому всі залежності (17)-(19) залишаються. По суті, ізотермічний та адіабатичний модулі зсуву G_T й G_s відповідають довготривалому й миттєвому модулям зсуву G та H . Звідси зрозуміло, що теорія Зінера не дає якісно нових результатів у порівнянні з узагальненою теорією пружно-в’язкого тіла (Ішлінського-Ржаніцина). Розглянемо далі теорію спадковості Больцмана-Вольтерра. Якщо досліджувати шляхи узагальнення лінійного співвідношення між τ та ε, тоді можна обрати шлях побудови інтегральну залежність дав Больцман [24], а загальні методи розв’язку рівнянь, складених по теорії Больцмана, були дані В.Вольтерра, у його теорії інтегро-диференціальних рівнянь [25] й функціоналів [26]. Больцман назвав своє дослідження теорією пружної післядії, оскільки вивчення цієї властивості матеріалу (КПТ) стояло у центрі його уваги. У наступних роботах інших авторів її стали називати теорією середовища зі спадковістю. Цю теорію розвинули Бенневітц [27], Дерягін [28], Ржаніцин [19], а також Е. Вольтерра [29].

Основні риси теорії больцмана полягають у наступному. Деформація тіла залежить не тільки від сили, діючої у даний момент часу, але й від тих сил, котрі діяли на тіло (КПТ) у попередній його історії. Вплив цих сил підкоряється принципу суперпозиції, або накладання, який полягає у тому, що результуюча деформація у даний момент часу представляється сумою деформацій, які відповідають кожній з раніше діючих сил, із урахуванням зменшення за час, що минув. Так, якщо тіло (КПТ) знаходилось за час dt', який закінчується у момент часу t', під впливом напруження зсуву $\tau(t')$, тоді до моменту часу $t > t'$ від дії цього напруження залишиться деформація:

$$d\varepsilon = \frac{\tau(t')}{G} \cdot K(t-t')dt'. \tag{21}$$

Тут $K(t-t')$ функція, яка характеризує спадкові властивості матеріалу. Повна деформація ε, яка складається з миттєвої деформації у момент t й деформації, що залишається до цього моменту від впливів за всю історію тіла (КПТ), котра відраховується від початку $t_0 = -\infty$, може бути подана наступним виразом:

$$\varepsilon(t) = \frac{\tau(t)}{G} + \frac{1}{G} \cdot \int_{-\infty}^{t} \tau(t') \cdot K(t-t')dt', \tag{22}$$

З цього виразу чітко видно, що напруження $\tau(t')$, яке діяло у попередній момент часу t', впливає на деформацію у поточний момент тим сильніше, чим більше було це напруження, чим триваліше воно діяло й чим коротше «історичний» проміжок часу $(t-t')$. Функція $K(t-t')$, яка монотонно спадна зі збільшенням аргументу, має різні назви: спадкова функція, функція впливу, функція запізнення, функція пам’яті. Якщо вираз (22) розглядати як інтегральне рівняння, вважаючи функцію τ шуканою, тоді $K(t-t')$ буде представляти ядро цього рівняння.

Ядро для даного матеріалу (КПТ) повинно обиратись із урахуванням даних дослідів.

Введенням нової змінної $\bar{\tau} = t - t'$ можна (22) перетворити до виду:

$$\varepsilon(t) = \frac{\tau(t)}{G} + \frac{1}{G} \cdot \int_{0}^{\infty} \delta(t-\bar{\tau})(t') \cdot K(\bar{\tau})d\bar{\tau}, \tag{23}$$

де $\delta(t-\bar{\tau})$ – дельта функція П.Дірака аргументу $(t-\bar{\tau})$. Внаслідок відставання деформації від напруження між останніми при циклічному деформуванні виникає зсув фаз, з котрим неминуче пов’язана втрата енергії деформації.

Для експоненціального ядра

$$K(\bar{\tau}) = \tilde{x} \cdot \exp(-b \cdot \bar{\tau}) \tag{24}$$

Теорія Больцмана зводиться до теорії Фойхта (Кельвіна-Фойхта). Для ядра, запропонованого Больцманом щодо опису після-дії [24]:

$$K(\bar{\tau}) = \frac{\tilde{x}}{\bar{\tau}} \tag{25}$$

де як і у (24), $\tilde{x}$ - постійна, можна отримати некоректний результат (коефіцієнт поглинання матеріалом (КПТ) енерції коливань за гармонічно змінного напруження дорівнює 0).

До речі, існує така форма ядра K , за якою теорія Больцмана дає практичний результат, відомий у експериментах (у т.ч. з КПТ), згідно котрому коефіцієнт поглинання енергії коливань (гармонічного типу) не залежить від їх частоти ω. Аналіз своєрідної теорії Бенневітца [30] показав її повну аналогію з теорією Больцмана, якщо у останній прийняти ядро у вигляді:

$$K(\bar{\tau}) = \frac{\tilde{x}}{\bar{\tau} + \tilde{\upsilon}}, \tag{26}$$

де $\tilde{x}, \tilde{\upsilon}$ - постійні матеріалу (КПТ), причому $\tilde{\upsilon} \to 0$.

Таким чином, за ядра (26) коефіцієнт поглинання енергії практично не залежить від частоти й у цьому сенсі розглядувана теорія співпадає з експериментом. Але, слід підкреслити, що вона абсолютно неприйнятна для опису після дії й релаксації, оскільки деформація післядії стає необмежено зростаючою.

Для гармонічно змінного напруження. Коефіцієнт поглинання (ψ) за теорією Больцмана визначається формулою [20]:

$$\psi = 2\pi \cdot \frac{\beta}{(1+\alpha)}, \tag{27}$$

де через α й β позначені визначені інтеграли:

$$\alpha = \int_0^\infty K(\bar{\tau}) cos\omega\bar{\tau} d\bar{\tau}, \qquad \beta = \int_0^\infty K(\bar{\tau}) sin\omega\bar{\tau} d\bar{\tau}, \tag{28}$$

Тобто ψ залежить від виду ядра $K(\bar{\tau})$.

У цілому, теорія Больцмана, як теорія внутрішнього тертя, має великий теоретичний інтерес. Проте, вона мабуть, не здатна одночасно добре описувати й внутрішнє тертя, й післядію.

Далі, на нашу думку, доцільно розглянути результат теорії повзучості бетону Гвоздєва, які дозволяють доволі адекватно описувати геодинамічну КПТ.

