

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Наукові праці
Донецького національного технічного
університету

**Серія: “Інформатика, кібернетика
та обчислювальна техніка”**

Всеукраїнський науковий збірник

Заснований у травні 1996 року

Виходить 2 рази на рік

№ 2(31) ' 2020

Покровськ – 2020

УДК 004.3+004.9+004.2+51.7+519.6+519.7

Публікується згідно з рішенням Вченої ради ДВНЗ «Донецький національний технічний університет» (протокол № 2 від 25.02. 2021).

Збірник містить наукові статті співробітників ДонНТУ та інших навчальних і наукових закладів України, які є науковими партнерами ДонНТУ. Публікації висвітлюють результати наукових досліджень і розробок в таких напрямках, як інформатика, чисельні методи, паралельні обчислення, програмування, розробка засобів обчислювальної техніки, дослідження комп'ютерних мереж, машинна графіка і обробка зображень, математичне моделювання в різних галузях. Матеріали збірника призначені для наукових співробітників, викладачів, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів.

Засновник та видавець – Донецький національний технічний університет (ДонНТУ)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Д-р техн. наук, проф. Є.О. Башков (головний редактор); д-р техн. наук, проф. О.А. Дмитрієва (заступник головного редактора); член-кореспондент НАН України, д-р техн. наук, проф. В.П. Боюн; д-р техн. наук, проф. О.О. Баркалов; д-р техн. наук, проф. О.В. Вовна; д-р техн. наук, проф. А.А. Зорі; д-р техн. наук, проф. С.Д. Погорілий; д-р техн. наук, проф. О.Н. Романюк; д-р техн. наук, проф. В.А. Святний; д-р техн. наук, проф. Тянев Димитр Стоянов; д-р техн. наук, проф. Г.Г. Швачич; канд. техн. наук, доц. І.Я. Зеленьова; канд. техн. наук, доц. І.С. Лактіонов; канд. техн. наук, доц. Н.О. Маслова; канд. техн. наук, доц. І.А. Назарова (відп. секретар випуску).

Адреса редакції: 85300, м. Покровськ, пл. Шибанкова, 2, ДВНЗ «ДонНТУ», 3.312.

E-mail: yevhen.bashkov@donntu.edu.ua

Збірник зареєстровано в Державному комітеті інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України. Свідоцтво: серія КВ, №7374 від 03.06.2003.

Збірник включено до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук, кандидата наук та ступеня доктора філософії за спеціальностями 121 Інженерія програмного забезпечення, 122 Комп'ютерні науки, 123 Комп'ютерна інженерія (наказ Міністерства освіти і науки України №409 від 17 березня 2020 р.)

Збірник "Наукові праці ДонНТУ, серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка" за наказом № 409 МОНУ від 17. 03.2020р. отримав категорію Б.

© Автори статей, 2020

ISSN 1996-1588

© ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», 2020

ЗМІСТ

Дмитрієва О.А., Погорєлов А.Є. Математичне моделювання процесу поширення повідомлень із застосуванням орієнтованих зважених графів у приватних блокчейн-мережах	4
Tyanev Dimitar S., Petkova Yulka P. Asynchronous arbitration. Synthesis of multi-input asynchronous arbiters. Arbitration in conditions of superscalarity	14
Романюк А.Н., Мельник А.В., Романюк С.А., Озерчук Д.А. Особливості формування еліпсів, повернутих на заданий кут, на гексагональному растрі	23
Самощенко О. В. , Лапко В. В. Контроль переповнення при додаванні та відніманні цілих операндів в системі доповняльних кодів	30
Романюк А. Н., Вяткин С. И., Михайлов П. И., Чехместрук Р. Ю, Озерчук Д. А. Методы построения разверток и поверхностей	39
Фролов О. В. Оптимізація параметру функції-регулятора вузлів при кусково-лінійній інтерполяції плоских кривих з наявними точками перегину за асимптотично-оптимальним алгоритмом	47
Горбань А. С., Мінаков М. А., Цололо С. О. Побудова структурної схеми та визначення потоків даних в технологічному процесі фізико-хімічної лабораторії синтезу наноматеріалів	59
Іващенко О. О., П'ятикоп О. Є. Моделювання методу морфологічного аналізу україномовного тексту	66
Башков Є. О., Ануфрієв П. О. Дослідження впливу баз зображень на точність систем розпізнавання обличч з різними методами класифікації	74
Назарова І. А. Особливості паралельної реалізації вкладених неявних однокрокових чисельних методів розв'язання багатовимірних жорстких задач Коші	84

