

УДК 615.47:616.073

Н. І. ЗАБОЛОТНА<sup>1</sup>, К. О. РАДЧЕНКО<sup>1</sup>

## АНАЛІЗ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА БІОЛОГІЧНОГО ШАРУ В СИСТЕМІ ДВОВИМІРНОГО МЮЛЛЕР-МАТРИЧНОГО КАРТОГРАФУВАННЯ

<sup>1</sup>*Вінницький національний технічний університет,  
21021, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна  
E-mail: Natalia.zabolotna@gmail.com*

**Анотація.** В статті подано аналіз індивідуальних похибок визначення значень елементів матриці Мюллера біологічного шару в системі двовимірного Мюллер-матричного картографування у межах статистичного, кореляційного і фрактального підходів.

**Аннотация.** В статье проведен анализ индивидуальных погрешностей определения значений элементов матрицы Мюллера биологического слоя в системе двумерного Мюллер матричного картографирования в пределах статистического, корреляционного и фрактального подходов.

**Abstract.** Analysis of individual errors in determining the values of the elements of the Mueller matrix of biological layer in the two-dimensional Mueller matrix mapping within statistical, correlation and fractal approach presented in this article.

**Ключові слова:** елементи матриці Мюллера, біологічний шар, система двовимірного Мюллер-матричного картографування, похибки, статистичний, кореляційний, фрактальний аналіз.

### ВСТУП

Біологічні тканини (БТ) являють собою оптичні неоднорідні середовища з поглинанням. Розповсюдження світла в таких середовищах залежить від розсіювальних і поглинальних властивостей компонентів біотканини. Тому оптичні методи дослідження біотканин і візуалізації їх структури займають одне із провідних місць завдяки їх високій інформативності, можливості здійснення багатофункціонального моніторингу досліджуваного середовища, а також їх відносній простоті і дешевизні.

Серед них певними перспективами в медицині і біології наділені поляризаційні діагностичні методи, інтерес до яких обумовлений високою чутливістю поляризаційних характеристик розсіяних оптичних полів до оптичних властивостей і геометрії розсіювальних середовищ. Для опису взаємодії поляризованого світла з біологічними тканинами (шарами) застосовуються формалізовані методики, основані на вимірюванні та аналізі матриць Мюллера досліджуваних зразків [1, 2]. Відомо декілька методів поляризаційного картографування біотканин, заснованих на аналізі просторових залежностей елементів матриці Мюллера пропускання і відбиття зразка [3, 4]. У зв'язку з тим, що досліджувані об'єкти, зокрема біологічні шари, мають різноманітну природу та проявляють різні комбінації поляриметричних характеристик, достовірно визначення останніх є актуальною задачею.

На даний час рядом авторів запропоновані та реалізовані різноманітні схеми пристроїв для вимірювання параметрів Стокса випромінювання (стокс-поляриметрів) або елементів матриці Мюллера, які реалізують три типи підходів до вимірювання заданих параметрів [5—7]: метод, який оснований на розділенні інтенсивностей, метод послідовного часового вимірювання параметрів поляризаційних елементів поляриметра, метод на основі неперервної модуляції параметрів поляризаційних елементів (динамічний).

Нові потенційні можливості по поляризаційній діагностиці біологічних об'єктів надає запропонована в роботах [8, 9] концепція створення системи двовимірної (2D) Мюллер-матричної томографії (картографування) біологічних шарів із запровадженням багатопараметричного об'єктивного комплексного аналізу на основі наборів статистичних, кореляційних та спектральних моментів 1-го — 4-го порядків. Необхідно оцінити можливі похибки визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару, що досліджується, властиві зазначеній системі.