Для опису явища повзучості бетону О.О. Гвоздєв [31] розглядав останній як псевдо тверде тіло, яке складається із жорсткого скелету й рідинно-газоподібної фази, що заповнює пори. Для спрощення своєї теорії він прийняв гіпотезу Фрейссіне [32], згідно з котрою об'ємна деформація бетону супроводжується фільтрацією рідини у порах внаслідок її віджиму чи всмоктування. Фільтрація впродовж довгих шляхів вимагає значного часу, внаслідок чого деформації бетону (і, на нашу думку, КПТ) продовжується ще тривалий час після прикладання навантаження. Зрозуміло, що циклічні деформації такого псевдо твердого тіла будуть зв'язані з певною дисипацією енергії, тобто з ефектом внутішнього тертя.

Якщо застосувати цю теорію до задачі про круговий бетонний циліндр (або волокно циліндричної форми КПТ) радіуса R, торцьових поверхонь котрого прикладені поздовжня сила й згинаючий момент, її автор отримує для деформацій стискування й згину (у кінцевому волокні, у середній частині циліндра) вираз виду:

$$\varepsilon_z = \frac{n(\theta)}{E} + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{4G}\right) \cdot \int_0^\theta n(\bar{\tau}) \cdot K(\theta - \bar{\tau}) d\bar{\tau}, \tag{29}$$

де: $n(\theta)$ - напруження при стискуванні чи згині; E та G початкові модулі (нормальний та зсуву); $\theta = \frac{t \cdot a^2}{R^2}$, де a - постійна, t - час; $K(\theta - \bar{\tau})$ - подається сумою експоненціальних функцій:

$$K(\theta - \bar{\tau}) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A \cdot \delta_k^2}{(\delta_k^2 - B)} \cdot exp\{-\delta_k^2 \cdot (\theta - \bar{\tau})\}, \tag{30}$$

де A та B - постійні, а δ_k - параметр, за яким знаходять суму.

Важливо підкреслити, що залежність (29) має форму інтегрального співвідношення Больцмана з ядром (30).

Отже, ця теорія визначає суттєву залежність дисипації енергії від частоти циклів, що узгоджується з фізичними припущеннями теорії. Дійсно, з підвищенням частоти деформацій псевдо тверде тіло (КПТ) повинно наближатись за своїми властивостями до ідеально пружного тіла, оскільки фільтрація рідинно-газоподібної фази при дуже високій частоті неможлива.

На останок розглянемо ще результати теорії напружного опору матеріалу (КПТ) Є.С. Сорокіна [33].

Залежність між змінними (циклічними) напруженням τ й деформацією ε, що враховує напружний опір матеріалу (КПТ), обумовлений мікропластичними деформаціями, має у комплексному представленні (за допомогою функцій комплексної змінної) вид:

$$\tau = [1 + i \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_0)] \cdot G \cdot \varepsilon, \tag{31}$$

де ε_0 - амплітуда циклічної деформації зсуву; $\bar{\gamma}(\varepsilon_0)$ - коефіцієнт непружного опору (або коефіцієнт внутрішнього тертя), який є функцією амплітуди деформації; i - уявна одиниця (тобто $i^2 = -1$).

Величини τ й ε – комплексні функції, а всі інші-дійсні.

Присутність перед $\bar{\gamma}$ множника і означає, що непружна циклічна деформація $\bar{\gamma}(\varepsilon_0) \cdot \varepsilon$ відстає від пружної циклічної деформації ε на кут $\pi/2$; інакше кажучи, циклічна деформація ε відстає від циклічного напруження τ на кут α, рівний:

$$\alpha = arctg\{\bar{\gamma}(\varepsilon_0)\} \tag{32}$$

Вид функції $\bar{\gamma}(\varepsilon_0)$ може бути встанвлений лише дослідним шляхом.

Коефіцієнт поглинання енергії

$$\psi = 2\pi \cdot \bar{\gamma}(\varepsilon_0), \tag{33}$$

(Загальноприйнята міра внутрішнього тертя у різноманітних матеріалах визначається з енергетичних міркувань й представляє відношення:

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}, \tag{34}$$

де ΔW - незворотньо поглинута тілом за один цикл коливань частина енергії циклічних деформацій; W - потенціальна енергія тіла, яка відповідає амплітуді деформацій за той самий цикл. При цьому припускають, що втрати на зовнішні опори відсутні. Величину ψ називають коефіцієнтом поглинанням [20]. Іноді її називають відносним внутрішнім опором [34], питомою енергією затухання [21], специфічним розсіюванням [35] чи питомим розсіюванням енергії [36]. У динамічні розрахунки коефіцієнт ψ входить разом із множником $1/(2\pi)$, котрий характеризує циклічність процесу. Тому зручніше у теорії оперувати з величиною $\bar{\gamma} = \psi/(2\pi)$, яку називають коефіцієнтом внутрішнього тертя [20]).

У найбільш загальному випадку залежність $\psi(\varepsilon_0)$, де ε_0 - амплітуда деформації, можна подати функцією:

$$\psi(\varepsilon_0) = \psi_0 \cdot \left\{ \frac{\varepsilon_0}{(\alpha + \varepsilon_0)} + \frac{\tilde{\lambda} \cdot \varepsilon_0^q}{1 + \beta \cdot \varepsilon_0^2} \right\}, \tag{35}$$

де $\psi_0, \alpha, \beta, \psi_0, q$ - деякі постійні конкретного матеріалу (КПТ).

Залежність (31) узгоджуються з основними дослідними даними з внутрішнього тертя. Коефіцієнт дисипації ψ не залежить від швидкості деформації, але є повною функцією амплітуди деформації. У роботі [37] було показано, що при $\bar{\gamma} = const$ співвідношення (31) можна застосовувати для різних періодичних й неусталених процесів деформування.

У результаті розгляду теорій, наведених у п.1 даної роботи, можна зробити наступні висновки. Теорії, які задовільно й добре описують спадкові властивості матеріалів (у т.ч. КПТ), погано описують внутрішнє тертя у матеріалі. І навпаки, теорії, які задовільно й добре описують внутрішнє тертя у матеріалі, погано описують чи взагалі не здатні описувати спадкові властивості матеріалу. Більш того, чим краще теорія описує спадкові властивості матеріалу, тим гірше вона описує внутрішнє тертя й навпаки. Особливо опукло цей факт вступає з аналізу теорії Больцмана-Вальтерра. При ядрі інтегрального виразу, котре забезпечує непоганий опис спадкових властивостей матеріалу, виходить поганий опис внутрішнього тертя у матеріалі (ψ різко спадає із зростанням частоти ω). При ядрі, обраному так, щоб воно добре описувало внутрішнє тертя (щоб ψ не залежить від частоти ω) виходить незадовільний опис після дії і релаксації.