УДК 004.925

А. Н. Романюк¹, д-р техн. наук, проф.
С. И. Вяткин², канд. техн. наук
П. І. Михайлов³
Р. Ю Чехместрук⁴ канд. техн. наук
Д. А. Озерчук¹¹Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина
rom8591@gmail.com²Институт автоматизации и электротехники СО РАН
sivser@mail.ru³3D GENERATION GmbH (Германия)
pm@3dgeneration.com⁴3D GENERATION UA, Винница, Украина
Rc.ua@3dgeneration.com

Методы построения разверток и поверхностей

В работе представлены методы построения развертываемых и не развертываемых поверхностей. Описаны аналитический способ, метод триангуляции, нормального сечения и раскатки, приближенные построения разверток. Рассмотрены представление седловых точек, аппроксимация поверхности, ее нормали, пирамиды в вершине. Представлен метод проектирования сеток, нормали которых имеют небольшие размеры вариации. Для этого определяется дискретная энергия многогранных поверхностей, которая связана с кривизной гладких поверхностей. Обсуждается минимизация функционалов. Описаны процедуры для оптимизации и интерактивного проектирования с помощью сеток и метод генерации гладких многогранных поверхностей, с использованием нормалей к поверхности, касательных плоскостей, асимптотических направлений и параболических кривых, инвариантных при проективных преобразованиях. Представлен метод создания поверхностей на основе дискретных ортогональных геодезических сеток.

Ключевые слова: *развертываемые поверхности, моделирование формы, гладкость поверхности, многогранные поверхности, вариация нормалей, кривизна, методы оптимизации, Гауссова кривизна, проективное преобразование, дискретная дифференциальная геометрия, геодезические сетки.*

DOI: 10.31474/1996-1588-2020-2-31-39-46

Введение

Под развертыванием следует понимать совмещение всей поверхности тела с плоскостью. Разверткой называется фигура, в которую преобразуется при совмещении с плоскостью поверхность, подразумеваемая как гибкая, но нерастяжимая и несжимаемая поверхность. Развертываемые поверхности могут быть как развертываемыми, так и не развертываемыми. К развертываемым относятся такие поверхности, которые могут быть совмещены с плоскостью без разрывов и складок. К этому типу относятся все многогранные поверхности. Разверткой многогранной поверхности является плоская фигура, полученная последовательным совмещением с одной и той же плоскостью всех ее граней. Поэтому построение развертки многогранной поверхности сводится к определению натурального вида ее отдельных граней. Из кривых поверхностей к числу развертываемых относятся только те линейчатые поверхности, у которых касательная

плоскость во всех точках одной и той же образующей постоянна. Если же у линейчатой поверхности в различных точках одной и той же образующей разные касательные плоскости, то она не развертывается и называется кривой поверхностью. Таким образом, к числу развертываемых линейчатых поверхностей относятся цилиндрические, конические и торсы. Все остальные кривые поверхности не развертываются на плоскость и поэтому при необходимости изготовления этих поверхностей из листового материала их приближенно заменяют развертываемыми поверхностями. Развертки обладают следующими свойствами: каждой точке поверхности соответствует единственная точка ее развертки; длина линии на развертке равна длине соответствующей линии на поверхности; на развертке сохраняются величины плоских углов.

Аппроксимация гладкой поверхности треугольной сеткой [1] или с помощью многогранной сетки, является основной задачей обработки геометрии. Гауссова кривизна соответствует крутому спуску по площади

поверхности в соответствии с общей средней кривизной [2]. Поток, используемый для целей обработки геометрии, включает градиентный поток энергии [3]. Гауссова поверхность должна содержать как можно меньше вырожденных случаев, таких как перекрытия и самопересечения. В работе [4] применяются выпуклые многоугольники для устранения самопересечений. В [5] используются поверхности свободной формы, для аппроксимации гладких поверхностей применяют многогранные образцы в соответствии с Гауссовой кривизной. Развёртывающаяся поверхность в дифференциальной геометрии — поверхность, обладающая нулевой Гауссовой кривизной. Такая поверхность при помощи изгибания может быть наложена на плоскость. Эту поверхность легко изготовить, но трудно спроектировать. Формы просты в построении, доступны и эффективны методы изготовления с использованием различных материалов, например, путем изгиба листов бумаги или металла [6]. Однако такую поверхность трудно использовать в дизайне, поскольку ее геометрия сильно ограничена. В то же время она допускает большой набор внешних и внутренних деформаций. Используя стандартные инструменты моделирования, такие как деформации свободных форм и упругие поверхностные изгибы нарушают локальную изометрию к плоскости. Существующие методы обычно охватывают только ограниченный набор внешних деформаций [7] или не используют внутренние деформации, поскольку они моделируют изометрии [8].

Методы построения развертки

Построение развертки может быть осуществлено различными способами, как аналитически, так и графически.

Аналитический способ заключается в нанесении на чертеж развертки всех предварительно вычисляемых размеров, необходимых для раскроя материала.

Развертка боковой поверхности прямого кругового цилиндра представляет собой прямоугольник, высота которого равна высоте цилиндра h , а длина — длине окружности (диаметр d) основания.