Аналізуючи можливі джерела похибок поляриметрів, визначено, що основними є похибки, обумовлені недосконалістю механічних, електронних і поляризаційних вузлів поляриметрів. Покращення вказаних параметрів пов'язано із суттєвими додатковими затратами, ускладненнях схем керування і методів юстування. Проте, як показано в роботах [5, 6, 10, 11], такий підхід себе вже фактично вичерпав, і необхідно процес поляриметричних вимірювань розглядати в органічному

поєднанні з особливостями фізичних властивостей досліджуваного середовища. В зв'язку із цим в згаданих роботах [5, 6, 10, 11] було запропоновано використання поляриметричного вимірювального рівняння для задач комплексного аналізу стійкості розв'язків, які забезпечує та чи інша схема поляриметра. Саме такий підхід доцільно використати при оцінюванні похибок визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару системою, що розроблялась [8, 9]. Крім того, враховуючи специфіку біологічного шару як координатно-неоднорідної мережі двопронезаломлюючих полікристалів, характеристику якого формують з позицій статистичного, кореляційного та фрактального підходів [8, 9], є доцільним оцінити похибки визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару на основі таких же підходів.

*Метою даної роботи є аналіз похибок визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару з лінійним двопронезаломленням у системі Мюллер-матричного картографування на основі узагальненого вимірювального рівняння поляриметрії із застосуванням статистичного, кореляційного та фрактального підходів.*

### СПОСІБ І СИСТЕМА ДВОВИМІРНОГО МЮЛЛЕР-МАТРИЧНОГО КАРТОГРАФУВАННЯ БІОЛОГІЧНИХ ШАРІВ

Узагальнена блок-схема системи Мюллер-матричного картографування (рис. 1) для вимірювання елементів матриці Мюллера біологічного оптико-анізотропного шару складається із блоку випромінювання 1, колімаційного блоку 2, чотирьохканального блоку 3 поляризаційного опромінення, об'єктного блоку 4, проєкційного блоку 5, шестиканального блоку 6 поляризаційного аналізу, блоку цифрової матриці фотодетекторів (світлочутлива цифрова камера) 7 та комп'ютера 8 для запису, зберігання, обробки та аналізу отриманих зображень.

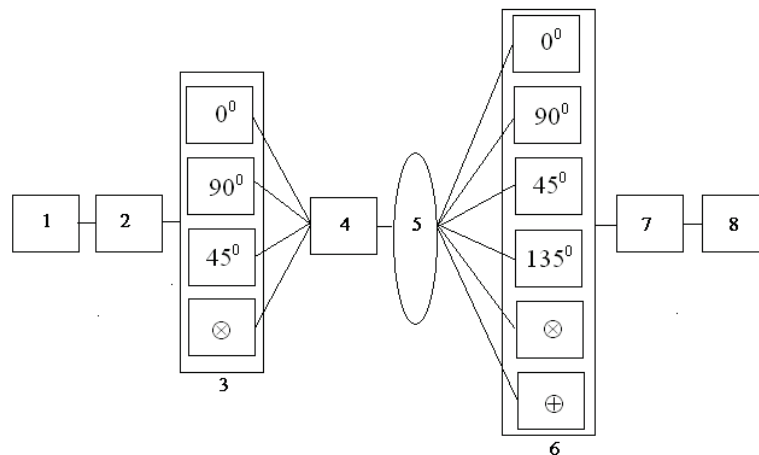


Рис. 1. Блок-схема системи Мюллер-матричного картографування за методом чотирьох зондуючих поляризацій

Опромінювання проводять паралельним лазерним пучком, сформованим блоками 1 і 2, послідовно пропускають його крізь чотири канали блоку 3 поляризаційного опромінювача, що формує послідовно серію зондуючих пучків з азимутами поляризації « $0^{\circ}$ »; « $90^{\circ}$ »; « $45^{\circ}$ »; і «права циркуляція». В межах кожного каналу зондування за допомогою проєкційного блоку 5, кутова апертура якого узгоджена із індикатрисою розсіяння лазерного пучка, формують зображення оптико-анізотропного біологічного шару 4 в площині цифрової світлочутливої камери 7. Для кожного типу поляризації зондуючого пучка вимірюють шість координатних розподілів інтенсивності лазерного зображення біологічного оптико-анізотропного шару шляхом послідовного використання шести каналів блоку 6 поляризаційного аналізу (« $0^{\circ}$ »; « $90^{\circ}$ »; « $45^{\circ}$ »; « $135^{\circ}$ » «права циркуляція» і «ліва циркуляція»). На основі отриманих 24-х зображень за відомими співвідношеннями через отримані параметри векторів Стокса обчислюють значення елементів матриці Мюллера [8, 9], на основі чого одержують шістнадцять Мюллер — матричних зображень, які вичерпно повно характеризують координатний розподіл параметрів анізотропії досліджуваного шару