Цей факт, який ми спостерігаємо, не є випадковістю, й він пояснюється тим, що спадкові властивості й внутрішнє тертя у матеріалі різну фізичну природу.

Теорії, здатні описувати спадкові властивості, неодмінно вводять у залежність $\tau(\varepsilon)$члени, які характеризують в'язкість. Теорії, котрі добре описують внутрішнє тертя, неодмінно вводять у залежність $\tau(\varepsilon)$ члени, які характеризують пластичність.

Таким чином, перший висновок з аналізу теорій пружних недосконалостей полягає у тому, що явища спадковості керовані в'язкими властивостями тіла (КПТ), а явища внутрішнього тертя – у основному пластичними властивостями тіла (КПТ). Іншими словами, в'язкий елемент є носієм спадкових властивостей тіла, а пластичний елемент – носієм внутрішнього тертя.

З аналізу розглянутих вище теорій можна також стверджувати, що для надійного опису пружних недосконалостей реальних тіл необхідно розглядати тіло, яке утворене (складене) з множини пружних, в'язких (як у теорії Больцмана-Вальтерра) й пластичних (як у теорії Ішлінського, Сорокіна та ін.) елементів з різними значеннями характеристик пружності, в'язкості й пластичності, розподіл котрих у конкретній моделі підпорядкований деякому статистичному закону, що встановлюється дослідним шляхом.

Отже, другий висновок з аналізу розглянутих вище теорій полягає у тому, що для опису пружних недосконалостей реальних тіл потрібна модель неоднорідного пружно-в'язко-пластичного тіла (КПТ) й потрібен статистичний підхід до дослідження неоднорідності цього тіла (КПТ).

У якості третього висновку з аналізу наведених вище теорій слід зазначити, що майже усі теорії внутрішнього тертя, котрі добре узгоджуються з дослідом, дуже складні й тому не застосовуються широко у прикладних дослідженнях.

Вийняток представляє загальна теорія непружного опору матеріалу. З цим фактом не можна не рахуватись! Теорія внутрішнього тертя, яка претендує на роль прикладної, повинна відповідно обирати розумний компроміс між надійністю й складністю. Саме цим умовам задовольняє теорія непружного опру матеріалу Є.С.Сорокіна.

У подальшому, для КПТ фізична природа пружних недосконалостей буде зводитись до фільтрації рідинно-газоподібної фази у порах, котра підсилює повзучість, а також тріщини, які підвищують внутрішнє тертя. Саме такі джерела пружних недосконалостей справляють значний вплив на повільні процеси деформування й практично не впливають на швидкі процеси деформування. До повільних відносять: повільні місцеві пластичні деформації (повзучість), в'язку поведінку часточок КПТ, теплову дифузію, атомну дифузію, фільтрацію рідинно-газоподібної фази у порах КПТ. Механічним аналогом цих фізичних джерел є в'язкий опір.

Крім того існують такі джерела непружності, котрі справляють вплив у рівній мірі як на повільні, так і на швидкі процеси деформування. Такими є миттєві (тобто ті, що відбуваються зі швидкістю звуку) пластичні деформації місцевого характеру, а також тріщини, в котрих при деформуванні можливим є виникнення сухого тертя. Механічнии аналогом цих фізичних джерел (цілком можливих й у КПТ) є кулонівське тертя, оскільки діаграми деформування при кулонівському терті й пластичній поведінці тіла (КПТ) однакові.

2. Моделювання хвилеподібних процесів у КПТ в межах різних реологічних моделей тіла.

Розглянемо спочатку тіло Максвелла. Наявність властивості пружності у в'язкопружному середовищі призводить до скінченої швидкості розповсюдження збурень у ньому. Для визначення величини цієї швидкості слід зазначити, що у розглядуваному плоскому прямолінійному зсувному русі основному рівнянню динаміки «у напруженнях» при відсутності об'ємних сил можна надати наступного вигляду [3] (рис.1):

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (36)$$

де ρ - щільність матеріалу, який приймає участь у зсувній течії.

Беручи від обох частин рівняння (10) похідну по часу, матимемо:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} + \frac{\partial \tau}{\partial t} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t}, \tag{37}$$

Або, згідно (36),

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\upsilon}{\lambda} \cdot \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2}, \tag{38}$$

де $\upsilon = \mu/\rho$ - кінематична в'язкість матеріалу.

Це рівняння у частинних похідних гіперболгічного типу («телеграфне» рівняння) описує хвильове розповсюдження визначається значенням кореня квадратного з коефіцієнту при $\frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2}$, не залежить від в'язкості середовища (КПТ) й дорівнює:

$$W = \sqrt{\frac{\upsilon}{\lambda}} = \sqrt{\frac{\upsilon \cdot G}{\mu}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{39}$$

Наявність у в'язкопружніх середовищ скінченої швидкості розповсюдження збурень має своїм наслідком виникнення у рухомій в'язкопружності рідині (модель КПТ) залежності руху у даній точці потоку від попередніх рухів у точках розміщених зверху за потоком. Таке явище називають «впливом передісторії» потоку, а рідини, які мають цю властивість, - роду «спадкових» рідин.

Розглянемо далі тіло Фойхта (Кельвіна-Фойхта).

Вираз (5)подамо наступним чином:

$$\tau = G \cdot \varepsilon + \mu \cdot \dot{\varepsilon} \Leftrightarrow \tau = G \cdot \varepsilon + \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{40}$$

Продеференціюємо (40) по один раз:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = G \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \mu \cdot \frac{\partial u^2}{\partial y^2}, \tag{41}$$

Потім (41) продиференціюємо по t один раз й врахуємо (36), матимемо:

$$\rho \cdot \frac{\partial u^2}{\partial t^2} = G \cdot \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial t}. \tag{42}$$

Отже, у тілі Фойхта (Кельвіна-Фойхта) можливі хвилеподібні рухи швидкості зсувної течії $u(y,t)$зі швидкістю розповсюдження цих хвиль W(39), а останній член y(42), котрий стоїть у правій частині, описує затухання цих хвиль. При $\mu = 0$ маємо класичне хвильове рівняння для $u(y,t)$.