Развертка прямого кругового конуса представляет собой сектор круга, радиус которого R равен длине образующей конуса, а центральный угол θ определяется формулой:

$$\theta = 180^\circ d/R. \quad (1)$$

Способ триангуляции применяется для построения разверток пирамидальных, конических и других линейчатых поверхностей,

кроме цилиндрических. Сущность способа сводится к многократному построению натурального вида треугольников, из которых состоит данная пирамидальная поверхность или многогранная поверхность, вписанная (или описанная) в данную коническую или линейчатую поверхность и заменяющая ее. Например, развертка боковой поверхности эллиптического конуса с круговым основанием. В данном примере коническая поверхность заменяется поверхностью вписанной двенадцатиугольной пирамиды. Так как коническая поверхность имеет плоскость симметрии, то можно построить развертку только одной половины поверхности. Разделив от точки (p) половину окружности основания конической поверхности на шесть равных частей и определив с помощью прямоугольных треугольников натуральные величины образующих, проведенных в точки деления, строим шесть примыкающих один к другому треугольников с общей вершиной V . Каждый из этих треугольников строится по трем сторонам; при этом две стороны равны натуральным величинам образующих, а третья — хорде, стягивающей дугу окружности основания между соседними точками деления. После этого через точки $0,1,2,\dots$ разогнутого по способу хорд основания конической поверхности проводится плавная кривая.

Способ нормального сечения применяется для построения разверток призматических и цилиндрических поверхностей. Построение сводится к многократному построению натурального вида трапеций, из которых состоит данная призматическая поверхность, или призматическая поверхность, вписанная (или описанная) в данную цилиндрическую поверхность и заменяющая ее. Если, в частности, призматическая или цилиндрическая поверхности ограничены параллельными основаниями, то трапеции, на которые разбивается поверхность, обращаются в прямоугольники или параллелограммы, в зависимости от того, перпендикулярны или нет плоскости оснований боковым ребрам или образующим поверхности. Построение трапеций или параллелограммов проще всего произвести по их основаниям и высотам, причем необходимо также знать отрезки оснований, на которые они делятся высотой. Поэтому для построения развертки призматической или цилиндрической поверхности необходимо предварительно определить натуральный вид нормального сечения данной поверхности. Стороны этого сечения и будут высотами трапеций или параллелограммов, из которых состоит поверхность. Этот способ называется «Способом нормального сечения».

Например, построим развертку

поверхности треугольной наклонной призмы ABCDEF. Боковые ребра призмы имеют горизонтальное расположение. Пересечем данную призму плоскостью Pl , перпендикулярной к боковым ребрам, и построим проекции фигуры сечения — треугольник 1-2-3. Определим натуральные величины сторон треугольника 1-2-3 способом замены плоскостей проекций: меняем фронтальную плоскость проекций P на новую $P1$ таким образом, чтобы плоскость a стала плоскостью уровня, для чего ось $x1$ новой системы плоскостей проекций $h/P1$ проводим параллельно Pl . Тогда на новой фронтальной плоскости $P1$ получим натуральную величину треугольника 1-2-3. На произвольной горизонтальной прямой построим отрезок, равный периметру треугольника 1-2-3. Отрезок 1-1 можно считать разверткой нормального сечения призмы. Из всех точек (1,2,3,1) этого отрезка проводим прямые, перпендикулярные к нему, на которых откладываем отрезки боковых ребер (натуральные величины), беря их с горизонтальной проекции, так как они являются горизонталями. Концы отложенных отрезков соединяем прямыми CA, AB, FD, ... Фигура CABCFEDF представляет собой развертку боковой поверхности призмы. Для построения граней основания из точек B и C проводим дуги окружностей радиусами, равными соответственно натуральным величинам ребер BA и CA. Пересечение дуг дает точку A. Аналогичным образом найдена точка D.

Способ раскатки рекомендуется для построения развертки цилиндрической поверхности, когда ее образующие являются прямыми уровня, то есть параллельными одной из плоскостей проекций. Рассмотрим данный способ на примере эллиптического цилиндра с круговым основанием, которое проецируется на горизонтальную плоскость проекций без искажения (в натуральную величину).

Построение развертки данного цилиндра выполняем в следующей последовательности:

1. Делим окружность основания цилиндра на 12 равных частей.
2. Вписываем в цилиндр призму, боковые ребра которой совпадают с образующими цилиндра, проходящими через точки деления основания.
3. Принимаем за плоскость развертки фронтальную плоскость, которая проходит через ребро призмы, совпадающее с очерковой образующей цилиндра.
4. Находим натуральную величину первой грани, проходящей через ребро 1', для чего вращаем ее вокруг фронтали 1 до уровня этой фронтали. При этом точка 2' переместится по направлению, перпендикулярному к этой фронтали в положение 2', которое найдем, если из точки 1' — это направление засечем отрезком 1'2'.