$$\begin{aligned}
 z_{21} &= 0,5(S_2^0 + S_2^{90}); & z_{31} &= 0,5(S_3^0 + S_3^{90}); & z_{11} &= 0,5(S_1^0 + S_1^{90}); & z_{41} &= 0,5(S_4^0 + S_4^{90}); \\
 z_{22} &= 0,5(S_2^0 - S_2^{90}); & z_{32} &= 0,5(S_3^0 - S_3^{90}); & z_{12} &= 0,5(S_1^0 - S_1^{90}); & z_{42} &= 0,5(S_4^0 - S_4^{90}); \\
 z_{23} &= S_2^{45} - z_{21}; & z_{33} &= S_3^{45} - z_{31}; & z_{13} &= S_1^{45} - z_{11}; & z_{43} &= S_4^{45} - z_{41}; \\
 z_{24} &= S_2^{\otimes} - z_{21}; & z_{34} &= S_3^{\otimes} - z_{31}; & z_{14} &= S_1^{\otimes} - z_{11}; & z_{44} &= S_4^{\otimes} - z_{41}.
 \end{aligned}$$

На рис. 2 показано оптичну схему системи двовимірного Мюллер-матричного картографування

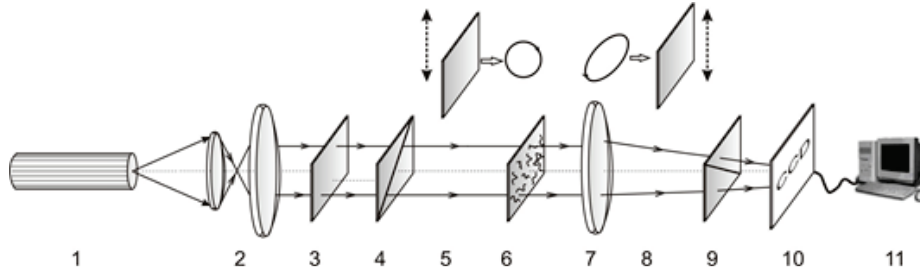


Рис. 2. Оптична схема системи двовимірного Мюллер-матричного картографування:  
 1 — напівпровідниковий лазер; 2 — коліматор; 3 — стаціонарна чвертьхвильова платівки;  
 5, 8 — механічно рухомі чвертьхвильові платівки; 4, 9 — поляризатор та аналізатор відповідно;  
 6 — об'єкт дослідження; 7 — мікрооб'єктив; 10 — CCD камера; 11 — персональний комп'ютер

Освітлення проводилося паралельним ( $\varnothing = 104 \mu\text{м}$ ) пучком напівпровідникового лазера ( $\lambda = 0,64 \mu\text{м}$ ,  $W = 5,0 \text{ мВт}$ ). Поляризаційний освітлювач складається з чвертьхвильових пластинок 3; 5 і поляризатора 4, що забезпечує формування лазерного пучка з довільним азимутом або еліптичністю поляризації.

Поляризаційні зображення біологічних тканин за допомогою мікрооб'єктива 7 проектувалися в площину світлочутливої площини ( $800 \times 600$  пікселів) CCD-камери 10, яка забезпечувала діапазон вимірювання структурних елементів зображення біологічних тканин для наступних розмірів  $2 \mu\text{м}$  —  $2000 \mu\text{м}$ .

Аналіз зображень гістологічних зрізів біологічних тканин здійснювався за допомогою поляризатора 9 та чвертьхвильової пластинки 8.

### ОЦІНЮВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА

Взаємодія поляризованого лазерного випромінювання з досліджуваним біологічним шаром описується мюллер-матричним рівнянням вигляду

$$S_* = \{Z\} S_0 \quad (1)$$

де  $S_*$  — вектор Стокса трансформованого оптичного випромінювання, що пройшло через досліджуваний об'єкт,  $\{Z\}$  — матриця Мюллера, яка описує властивості досліджуваного об'єкта,  $S_0$  — вектор Стокса падаючого оптичного випромінювання.

З урахуванням того, що зондує випромінювання лінійно поляризоване  $S_0 = \{I; I \cdot \cos(2\alpha) \cdot \cos(2\beta); I \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\beta); I \cdot \sin(2\beta)\}$ , то можна вираз (1) записати так:

$$\begin{cases}
 (S_0)_1^k z_{11} + (S_0)_2^k z_{12} + (S_0)_3^k z_{13} + (S_0)_4^k z_{14} = (S_*)_1^k, \\
 (S_0)_1^k z_{21} + (S_0)_2^k z_{22} + (S_0)_3^k z_{23} + (S_0)_4^k z_{24} = (S_*)_2^k, \\
 (S_0)_1^k z_{31} + (S_0)_2^k z_{32} + (S_0)_3^k z_{33} + (S_0)_4^k z_{34} = (S_*)_3^k, \\
 (S_0)_1^k z_{41} + (S_0)_2^k z_{42} + (S_0)_3^k z_{43} + (S_0)_4^k z_{44} = (S_*)_4^k,
 \end{cases} \quad (2)$$

де  $(S_0)_i^k$  та  $(S_*)_i^k$  — параметри  $k$ -го вектора Стокса випромінювання до та після взаємодії з середовищем відповідно;  $k = 1-4$  — тип стану поляризації зонduючого лазерного випромінювання (лінійна або циркулярна поляризація);  $Z_{ik}$  — елементи матриці Мюллера біологічного шару, явний вигляд якої ілюструє вираз

$$\{Z\}_j = \begin{Bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Аналіз співвідношень (2) показує, що вони являють собою систему лінійних неоднорідних рівнянь. Відомо, що похибка знаходження розв'язків такої системи при заданій похибці параметрів поляризаційних елементів ( $\Delta\Theta$  — похибка встановлення азимуту площини пропускання поляризатора,  $\Delta\phi$  — похибка фазового зсуву чвертьхвильової фазової пластинки,  $\Delta\zeta$  — похибка встановлення азимуту швидкої осі фазової пластинки,  $\Delta I$  — випадковий шум, який обумовлений нестабільністю інтенсивності лазерного джерела випромінювання) — «коефіцієнти» — та значень параметрів вектора Стокса  $(S_*)_{j=1;2;3;4}$  перетвореного біологічним шаром випромінювання — «вільні члени» — тим менша, чим менше значення числа обумовленості характеристичної матриці системи (2) [5, 6].

Під числом обумовленості  $V$  характеристичної матриці  $\{H\}$  розуміють величину [6]

$$V = [\{H\}] [\{H^{-1}\}]. \quad (4)$$

Тут  $[\{H\}]$  — норма Фробеніуса характеристичної матриці [6], яка має вигляд

$$[\{H\}] = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |H_{ij}|^2}. \quad (5)$$

Величина числа обумовленості у нашому випадку залежить від параметрів поляризаційних елементів  $V(\zeta = 45^0; \phi = 90^0; \Theta = 0^0; 45^0; 90^0; 135^0)$ .

З аналізу матричного оператора 4-го рангу (співвідношення (3)) випливає, що система лінійних рівнянь (2) являє собою суперпозицію чотирьох підсистем, оскільки маємо чотири стани поляризації зонduючого випромінювання.