Розглянемо далі модель тіла Ішлінського-Ржаніцина (яка переходить у модель Зінера). Запишемо (16) у вигляді:

$$\tau + x \cdot \dot{\tau} = G \cdot \varepsilon + x' \cdot G \cdot \dot{\varepsilon} \Leftrightarrow \tau + x \cdot \dot{\tau} = G \cdot \varepsilon + x' \cdot G \cdot \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{43}$$

Продиференціюємо (43) по один раз. Матимемо:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} + x \cdot \frac{\partial \dot{\tau}}{\partial y} = G \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + x' \cdot G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{44}$$

Тепер (44) продиференціюємо один раз по t й врахуємо рівняння (36), матимемо:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t}\right\} + x \cdot \rho \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} = G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x' \cdot G \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial t}, \tag{45}$$

або:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - x \cdot \rho \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + x' \cdot G \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial t}, \tag{46}$$

При $x = x' = 0$ маємо класичне хвильове рівняння для $u(y,t)$. Швидкість розповсюдження хвиль $u(y,t)$ – W описується співвідношенням (39), а останні два члени у правій частині (46) описують процеси затухання таких хвиль .

Використання моделі Є.С, Сорокіна (31) дозволяє для зсувних хвиль розповсюдження $u(y,t)$ отримати:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\widetilde{C}_0^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Leftrightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \widetilde{C}_0^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{47}$$

де $\widetilde{C}_0^2 = \frac{G}{\rho} \cdot (1 + i \cdot \overline{\gamma})$. При цьому y (47) $u(y,t)$ - функція комплексна, а швидкість розповсюджена таких хвиль $u(y,t)$ співпадає з W (39). Якщо подати (47) у більш детальному вигляді, тоді матимемо:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{G}{\rho} \cdot i \cdot \overline{\gamma} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{48}$$

Останній член у правій частині (48) описує процеси затухання/поглинання хвиль при їх розповсюдженні у даному модельному середовищі.

Отже, при моделюванні хвилеподібних процесів у КПТ, що описується моделями тіл Фойхта (Кельвіна-Фойхта), Максвелла, Ішлінського-Ржаніцина (Зінера) та Є.С.Сорокіна виникають коливання, що розповсюджуються у таких середовищах зі швидкістю W (39), хоча затухають/поглинаються при цьому вони по-різному (за різними законами дисипації).

Крім того, лише у тілах Максвелла виникають хвилі напружень, а у всіх інших, розглянутих у п.2 дослідження тілах, виникають хвилі швидкості зсувної течії $u(y,t)$ (при одновимірній постановці задачі для плоского зсувного руху/течії матеріалу вздовж вісі *0x* (рис.1)).

3. Пульсуючий ламінарний рух в'язкопружної рідини по циліндричній трубі/волокну кругового профілю.

У даному пункті викладений розв'язок задачі про усталений пульсуючий рух в'язкопружної рідини (Фойхта, Максвелла, Ішлінського-Ржаніцина, Зінера) у циліндричній трубі/волокні кругового перерізу. При цьому у наведених нижче співвідношення фігурує параметр $\mu_{екв}$(еквівалентна динамічна в'язкість в'язкопружної рідини) або $\upsilon_{екв} = \mu_{екв}/\rho$.

Величина $\mu_{екв}$, $\upsilon_{екв}$ для кожної моделі своя й має наступний вигляд (у випадку гармонічного закону зміни перепаду тиску у трубі з частотою ω):

а) модель Фойхта (Кельвіна-Фойхта) –

$$\mu_{екв} = \sqrt{\mu^2 + G^2 \cdot \omega^2}; \tag{49}$$

б) модель Максвелла –

$$\mu_{екв} = \mu/\sqrt{1 + \lambda^2 \cdot \omega^2}, \tag{50}$$

в) модель Ішлінського-Ржаніцина (Зінера) –

$$\mu_{екв} = \frac{1}{(1 + x^2\omega^2)} \cdot \left\{\sqrt{(\tilde{\mu} - Gx\omega^2) + (x\tilde{\mu} + G)^2 \cdot \omega^2}\right\}, \tag{51}$$

де $\tilde{\mu} = x' \cdot G$.

(Зазначимо, що формули (49)-(51) визначають лише модуль, який взагалі кажучи, у таких процесах є величиною комплексного й має ще деякий фазовий множник, котрий символізує зсув фаз між τ та $\dot{\varepsilon}$).

Отже, розглянемо нестаціонарний рух в'язкої рідини (з еквівалентною в'язкістю, що відповідає конкретній моделі в'язкопружної рідини (КПТ)) у циліндричних каналах кругового перерізу (у порових каналах КПТ кругового перерізу), що описується рівнянням [2,3,6]:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \upsilon_{екв} \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r}\right) = \frac{1}{\rho} \cdot f(t), \tag{52}$$

де v - швидкість руху в'язкої рідини, $\upsilon_{екв}$ - її еквівалентна кінематична в'язкість, ρ - густина рідини, r - змінний радіус порового каналу (КПТ).

Проінтегруємо рівняння (52) за граничної умови $v = 0$ при $r = a$ (a - радіус порового каналу) й за початкової умови $v = v_0(r)$ при t (у випадку вісесиметричного руху). Використовуючи результати робіт [2,3,17], для усталеного пульсуючого руху, що відповідає гармонічному закону зміни перепаду тиску у поровому каналі $f(t) = \rho \cdot A \cdot cos\omega t$, де $A = \Delta p/(\rho l)$ - перепад тиску (Δp) на довільно обраному проміжку порового каналу довжиною l.

Розв'язок рівняння (52) подамо у вигляді, отриманому у [17], що дозволяє визначити розподіл поля швидкостей у поровому каналі радіуса наступним чином:

$$\frac{v(r,t)}{(A/\omega)} = \left[1 - \frac{(k_1 + k_2)}{k^2}\right] \cdot \sin(\omega t) + \left[\frac{(k_3 + k_4)}{k^2}\right] \cdot \cos(\omega t) \tag{53}$$

де:

$$k_1 = bei\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) \cdot bei\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right); \ k_2 = ber\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) \cdot ber\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right);$$

$$k_3 = bei\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) \cdot ber\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right); \ k_4 = ber\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) \cdot bei\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right); \tag{54}$$

$$k^2 = ber^2\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) \cdot bei^2\left(a\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right);$$

$$ber(x) = Re\{I_0(x\sqrt{i})\} \quad bei(x) = -Im\{I_0(x\sqrt{i})\}$$

$I_0(x\sqrt{i})$ - беселева функція нульового порядку від комплексного аргументу, а $ber(x)$ й $bei(x)$ - дійсні функції Кельвіна, Re - дійсна частина, Im - уявна частина виразу [3].