Из точки 3 проводим также перпендикуляр к ребру 1(1') и находим точку 3, отсекая этот перпендикуляр из точки 2 отрезком 2'3' и т.д. Соединяя найденные точки плавной кривой получим фигуру развертки, которую можно представлять, как отпечаток цилиндра, полученный путем его качения по фронтальной плоскости, проходящей через образующую 1.

Приближенные построения разверток

Развертку не развертывающихся поверхностей вращения строят приближенно.

Способ цилиндров состоит в том, что данную поверхность вращения разбивают с помощью меридианов на сравнительно узкие, равные между собой доли. Каждую такую долю заменяют описанной цилиндрической поверхностью, которая касается данной поверхности в точках среднего меридиана доли. Этот средний меридиан будет вместе с тем нормальным сечением цилиндрической поверхности. Границами цилиндрической поверхности будут плоскости меридианов, ограничивающих рассматриваемую долю.

Например, можно построить развертку сферы. Разобьем сферу при помощи меридианов на шесть равных частей. Рассмотрим построение приближенной развертки одной части сферы, средним меридианом которой является главный меридиан M .

Прежде всего заменим эту часть сферы цилиндрической поверхностью, описанной около нее. Образующие этой поверхности будут фронтально проецирующими прямыми и поэтому проецируются в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций H . Нормальным сечением цилиндрической поверхности будет половина главного меридиана M , а границами поверхности будут плоскости меридианов, ограничивающих рассматриваемую часть.

Для построения развертки этой цилиндрической поверхности заменяем ее вписанной призматической поверхностью. Для этого делим половину главного меридиана на шесть равных частей и через точки деления проводим образующие цилиндрической поверхности. Затем спрямляем полу-меридиан m в отрезок прямой и через его точки деления проводим перпендикулярно к нему образующие $EF = EF = E1F1, CD = CD = C1D1$ и т.д. Соединив концы этих образующих плавными кривыми, получим приближенную развертку одной доли данной сферы, равной 1/6 ее части. Развертки остальных долей являются повторением первой. Обычно сферу разбивают на двенадцать и более частей для получения более точной ее развертки.

Способ конусов состоит в замене не развертывающихся поверхностей такой другой поверхностью, которая составлена из нескольких конических и, следовательно, развертываемых элементов.

Например, построение развертки способом конусов можно сделать с помощью поверхности вращения произвольного вида. Разделим данную поверхность на несколько поясов, проходящих через точки $1(1')$, $2(2')$, $3(3')$ главного меридиана. Каждый из трех выделенных поясов заменим конусом: первый и второй описанным около данной поверхности, а третий – вписанным в эту поверхность. Построение приближенной развертки заданной поверхности сводится к построению разверток трех конусов. Границами между отдельными частями развертки являются параллели развертываемой поверхности

$$B(v_1, v_2, \dots, v_n) = \left(\frac{m+2}{(m+1)/2} \right) B(v_1, \dots, v_{i-2}, v_{i-1} - v_i + v_{i+m+1}, v_{i+m+2}, \dots, v_{2n}), \text{ если } m = 2k; \quad (3)$$

$$B(v_1, v_2, \dots, v_n) = \left(\frac{m+2}{(m+1)/2} \right) B(v_1, \dots, v_{i-1}, v_{i+m+1}, v_{i+m+2}, \dots, v_{2n}), \text{ если } m = 2k + 1. \quad (4)$$

Аппроксимация гладкой поверхности с помощью многогранной сетки

Применяется полная абсолютная кривизна с помощью поверхностного интеграла:

$$\int (|c_1| + |c_2|), \quad (5)$$

где c_1, c_2 – основные кривизны.

Даже если сетка представляет собой регулярную выборку гладкой седловидной формы поверхности, вершинные звезды не гарантированно имеют правильную седловидную форму. Седловидная форма означает, что существует касательная плоскость, проходящая через центральную вершину, пересекающую вершину звезды ровно на четыре отрезка прямой. Необходимо, чтобы эти четыре сегмента не находились в общей полуплоскости, и вершинная звезда проецировалась на касательную плоскость. То есть, в седловой точке пирамида вершинных нормалей не должна иметь самопересечений.

Сетки приближают форму к заданной опорной поверхности S . Ребра аппроксимируют гладкую сеть кривых на S . Основные сетки обладают минимальной энергией. В отрицательно изогнутых областях, сетки имеют более высокую энергию. Энергия минимизации равна полной абсолютной кривизне поверхности S .

Абсолютная кривизна:

$$C(S) = \int_S (|c_1| + |c_2|) dA \quad (6)$$

вращения, переходящие в дуги окружностей, которые должны совпадать. Так, длины дуг, имеющих радиусы R_2 и R_3 и радиусы R_4 и R_5 , попарно равны и могут легко определяться построением.