Кожна така підсистема має однакову характеристичну матрицю  $\{H\}$  наступного вигляду

$$\{H\} = \begin{Bmatrix} (S_1)_0^{(1)} & (S_2)_0^{(1)} & (S_3)_0^{(1)} & (S_4)_0^{(1)} \\ (S_1)_0^{(2)} & (S_2)_0^{(2)} & (S_3)_0^{(2)} & (S_4)_0^{(2)} \\ (S_1)_0^{(3)} & (S_2)_0^{(3)} & (S_3)_0^{(3)} & (S_4)_0^{(3)} \\ (S_1)_0^{(4)} & (S_2)_0^{(4)} & (S_3)_0^{(4)} & (S_4)_0^{(4)} \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Вираз (6) дозволяє незалежно визначати рядки матриці Мюллера біологічного шару  $\{Z\}$  відповідно до номеру параметра вектора Стокса  $(S_*)_{j=1;2;3;4}$ , перетвореного лазерного випромінювання.

Якщо відома відносна похибка визначення параметрів вектора Стокса  $\delta S$  і величина числа обумовленості  $V$  характеристичної матриці зонduючого каналу, то максимальний рівень інтегральної похибки визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару з урахуванням впливу збурень всіх елементів системи лінійних рівнянь може бути оцінений за допомогою співвідношення [12]:

$$\begin{cases} \delta Z = \frac{2V\delta S}{1-V\delta S}, \\ \delta Z = \frac{[\Delta Z]}{[Z]}, \\ \delta Z = \frac{[\Delta S]}{[S]}, \end{cases} \quad (7)$$

де  $\Delta Z$  і  $\Delta S$  — матриця та вектор абсолютних похибок визначення елементів матриці Мюллера  $\{Z\}$  і параметрів вектора Стокса  $(S_*)_{j=1;2;3;4}$ ;  $V$  — число обумовленості характеристичної матриці  $\{H\}$  зондуючого каналу стоксполяриметру.

Методологія оцінювання похибки визначення параметрів вектора Стокса, яку засновано на використанні числа обумовленості, дуже широко використовується багатьма авторами і добре себе зарекомендувала [10, 11, 13]. Але основна риса, притаманна такому підходу, полягає в тому, що зазначена методика дозволяє оперувати тільки з інтегральною похибкою. В роботах [10, 11] припускається, що параметри вектора Стокса або елементи матриці Мюллера визначаються з однаковою точністю.

Для забезпечення найбільшої точності та достовірності результатів вимірювання поляризаційних характеристик випромінювання та елементів матриць Мюллера досліджуваного середовища, зокрема, біологічних шарів, актуальною задачею є визначення індивідуальних похибок визначення елементів матриці Мюллера.

#### ОЦІНЮВАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА

Проаналізуємо вимірювальний процес з метою визначення похибок для кожного елементу матриці Мюллера біологічного шару.

Якщо повернутись до аналізу виразу (2), то можна припустити, що похибки визначення набору елементів матриці Мюллера біологічного шару  $\Delta Z_{ij}$  будуть залежати від похибок вимірюваних параметрів векторів Стокса опромінюючого  $(\Delta S_0)^{(k)}$  та перетвореного  $(\Delta S_*)^{(k)}$  пучків.

Окрім цього, має місце залежність величини похибок від особливостей анізотропії біологічних шарів, тобто від елементів матриці Мюллера біологічного шару.

Для системи Мюллер-матричного картографування (див. рис.1), що заснована на послідовному зондуванні біологічного шару чотирма типами поляризації, величина результуючої інтенсивності перетвореного випромінювання запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} I_{i=1;2;3;4}^{p,d} = & \left\{ P \begin{pmatrix} \Theta = 0^\circ; \\ \Theta = 90^\circ; \\ \Theta = 45^\circ; \\ \Theta = 135^\circ; \end{pmatrix} \right\} \left\{ F \left( \zeta = \begin{matrix} 45^\circ \\ 135^\circ \end{matrix}; \phi = 90^\circ \right) \right\} \{Z\} \times \\ & \times \left\{ P \begin{pmatrix} \Theta = 0^\circ; \\ \Theta = 90^\circ; \\ \Theta = 45^\circ; \end{pmatrix} \right\} \left\{ F(\zeta = 45^\circ; \phi = 90^\circ) \right\} S_0, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $\{P\}$  і  $\{F\}$  — матриці Мюллера відповідно поляризатора, площина пропускання якого орієнтована під зазначеними кутами  $\Theta$ , та чвертьхвильової фазозсуваючої пластинки з різницею фаз  $\phi$ , швидка вісь якої орієнтована під кутом  $\zeta$  [14].