Згідно [17] представимо вираз (53) через одну тригонометричну функцію:

$$\frac{v(r,t)}{(A/\omega)} = v_0 \cdot \sin(\omega t + \theta), \tag{55}$$

де:

$$v_0 = \sqrt{p^2 + q^2}; sin\theta = \frac{q}{v_0}; p = \frac{k^2 - (k_1 + k_2)}{k_2}; q = \frac{(k_3 - k_4)}{k^2} \tag{56}$$

Вираз $(p^2 + q^2)$ зручно подати у вигляді:

$$p^2 + q^2 = \frac{1}{k^2}\left[k^2 + bei^2\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) + ber^2\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) - 2(k_1 + k_2)\right] = \tag{57}$$
$$= \frac{1}{k^2}[k_2 + k_r^2 - 2(k_1 + k_2)],$$

де:

$$k_r^2 = bei^2\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right) + ber^2\left(r\sqrt{\frac{\omega}{\upsilon_{екв}}}\right). \tag{58}$$

Таким чином, як і у [17], із урахуванням (57) й (58) поле швидкостей (55) розраховується за такими виразами:

$$\frac{v(r,t)}{(A/\omega)} = v_0(r) \cdot \sin\left(\omega t + \theta_{(r)}\right), \tag{59}$$

де:

$$v_0(r) = \sqrt{\frac{k_2 + k_r^2 - 2(k_1 + k_2)}{k^2}}, \sin\theta_{(r)} = \frac{k_3 - k_4}{\sqrt{k^2 \cdot \left(k_2 + k_r^2 - 2(k_1 + k_2)\right)}} \tag{60}$$

Із виразу (59) видно, що поле швидкостей визначається коефіцієнтом $v_0(r)$ (амплітудою), який залежить від параметрів $a\sqrt{\frac{\omega}{v_{екв}}}$, $r\sqrt{\frac{\omega}{v_{екв}}}$та фазою (аргументом sin).

Перш за все визначимо моменти часу, у які поле швидкості відсутнє (тобто $v(r,t) \equiv 0$):

$$\omega t = \theta_{(r)} = n\pi, \quad n \in N, \tag{61}$$

Крім того, перший момент, коли це поле швидкостей відсутнє, визначається за співвідношення:

$$t = -\frac{\theta_{(r)}}{\omega}, \quad \theta_{(r)} < 0 \Leftrightarrow k_3 < k_4. \tag{62}$$

Об’єднуючи вирази (61) й (62) маємо умову, за якої поле швидкостей у поровому каналі відсутнє:

$$\omega t = \theta_{(r)} = n^* \cdot \pi, \ \text{де}\, n^* = 0,1,2,3,\cdots \tag{63}$$

Тобто, у момент часу t_{n^*}, що визначається зі співвідношення:

$$t_{n^*} = \frac{n^* \cdot \pi - \theta_{(r)}}{\omega}, \tag{64}$$

потік в’язкопружної рідини у поровому каналі відсутній.

Так само знаходимо умову (по часу), за якої потік в’язкопружної рідини у поровому каналі спрямований у тому ж напрямку, що й зміна тиску у каналі (співпадає фаза поля швидкостей з фазою зміни тиску), а амплітуда цього потоку дорівнює $v_0(r)$ (60):

$$\omega \cdot t + \theta_{(r)} = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \quad n \in N \tag{65}$$

або:

$$t_n = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi\right) - \theta_{(r)}}{\omega}, \tag{66}$$

Існує також ситуація (й умова) по часу t, за якої потік в’язкопружної рідини у поровому каналі спрямований у протилежному напрямку щодо зміни тиску у каналі (фаза) поля швидкостей протилежна до фази зміни тиску), тобто виникає обернена пульсуюча течія максимальної амплітуди $v_0(r)$(60):

$$\omega \cdot t + \theta_{(r)} = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi, \quad n \in N, \tag{67}$$

або:

$$t_{\bar{n}} = \frac{\left(\frac{3\pi}{2} + 2n\pi\right) - \theta_{(r)}}{\omega} \tag{68}$$

Використовуючи вирази (60), можна побудувати криві зміни коефіцієнта v_0 при $r = 0$ від частоти гармонічної дії ω при різних значеннях радіуса а порового каналу (КПТ) (рис. 2).

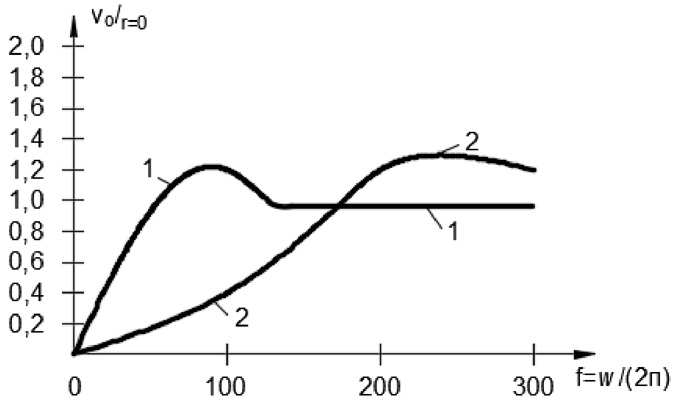

Рисунок 2 – Залежність коефіцієнт $v_0|_{r=0}$ від частоти ω:

$$1 - a = 2{,}5 \cdot 10^{-4} м; 2 - a = 12{,}5 \cdot 10^{-5} м.$$

Нижче наведена таблиця значень частоти $f = \omega/(2\pi)$, Гц коливань, яка є оптимальною (з метою досягнення найбільш високих значень v_0).