Обозначим $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ – вершиной конуса. Тогда:

$$2^n \leq B(v_1, v_2, \dots, v_n) \leq 2 \binom{2n}{n-1}. \quad (2)$$

Это границы конуса.

Если $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ – вершина конуса, а $v_i = v_{i+1} = v_{i+2} = v_{i+m}$, $v_{i-1} > v_i$, $v_{i+m+1} > v_{i+m}$ для i и m . Тогда:

гладкая поверхность S совпадает с наименьшим значением дискретной энергии E для многогранных сеток, аппроксимирующих S . В особых ситуациях делаем минимизацию $C(S)$.

Решаются три различные вычислительные задачи:

- нахождение поверхностей полной абсолютной кривизны при заданных граничных условиях, такие поверхности представлены сетками, которые должны быть оптимизированы;

- оптимизация сеток в сторону меньшей энергии, данная сетка требуется для аппроксимации неизменной базовой поверхности, процедура означает перемещение вершин для того, чтобы уменьшить значение энергии, не меняя их связей;

- интерактивное моделирование с базовыми симметричными сетками.

Все три задачи сводятся к решению большой системы нелинейных ограничений и нахождения той точки в многообразии решений, где определен целевой функционал, а также стандартные функционалы принимают малые значения. Для этой цели используется направленная проекция. Метод управляемой проекции в каждом шаге итерации вычисляет линеаризацию $AX = B$ ограничений и решает:

$$\|AX - B\|^2 + R(X) \rightarrow \min,$$

где $R(X)$ – квадратичный регуляризатор.

Пример поверхности с минимизацией энергии при граничных условиях (рис. 1).

Пусть S – ориентируемая многогранная поверхность в трехмерном Евклидовом пространстве. Связное 2-многообразие является объединением многоугольных областей. Грани, имеющие общее ребро, не являются копланарными, ни один внутренний угол не равен π .

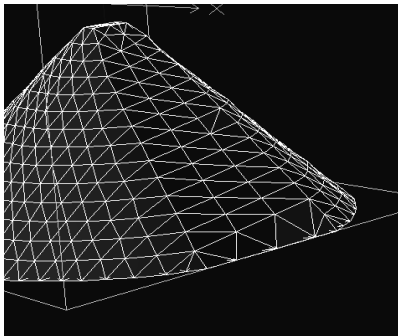


Рисунок 1 – Минимизация полной абсолютной кривизны

Однако грани могут быть и не выпуклыми. Невыпуклые грани встречаются в триангулированных поверхностях. Грани проективного двойника треугольной поверхности имеют в общем случае более трех вершин, и не выпуклость обычно возникает в областях отрицательной дискретной Гауссовой кривизны.

Вершина обозначается \vec{V} , граничные вершины рассматриваться не будут. Две вершины V_1 и V_2 являются смежными, если они соединены ребром "е", две грани F_1 и F_2 являются смежными, если они имеют общее ребро. Для смежности используются обозначения $\vec{V}_1 \leftrightarrow \vec{V}_2$, $F_1 \leftrightarrow F_2$.

Пусть V фиксирована и θ_F – угол грани $F \leftrightarrow \vec{V}$. Тогда дискретная Гауссова кривизна определяется как

$$C(\vec{V}) = 2\pi - \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \theta_F \quad (7)$$

Сферический полигон без самопересечений называется псевдо- n -гоном, если сумма углов меньше π .

Пусть $g(\vec{V})$ – сферический псевдо-треугольник. Ориентация $g(\vec{V})$ такая же, как и у вершинной звезды, если $C(\vec{V}) > 0$, и она противоположна ей, если $C(\vec{V}) < 0$.

Если $C(\vec{V}) > 0$, то

$$\begin{aligned} C(\vec{V}) &= \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \hat{\theta}_F - (n-2)\pi = \\ &= 2\pi - \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \theta_F \Rightarrow \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \hat{\theta}_F = \quad (8) \\ &= \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} (\pi - \theta_F) \end{aligned}$$

Если $C(\vec{V}) < 0$, то

$$\begin{aligned} C(\vec{V}) &= - \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \hat{\theta}_F + (n-2)\pi = \\ &= 2\pi - \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \theta_F \Rightarrow \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} \hat{\theta}_F = \quad (9) \\ &= \sum_{F \leftrightarrow \vec{V}} (\pi + \theta_F) - 4\pi \end{aligned}$$

Существует поперечная плоскость, проходящая через внутреннюю вершину \vec{V} поверхности S , если $g(\vec{V})$ содержится в открытой полусфере, то дисковая окрестность звезды \vec{V} ортогонально проецируется на плоскость E через \vec{V} перпендикулярно \vec{n} . Изображение Гаусса зависит только от дисковой окрестности звезды вершины.