Для розрахунку випадкової похибки  $\Delta Z_{ik}$  визначення елементів матриці Мюллера  $Z_{ik}$  біологічного шару за відомих величин абсолютних похибок визначення параметрів векторів Стокса  $(\Delta S_0)_i^k$  та  $(\Delta S_*)_i^k$  розраховується за формулою, відомою із роботи [6]

$$\Delta Z_{ik} = \sqrt{(\Delta Z_{ik}^{\text{зонд}})^2 + (\Delta Z_{ik}^{\text{прийм}})^2},$$

$$\Delta Z_{ik}^{\text{зонд}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{p=1}^4 \left( \left( \frac{\partial Z_{ik}((S_0), (S_*))}{\partial (S_0)_i^{(p)}} \right) \Delta (S_0)_i^{(p)}(S_0) \right)^2,$$

$$\Delta Z_{ik}^{\text{прийм}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{p=1}^4 \left( \left( \frac{\partial Z_{ik}((S_0), (S_*))}{\partial (S_*)_i^{(p)}} \right) \Delta (S_*)_i^{(p)}(S_*) \right)^2. \quad (9)$$

У співвідношенні (9)  $\Delta Z_{ik}^{\text{зонд}}$  відноситься до опромінюючого каналу, а  $\Delta Z_{ik}^{\text{прийм}}$  — відноситься до приймального каналу системи Мюллер-матричного картографування, де відбувається поляризаційний аналіз перетвореного випромінювання.

Індекс  $i$  позначає номер параметра вектора Стокса; індекс  $p$  позначає кількість опромінюючих різнополяризованих пучків з відповідними векторами Стокса.

Підставляючи необхідні параметри та проводячи відповідні перетворення в (9) можна одержати співвідношення для оцінки похибки  $\Delta Z_{ik}$  визначення елементів матриці Мюллера  $Z_{ik}$  [6]

$$\Delta Z_{ik} = \sum_{\substack{m,n=1 \\ p,l=1}}^4 Z_{mn} Z_{pl} K_{mpl}^{ik}, \quad (10)$$

де  $K_{mpl}^{ik}$  — коефіцієнти, що в загальному випадку залежать від значень параметрів усіх поляризаційних елементів системи, від параметрів векторів Стокса  $S_0$  та  $S_*$ , а також від значень абсолютних похибок  $\Delta S_0$  і  $\Delta S_*$ .

Для біологічного шару з лінійним двопронезаломленням співвідношення (10) у розгорнутому вигляді може бути записано у вигляді таких функціональних залежностей:

$$\begin{cases} \Delta Z_{1k} = \Delta Z_{1k}(Z_{11}, Z_{22}, Z_{23}, Z_{24}, Z_{32}, Z_{33}, Z_{34}, Z_{42}, Z_{43}, Z_{44}), \\ \Delta Z_{2,3,4,k} = \Delta Z_{2,3,4,k}(Z_{22}, Z_{23}, Z_{24}, Z_{32}, Z_{33}, Z_{34}, Z_{42}, Z_{43}, Z_{44}). \end{cases} \quad (11)$$

Для кількісного індивідуального визначення значень похибок елементів матриці Мюллера біологічного шару вирази для обчислення матриці Мюллера біологічного шару підставимо у (9) із урахуванням величини індивідуальних похибок визначення параметрів вектора Стокса.

Для кількісного аналізу похибок визначення набору параметрів вектора Стокса  $\Delta S_{i=1;2;3;4}$  скористаємось літературно відомими [5, 6] та найбільш відповідними до умов реального експерименту величинами парціальних інструментальних і вимірювальних похибок  $\Delta \Theta = 0,2^0$ ;  $\Delta \zeta = 0,2^0$ ;  $\Delta \varphi = 0,5^0$ ;  $\Delta I = 0,001I_0$ . Тут  $I_0 \equiv 1$  — інтенсивність джерела випромінювання.