Таблиця 1

Значення частоти $f = \omega/(2\pi)$, Гц коливань, яка є оптимальною

a, м	$f = \omega/(2\pi)$, Гц
$2{,}5 \cdot 10^{-4}$	10^2
$1{,}25 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^2$
$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^3$
$1{,}0 \cdot 10^{-5}$	10^4
$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^5$
$1{,}0 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^6$
$1{,}0 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^7$
$1{,}0 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^8 - 10^9$
$1{,}0 \cdot 10^{-10}$	10^{10}

Отже, для нанопорових каналів (радіус $a \approx 10^{-9}$ м) доречно хвильову обробку у КПТ здійснювати на частоті $f \approx 10^9$ Гц=1 ГГц, тобто у каналі такого розміру (й менше) доцільна обробка у ультразвуковому та гіперзвуковому діапазонах частот.

Розв'язок задачі щодо приведення у рух у циліндричному каналі кругового перерізу (КПТ) в'язкопружної рідини під дією миттєво прикладеного заданого постійного перепаду тиску отриманий у [38].

У правій частині рівняння (52) у цьому випадку слід прийняти:

$f(t) = const = \Delta p/l$, а початкова та гранична умови будуть: $v = 0$ при $t = 0$, $v = 0$ при $r = a$.

Розв'язок цієї задачі зводиться до рядів, які мають у своєму складі бесселеві функції. Наведемо тут остаточний результат:

$$v(r,t) = a^2 \cdot \frac{\Delta p}{4\mu_{екв} \cdot l} \times\times \left[1 - \frac{r^2}{a^2} - 8 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} exp\left(-\frac{v_{екв} \cdot \lambda_k^2 \cdot t}{a^2}\right) \cdot \frac{I_0\left(\lambda_k \cdot r/a\right)}{\lambda_k^3 \cdot I_1(\lambda_k)}\right] \quad (69)$$

У (69) λ_k - корені рівняння $I_0(\lambda_k)$, а I_0та I_1 - функції Бесселя нульового й першого порядку відповідно. Перші два члени (складові) у квадратній дужці описують усталений (при $t \to \infty$) рух в'язкопружної рідини/тіла й відповідають відомій параболі Пуазейля [3].

Висновки

1. Обгрунтовані теоретичні моделі. Які описують коливний рух в'язкопружних тіл (моделей КПТ) та хвильові процеси, що виникають у них при цьому.
2. Проведений порівняльний аналіз існуючих моделей КПТ, які задовільно описують як спадкові явища (релаксація та післядія), так і внутрішнє тертя, що в них виникає.
3. При гармонічній дії на поровий канал КПТ швидкість руху в'язкої/в'язкопружної рідини в каналі досягає найбільших значень у певному діапазоні частот (ультразвуковому/гіперзвуковому) в залежності від радіусу порового каналу.
4. Пульсуючий рух в'язкої/в'язкопружної рідини (модель рідини, яка знаходиться у окремих порах чи каналах КПТ) супроводжується хвилями стискування-розрідження й знакозмінними фільтраційними потоками. Встановлені умови, за яких виникає протитечія у порових каналах КПТ.
5. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використанні для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку фільтраційних потоків у порових каналах КПТ з метою розробки перспективних методів підвищення просування в'язкої/в'язкопружної рідини впродовж вказаних каналів (при сушці КПТ, покращені динаміки тепломасообмінних процесів у КПТ та ін.).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Helmholtz H. Über electrische Grenzschichten//Ann.d. Phys. U.Chem. – 1879.-Bd.7. –S. 337-382.
2. Громека И.С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках//ученые записки Казанского ун-та, 1882, а также Соб.соч. – М.: Изд-во АнСССР, 1952. – С.149-171.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840с.
4. Szymanski P. Qnelqnes solutions exactes des equations de l'hydrodynamique de fluide visquenx daus un tube cylindrique//Journ.de Mathem.-1932.-T.11.-P.67-107.
5. Лурье А.И. Операционное исчисление. – М.: ОНТИ, 1935. – С.205-209.
6. Лямбоси П. Вынужденные колебания несжимаемой вязкой жидкости в жесткой горизонтальной трубе. – В сб.
7. Афанасенков И.И. Опыт и перспективы промышленного использования акустического воздействия в различных скважинах/ И.И. Афанасенков, Е.Ф. Жуйков// Нефтяное хозяйство. – 1999. - №12.- С.16-19.
8. Войтенко В.С. Волновая обработка коллекторов нефти и газа/ В.С. Войтенко, В.Н. Иовец, А.М. Киреев, Ю.В. Семенов// Минск: Юнипак. – 2005. – 253с.
9. Горбачев Ю.И. Физико-химические основы ультразвуковой очистки призабойной зоны нефтяных скважин/ Ю.И. Горбачев// Гео-информатика. – 1998.- №3. –С.55-67.
10. Горбачев Ю.И. Фкустическое воздействие и повышение рентабельности разработки нефтяных месторождений/ Ю.И. Горбачев// Каротажник. – 1999. – Выш.60. – С.55-67.
11. Нагорний В.П. Динамічні процеси у геофізичних середовищах: теорія, експеримент, технології/ В.П. Нагорний, С.В. Микуляк, Д.Б. Венгрович та ін.. – К.:Інтерсервіс, 2016. – 244с.
12. Нагорний В.П. Імпульсні методи інтенсифікації видобутку вуглеводнів/ В.П. Нагорний, І.І. Денисюк. – К.: Ессе, 2012. – 323с.
13. Нагорний В.П. Підвищення нафтогазовіддачі пластів шляхом акустичної дії/В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, Я.О. Юшицина// Геоінформатика. – 2012. - №4. – С.19-21.
14. Нагорний В.П. Перспективи застосування амплітудно-модульованих хвиль для підвищення дебіту видобувних свердловин/ В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, В.М. Ліхван// Нафтогазова галузь України. – 2014. - №5. – С.22-26.
15. Кучернюк А.В. Комплексні технології ударно-хвильової дії на продуктивні горизонти як інструмент підвищення ефективності експлуатації нафтових родовищ / А.В. Кучернюк // Нафтова і газова промисловість. – 2003. - №5. – С.23-27.
16. Кузнецов О.Л. Применение ультразвука в нефтяной промышленности/ О.Л. Кузнецов, С.Ф. Ефимова. – М.: Недра, 1983. – 193с.
17. Нагорний В.П., Денисюк І.І. Математичне моделювання поля швидкостей в'язкої рідини у фільтраційних каналах нафтоносного пласта під дією гармонічних хвиль // Вісник ХНТУ (Херсон). – 2017. - №3 (62). – Том 2. – С.166-170.
18. Мирзаджанзаде А.Х., Мирзоян А.А., Гевинян Г.М., Сенд-рза М.К. Гидравлика глинистіх и цементніх растворов. – М.: Недра, 1966. – С.31-43.
19. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. – М.: Мир, 1964. – С.20,21.
20. Ишлинский А.Ю.// Прикладная математика и механика. – 1940. – Т.IV. – Вып.1.
21. Ржаницын А.Р. Некоторые вопросы механіки систем, деформирующихся во времени. – М.: Гостехоретиздат, 1949.
22. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. – М.: ЦНИИСК, 1960. – 130с.
23. Упругость и неупругость метал лов. Сборник переводов. – М.: Издательство иностранной литературы, 1954.