Таким образом, ориентируемая многогранная поверхность S в трехмерном Евклидовом пространстве будет гладким, если выполняются следующие условия:

– $C(\vec{V}) \neq 0$ для всех внутренних вершин \vec{V} ;

– для каждой внутренней вершины \vec{V} сферический многоугольник, определяемый нормальными n граней, является звездообразным по отношению к внутренней точке и содержится в открытой полусфере;

– для каждой грани F , не находящейся на границе, знак дискретной Гауссовой кривизны изменяется;

– для каждой грани F , не находящейся на границе, внутренние углы Гауссовых изображений звезд вершин $F \leftrightarrow \vec{V}$, ориентированные по знаку $C(\vec{V})$ складываются до 2π или 0 в зависимости от того, имеет ли $C(\vec{V})$ тот же самый знак для всех $F \leftrightarrow \vec{V}$ или нет.

В первом случае необходимо, чтобы F был звездообразным. Во втором, чтобы выпуклая оболочка вершин положительной дискретной Гауссовой кривизны не содержала вершин отрицательной кривизны. Заметим, что второе условие всегда выполняется для вершин положительной дискретной Гауссовой кривизны (рис. 2).

Пусть F -участок топологии плоскости с z -координатами равными нулю. Можно выбрать любой набор вершин $\{F(i)\}$, в котором, по крайней мере, два ребра отделены друг от друга и сдвинуты в z -направлении. Используется линейный поиск для минимизации функции $E(\vec{N})$ на каждом шаге деформации.



Рисунок 2 – Гладкая поверхность

Построение поверхностей на основе дискретных ортогональных геодезических сеток

Так как направление деформации сохраняет ограничения сетки только до первого порядка, после каждого шага проецируем полученную сетку на пространство формы. Геометрия, которая проектируется, близка к форме пространства, так что этот шаг является эффективным, а также приводит к более плавной деформации. Вычисления сводятся к решению разреженной, симметричной неопределенной системы.

Алгоритм: дискретный ортогональный геодезический поток

Ввод: дискретная ортогональная геодезическая сетка N^m и функция $E(\vec{N})$.

Выход: Дискретная ортогональная геодезическая сетка N^{m+1} .

- 1: Найти множество вершин v^x и v^y .
- 2: Множество v – меньше v^x и v^y .
- 3: Возмущение положения каждой вершины v в случайном направлении $d_r \in \mathcal{R}^3$ на расстоянии $\varepsilon > 0$ для получения N^* .
- 4: Вычисление ограничения Якобиана $J = J(N^*)$.
- 5: Вычисление проецируемого градиента $\bar{\nabla}_M E(\vec{N}) \in \mathcal{R}^n$ с помощью системы уравнений:

$$K \begin{pmatrix} \bar{\nabla}_M E(\vec{N}) \\ \zeta \end{pmatrix} = a \tag{10}$$

$$K = \begin{pmatrix} M & J^T \\ J & 0 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$\begin{pmatrix} \nabla E(\vec{N}) \\ 0 \end{pmatrix} = a \tag{12}$$

где $\zeta \in \mathcal{R}^m$ – множители Лагранжа.

6. Линейный поиск функции $E(\vec{N})$ в направлении $\bar{\nabla}_M E(\vec{N})$, начиная с размера шага для вычисления N' .

7. Вычисление N^{m+1} , сводящееся к минимуму ограничения на N' .

На универсальных сетках дискретизация сходится к существующей плавной деформации, минимизирующей функцию по мере приближения S_0 к нулю (рис. 3).

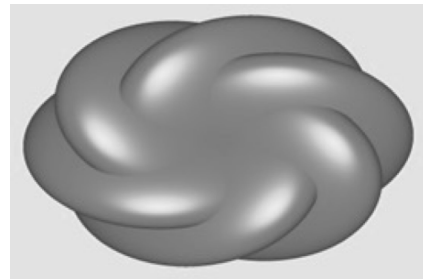


Рисунок 3 – Поверхность с криволинейными складками

Заключение

В данной статье представлены методы построения поверхностей. Рассмотрены построения разверток поверхностей: аналитический способ, метод триангуляции, нормального сечения и раскатки, а также приближенные построения разверток. Описан метод аппроксимации гладкой поверхности с помощью многогранной сетки. Рассмотрен нелинейный функционал, который количественно измеряет изменение нормального векторного поля поверхности. Анализируются функционалы и демонстрируется оптимальность базовых сеток в дискретной области.

Численные эксперименты показывают, что гладкая многогранная поверхность S , грани которой имеют звездообразную форму в области отрицательной дискретной Гауссовой кривизны и имеют Гауссово изображение, выглядит как двойная многогранная поверхность S . Она опять же представляет собой гладкую отрицательно

изогнутую многогранную поверхность со звездообразной формой грани. Представлен метод непрерывного деформирования сеток.