24. Zener C.//The Physical Review. – 1937. – Vol.52. – No.3. – P.230.
25. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.: Гостехиздат, 1953.
26. Boltzman L.//Annalen der Physik.- 1876. – V.7. –S.624.
27. Volterra V. Lecous sur bs equatious integrals et les equations integro-differentielles. - Paris, 1913
28. Volterra V. Theory of Functionals. – London, 1931.
29. Bennewitz K.// Physikalische Zeitschrift.-1920. – V.21. –S.703.
30. Дерягин Б.// Геофизика. – 1931. – Т.1. - №1-2; 1932. – Т.2. - №4.
31. Volterra E.// Journal of Applied Mechanics.-1950. – V.17. – No.4, 1951. –V.18. –No.3.
32. Bennewitz K.// Physikalische Zeitschrift. – 1924. V.25. – S.417.
33. Гвоздев А.А. // Известия Ан СССР. ОТН. – 1943. - №9-10.
34. Фрейссине. Переворот технике бетона. – М.: ОНТИ, 1938.
35. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания // Сборник «Исследования по динамике сооружений». – М.: Госстройиздат, 1951.
36. Динамические свойства строительных материалов // Сборник ЦНИПС. – М.: Строиздат, 1940.
37. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. – М.: Изд-во иностранной лит-ры, 1955.
38. Современные метода испытаний материалов в машиностроении. – М.: Машизд, 1956.
39. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материалоа при расчете конструкций на колебания // сборник «Исследования по динамике сооружений». М.: Госстройиздат, 1951.
40. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Гостехиздат, 1955. – С.322-326.

REFERENCES

1. Helmholtz H. Über electrische Grenzschichten//Ann.d. Phys. U.Chem. – 1879.-Bd.7. –S. 337-382.
2. Gromeka I.S. K teorii dvizheniya zhidkosti v uzkikh tsilindricheskikh trubkakh//uchenyye zapiski Kazanskogo un-ta, 1882, a takzhe Sob.soch. – M.: Izd-vo AnSSSR, 1952. – S.149-171.
3. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. – M.: Nauka, 1987. – 840s.
4. Szymanski P. Qnelqnes solutions exactes des equations de l’hydrodynamique de fluide visquenx daus un tube cylindrique//Journ.de Mathem.-1932.-T.11.-P.67-107.
5. Lur'ye A.I. Operatsionnoye ischisleniye. – M.: ONTI, 1935. – S.205-209.
6. Lyambosi P. Vynuzhdennyye kolebaniya neszhimayemoy vyazkoy zhidkosti v zhestkoy gorizontal'noy trube. – V sb.
7. Afanasenkov I.I. Opyt i perspektivy promyshlennogo ispol'zovaniya akusticheskogo vozdeystviya v razlichnykh skvazhinakh/ I.I. Afanasenkov, Ye.F. Zhuykov// Neftyanoye khozyaystvo. – 1999. - №12.- S.16-19.
8. Voytenko V.S. Volnovaya obrabotka kollektorov nefti i gaza/ V.S. Voytenko, V.N. Iovets, A.M. Kireyev, YU.V. Semenov// Minsk: Yunipak. – 2005. – 253s.
9. Gorbachev YU.I. Fiziko-khimicheskiye osnovy ul'trazvukovoy ochistki prizaboynoy zony neftyanykh skvazhin/ YU.I. Gorbachev// Geo-informatika. – 1998.- №3. –S.55-67.
10. Gorbachev YU.I. Fkusticheskoye vozdeystviye i povysheniye rentabel'nosti razrabotki neftyanykh mestorozhdeniy/ YU.I. Gorbachev// Karotazhnik. – 1999. – Vysh.60. – S.55-67.
11. Nagorniy V.P. Dinamíchní protsesi u geofízichnikh seredovishchakh: teoríya, yeksperiment, tekhnologíї/ V.P. Nagorniy, S.V. Mikulyak, D.B. Vengrovich ta ín.. – K.:Ínterservís, 2016. – 244s.
12. Nagorniy V.P. Ímpul'sní metodi íntensifíkatsíї vidobutku vuglevodnív/ V.P. Nagorniy, Í.Í. Denisyuk. – K.: Yesse, 2012. – 323s.
13. Nagorniy V.P. Pídvishchennya naftogazovíddachí plastív shlyakhom akustichnoї díї/V.P. Nagorniy, Í.Í. Denisyuk, YA.O. Yushitsina// Geoínformatika. – 2012. - №4. – S.19-21.
14. Nagorniy V.P. Perspektivi zastosuvannya amplítudno-modul'ovanikh khvil' dlya pídvishchennya debítu vidobuvnikh sverdlovin/ V.P. Nagorniy, Í.Í. Denisyuk, V.M. Líkhvan// Naftogazova galuz' Ukraїni. – 2014. - №5. – S.22-26.
15. Kuchernyuk A.V. Kompleksní tekhnologíї udarno-khvil'ovoї díї na produktivní gorizonti yak ínstrument pídvishchennya yefektivností yekspluatatsíї naftovikh rodovishch / A.V. Kuchernyuk // Naftova í gazova promislovíst'. – 2003. - №5. – S.23-27.
16. Kuznetsov O.L. Primeneniye ul'trazvuka v neftyanoy promyshlennosti/ O.L. Kuznetsov, S.F. Yefimova. – M.: Nedra, 1983. – 193s.
17. Nagorniy V.P., Denisyuk Í.Í. Matematichne modelyuvannya polya shvidkostey v’yazkoї rídini u fil'tratsíynikh kanalakh naftonosnogo plasta píd díêyu garmoníchnikh khvil' // Vísnik KHNTU (Kherson). – 2017. - №3 (62). – Tom 2. – S.166-170.
18. Mirzadzhanzade A.KH., Mirzoyan A.A., Gevinyan G.M., Send-rza M.K. Gidravlika glinistíkh i tsementníkh rastvorov. – M.: Nedra, 1966. – S.31-43.
19. Uilkinson U.L. Nen'yutonovskiye zhidkosti. – M.: Mir, 1964. – S.20,21.
20. Ishlinskiy A.YU.// Prikladnaya matematika i mekhanika. – 1940. – T.IV. – Vyp.1.
21. Rzhanitsyn A.R. Nekotoryye voprosy mekhaníki sistem, deformiruyushchikhsya vo vremeni. – M.: Gostekhoretizdat, 1949.
22. Sorokin Ye.S. K teorii vnutrennego treniya pri kolebaniyakh uprugikh sistem. – M.: TSNIISK, 1960. – 130s.
23. Uprugost' i neuprugost' metal lov. Sbornik perevodov. – M.: Izdatel'stvo inostrannoy literatury, 1954.
24. Zener C.//The Physical Review. – 1937. – Vol.52. – No.3. – P.230.
25. Landau L.D., Livshits Ye.M. Mekhanika sploshnykh sred. – M.: Gostekhizdat, 1953.
26. Boltzman L.//Annalen der Physik.- 1876. – V.7. –S.624.
27. Volterra V. Lecous sur bs equatious integrals et les equations integro-differentielles. - Paris, 1913
28. Volterra V. Theory of Functionals. – London, 1931.
29. Bennewitz K.// Physikalische Zeitschrift.-1920. – V.21. –S.703.
30. Deryagin B.// Geofizika. – 1931. – T.1. - №1-2; 1932. – T.2. - №4.
31. Volterra E.// Journal of Applied Mechanics.-1950. – V.17. – No.4, 1951. –V.18. –No.3.
32. Bennewitz K.// Physikalische Zeitschrift. – 1924. V.25. – S.417.

33. Gvozdev A.A. // Izvestiya An SSSR. OTN. – 1943. - №9-10.
34. Freyssine. Perevorot tekhnike betona. – M.: ONTI, 1938.
35. Sorokin Ye.S. Metod ucheta neuprugogo soprotivleniya materiala pri raschete konstruktsiy na kolebaniya // Sbornik «Issledovaniya po dinamike sooruzheniy». – M.: Gosstroyizdat, 1951.
36. Dinamicheskiye svoystva stroitel'nykh materialov // Sbornik TSNIPS. – M.: Stroizdat, 1940.
37. Kol'skiy G. Volny napryazheniy v tverdykh telakh. – M.: Izd-vo inostrannoy lit-ry, 1955.
38. Sovremennyye metoda ispytaniy materialov v mashinostroyenii. – M.: Mashizd, 1956.
39. Sorokin Ye.S. Metod ucheta neuprugogo soprotivleniya materialoa pri raschete konstruktsiy na kolebaniya // sbornik «Issledovaniya po dinamike sooruzheniy». M.: Gosstroyizdat, 1951.
40. Slezkin N.A. Dinamika vyazkoy neszhimayemoy zhidkosti. – M.: Gostekhizdat, 1955. – S.322-326.

Човнюк Юрій Васильович – канд. техн. наук, доцент, професор Міжнародної Кадрової Академії, Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Довгалюк Володимир Борисович – канд. техн. наук., професор, дійсний член Академії будівництва України, Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ, e-mail: 2280170@ukr.net.
Скляренко Олег Михайлович – канд. техн. наук, професор, Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Пефтєва І. О. – аспірант, Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ, e-mail: Dicteruk@ukr.net.

Ю. В. Човнюк[1]
В. Б. Довгалюк[2]
О. М. Скляренко[2]
И. О. Пефтева[2]

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ВЬЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ФИЛЬТРАЦИОННЫХ КАНАЛАХ КАПИЛЯРНО-ПОРИСТЫХ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН

[1]Киевский национальный университет строительства и архитектуры
[2]Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Статья посвящена пульсирующим движениям вязкой жидкости (флюида) в фильтрационных каналах капилярно пористих тел под действием гармонических волн. Указанные пульсирующие движения соповождаются волнами сжатия-разрежения и знакопеременными фильтрационными потоками в каналах фильтрации капиллярно пористых тел.

Ключевые слова: гармоническое действие, канал, жидкость, частота, фильтрация, капиллярно-пористые тела, гармонические волны.

Човнюк Юрий Васильевич – канд. техн. наук, доцент, профессор Международной Кадровой Академии, Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Довгалюк Владимир Борисович – канд. техн. наук., профессор, действительный член Академии строительства Украины, Киевский национальный университет строительства и архитектуры,. Киев, e-mail: 2280170@ukr.net.
Скляренко Олег Михайлович – канд. техн. наук, профессор, Киевский национальный университет строительства и архитектуры, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Пефтева И. О. – аспирант, Киевский национальный университет строительства и архитектуры, e-mail: Dicteruk@ukr.net.

YU. Chovnyuk[1]
V. Dovhalyuk[2]
O. Sklyarenko[2]
Y. Pefteva[2]

MATHEMATICAL MODELING OF THE VISCOLE FLUID SPEED FIELD IN FILTRATION CHANNELS OF CAPILLARY-POROUS BODIES UNDER THE ACTION OF HARMONIC WAVES

[1]Kiev National University of Civil Engineering and Architecture
[2]National University of Life Sciences and Natural Resources of Ukraine

The article deals with the pulsating movements of a viscous fluid (fluid) in the filtration channels of capillary-porous bodies under the action of harmonic waves. These pulsating motions are accompanied by compression-rarefaction waves and alternating filtration flows in the filtration channels of capillary-porous bodies.

Keywords: harmonic action, channel, fluid, frequency, filtration, capillary-porous harmonic waves.

Chovnyuk Yurii – Cand. tech. Associate Professor, Professor at the International Personnel Academy, National University of Bioresources and Environmental Management of Ukraine, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Dovgalyuk Volodymyr – Cand. tech. Professor, Full Member, Academy of Civil Engineering of Ukraine, Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, e-mail: 2280170@ukr.net. ORCID 0000-0002-4836-5354.
Sklyarenko Oleg – Cand. tech. of Sciences, Professor, Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, Kyiv, e-mail: Dicteruk@ukr.net.
Peftieva I. – Postgraduate Student, Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, e-mail: Dicteruk@ukr.net.