Методика анализа линейной зависимости градиентов ограничений расширена для других пространственных форм, например, пространств

сопряженных и круговых сетей. Высокоструктурированная топология сеток позволяет вычислять конкретный оператор Лапласа, сходящийся при выборке.

Список літератури

1. Vyatkin S. I. Polygonization method for functionally defined objects. *International Journal of Automation, Control and Intelligent Systems*. 2015. Vol. 1, No. 1. P. 1-8.
2. Andrews B. Gauss Curvature Flow: the Fate of the Rolling Stones. *Invent. math.* 1999. No. 138. P. 151-161.
3. Bobenko A. I., Schroder P. Discrete Willmore Flow. *Geometry Processing*. 2005. P. 101-110.
4. Orden D., Rote G., Santos F., et al. Non-Crossing Frameworks with Non-Crossing Reciprocals. *Discrete & Computational Geometry (DCG)*. 2004. Vol. 32, No. 4. P. 567-600.
5. Jiang C., Tang C., Vaxman A., et al. Polyhedral Patterns. *ACM Transaction on Graphics. Proc. Siggraph*. 2015. Vol. 34, No. 6. P. 1-12.
6. Harik R. F., Gong H., Bernard A. 5-Axis Anil Milling: A State of the Art Review. *Computer-Aided Design*. 2013. Vol. 45, No. 3. P. 796-808.
7. Liu Y., Pottmann H., Wallner J., Yang Y. L., Wang W. Geometric Modeling with Conical Meshes and Developable Surfaces. *ACM Trans. Graph.* 2006. Vol. 25, No. 3.
8. Burgoon R., Wood Z. J., Grinspun E. Discrete Shells Origami. *Proceedings 21st International Conference on Computers and Their Applications. CATA-2006. Seattle, Washington, USA. March 23-25, 2006.* URL: https://www.researchgate.net/publication/221206185_Discrete_Shells_Origami

References

1. Vyatkin, S. I. (2015), "Polygonization method for functionally defined objects". *International Journal of Automation, Control and Intelligent Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-8.
2. Andrews, B. (1999), "Gauss Curvature Flow: the Fate of the Rolling Stones". *Invent. math.*, 138, pp. 151-161.
3. Bobenko, A. I., Schroder, P. (2005), "Discrete Willmore Flow", *Geometry Processing*, pp. 101-110.
4. Orden, D., Rote, G., Santos, F., et al (2004), "Non-Crossing Frameworks with Non-Crossing Reciprocals", *Discrete & Computational Geometry (DCG)*, Vol. 32, No. 4, pp. 567-600.
5. Jiang, C., Tang, C., Vaxman, A., et al (2015), "Polyhedral Patterns", *ACM Transaction on Graphics. Proc. Siggraph*, Vol. 34, No. 6, pp. 1-12.
6. Harik, R. F., Gong, H., Bernard, A. (2013), "5-Axis - Anil Milling: A State of the Art Review", *Computer-Aided Design*, Vol. 45, No. 3, pp. 796-808.
7. Liu, Y., Pottmann, H., Wallner, J., Yang, Y. L., Wang, W. (2006), "Geometric Modeling with Conical Meshes and Developable Surfaces", *ACM Trans. Graph.*, Vol. 25, No. 3, pp. 681-689.
8. Burgoon, R., Wood, Z. J., Grinspun, E. (2006), "Discrete Shells Origami", *Proceedings 21st International Conference on Computers and Their Applications, CATA-2006, Seattle, Washington, USA, March 23-25*, available at: https://www.researchgate.net/publication/221206185_Discrete_Shells_Origami/

Надійшла до редакції 12.10.2020

О. Н. РОМАНЮК¹, С. І. ВЯТКІН², П. І. МИХАЙЛОВ⁴, Р. Ю ЧЕХМЕСТРУК³, Д. А. ОЗЕРЧУК¹

¹Винницький національний технічний університет, г. Вінниця, Україна

rom8591@gmail.com

²Інститут автоматки и електрометрії СО РАН

sivser@mail.ru

³3D GENERATION GmbH (Германія)

pm@3dgeneration.com

⁴3D GENERATION UA, Вінниця, Україна

Rc.ua@3dgeneration.com

МЕТОДИ ПОБУДОВИ РОЗГОРТОК ТА ПОВЕРХОНЬ

У роботі представлено методи побудови поверхонь, які можна та не можна розгорнути.

Розглянуто методи побудови розгорток поверхонь: аналітичний спосіб, метод триангуляції, нормального перетину і розкочування, а також наближені побудови розгорток. Розглянуто подання сідлових точок, апроксимацію поверхні, її нормалі, піраміди у вершині. Представлено метод проектування сіток, нормалі яких мають невеликі розміри варіації. Для цього визначається дискретна енергія багатогранних поверхонь, яка пов'язана з кривиною гладких поверхонь. Обговорено мінімізацію функціоналів. Описано процедури для оптимізації та інтерактивного проектування за допомогою сіток і методу генерації згладжених багатогранних поверхонь, з використанням нормалей до поверхні, дотичних площин, асимптотичних напрямків і параболічних кривих, інваріантних при проєктивних перетвореннях. Розроблено метод створення поверхонь на основі дискретних ортогональних геодезичних сіток.

Описано метод апроксимації гладкої поверхні за допомогою багатогранної сітки. Розглянуто нелінійний функціонал, який кількісно вимірює зміна нормального векторного поля поверхні. Аналізуються функціонали і демонструється оптимальність базових сіток в дискретній області.

Чисельні експерименти показують, що гладка багатогранна поверхню S , межі якої мають зіркоподібну форму в області негативної дискретної гауссова кривизни і мають Гаусове зображення, виглядає як подвійна багатогранна поверхню S . Вона знову ж являє собою гладку негативно вигнуту багатогранну поверхню із зіркоподібною формою грані. Представлений метод безперервного деформування сіток.

Методика аналізу лінійної залежності градієнтів обмежень розширена для інших просторових форм, наприклад, просторів пов'язаних і кругових мереж. Високоструктурованих топологія сіток дозволяє обчислювати конкретний оператор Лапласа, що сходиться при вибірці

Ключові слова: розгортвані поверхні, моделювання форми, гладкість поверхні, багатогранні поверхні, варіація нормалей, кривина, методи оптимізації, кривина Гауса, проєктивне перетворення, дискретна диференціальна геометрія, геодезичні сітки.

O. N. ROMANYUK¹, S. I. VYATKIN², P. I. MYKHAYLOV³, R. Y. CHEKHMESTRUK⁴, D. A. OZERCHUK¹

¹Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, Ukraine

rom8591@gmail.com

²Institute of Automation and Electrometry SB RAS

sivser@mail.ru,

³3D GENERATION UA

Rc.ua@3dgeneration

⁴3D GENERATION UA

Rc.ua@3dgeneration.com

METHODS OF CONSTRUCTION OF SCANS AND SURFACES

In this work methods for constructing developable and non-developable surfaces are presented. Analytical method, triangulation method, normal section and rolling, approximate construction of scans are described. Representation of saddle points, approximation of the surface, its normals, pyramids at the vertex are considered. A method for designing meshes whose normals have small variation sizes is presented. For this, discrete energy of polyhedral surfaces is determined, which is related to the curvature of smooth surfaces. Minimization of functionals is being discussed. Procedures for optimization and interactive design with meshes and method for generating smooth polyhedral surfaces, using surface normals, tangent planes, asymptotic directions and parabolic curves, invariant under projective transformations are described. A method of creating surfaces based on discrete orthogonal geodesic grids is presented. This article presents methods for constructing surfaces. The construction of sweeps of surfaces is considered: the analytical method, the method of triangulation, normal section and rolling, as well as approximate construction of sweeps. A method for approximating a smooth surface using a polyhedral mesh is described. A nonlinear functional is considered that quantitatively measures the change in the normal vector field of the surface. Functionals are analyzed and the optimality of the base grids in the discrete domain is demonstrated.

Numerical experiments show that a smooth polyhedral surface S , whose faces are star-shaped in the region of negative discrete Gaussian curvature and have a Gaussian image, looks like a double polyhedral surface S . Again, it is a smooth negatively curved polyhedral surface with a star-shaped edge. The method of continuous mesh deformation is presented. The method for analyzing the linear dependence of constraint gradients has been extended for other spatial forms, for example, spaces of conjugate and circular networks. Highly structured mesh topology allows computation of a specific Laplace operator converging on sample.

Key words: developable surfaces, shape modeling, surface smoothness, variation of normals, curvature, optimization methods, Gaussian curvature, projective transformation, discrete differential geometry, geodesic grids.

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**НАУКОВІ ПРАЦІ
ДОНЕЦЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»

№2(31)' 2020

(українською, англійською мовами)

Редактор, коректор *А.В. Зиль*

Формат 60/84^{1/8}

Ум. друк. арк. 10,8

Тираж 150 прим. Замовлення № 1253/1

Видавець: Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, 85300, Україна
Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта видавничої справи: ДК 4911 від 09.06.2015.

Надруковано: ФОП Корзун Д.Ю.
Свідоцтво про державну реєстрацію фізичної особи-підприємця
серія В02 № 818191 від 31.07.2002 р.
21027, м. Вінниця, вул. Келецька, 51а, прим. 143.
Тел.: (0432) 603-000,
(096) 97-30-934, (093) 89-13-852.
e-mail: info@tvoru.com.ua
<http://www.tvoru.com.ua>