Установлені середні значення похибок параметрів вектора Стокса для максимально можливих діапазонів зміни поляризаційних параметрів  $-90^0 \leq \alpha \leq 90^0$ ;  $-45^0 \leq \beta \leq 45^0$  візьмемо із запасом в 10 разів більше порівняно із оптимальними значеннями, розрахованими в роботі [6]

$$\Delta \bar{S}_1 = 0,020; \quad \Delta \bar{S}_2 = 0,020; \quad \Delta \bar{S}_3 = 0,021; \quad \Delta \bar{S}_4 = 0,056. \quad (12)$$

У результаті одержимо наступні величини похибок визначення елементів матриці Мюллера біологічного шару з лінійним двопронезаломленням:

$$\Delta Z_{ik} = \begin{vmatrix} 0,042 & 0,052 & 0,063 & 0,081 \\ 0,055 & 0,041 & 0,047 & 0,083 \\ 0,039 & 0,042 & 0,045 & 0,086 \\ 0,072 & 0,086 & 0,093 & 0,097 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

**СТАТИСТИЧНІ, КОРЕЛЯЦІЙНІ ТА ФРАКТАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КООРДИНАТНИХ РОЗПОДІЛІВ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА**

В основу визначення статистичних, кореляційних і фрактальних характеристик координатних розподілів похибок вимірюваних координатних розподілів величини параметрів вектора Стокса та елементів матриці Мюллера покладено такі принципи:

— *статистичні* — обчислення статистичних моментів 1-го і 2-го порядків [3, 4, 8, 9], які характеризують координатні розподіли значень відносних похибок  $\Delta(S_{0,*})$  визначення параметрів вектора Стокса опромінюючого і перетвореного біологічним шаром лазерного випромінювання, а також елементів матриці Мюллера

$$\frac{|\Delta(S_{0,*})|}{|(S_{0,*})|^T} = \frac{|(S_{0,*})|^E - |(S_{0,*})|^T}{|(S_{0,*})|^T} \quad (14)$$

$$\frac{|\Delta z_{ik}|}{|z_{ik}|^T} = \frac{|z_{ik}|^E - |z_{ik}|^T}{|z_{ik}|^T} \quad (15)$$

Тут  $T$  — теоретичні значення;  $E$  — експериментальні значення.

— *кореляційні* — обчислення усередненої у межах всіх рядків  $(1, \dots, m)$  автокореляційної функції розподілів значень параметрів вектора Стокса опромінюючого і перетвореного біологічним шаром лазерного випромінювання, а також елементів матриці Мюллера

$$\bar{K}(\Delta m) = \sum_{j=1}^n \frac{K_j(\Delta m)}{n} \quad (16)$$

Для оцінювання лінійності автокореляційних залежностей розподілів  $(S_0(m \times n), S_*(m \times n), z_{ik}(m \times n))$  введено коефіцієнт лінійності  $\xi$

$$\xi(\Delta m, S_0, S_*, z_{ik}) = 1 - \frac{\Pi^E(\Delta m, S_0, S_*, z_{ik})}{\Pi^T(\Delta m, S_0, S_*, z_{ik})} = 1 - 2 \int_1^m \bar{K}(\Delta m, S_0, S_*, z_{ik}) dm \dots \quad (17)$$

Тут  $\Pi^E$  – площа під експериментально визначеною функцією,  $\Pi^T$  – площа під теоретично визначеною функцією.

— *фрактальні* — обчислення логарифмічних залежностей спектрів потужності розподілів значень параметрів вектора Стокса опромінюючого і перетвореного біологічним шаром лазерного випромінювання, а також елементів матриці Мюллера.

Для оцінювання ступеня самоподібності розподілів  $(S_0(m \times n), S_*(m \times n), z_{ik}(m \times n))$  введено коефіцієнт фрактальності  $\mu$

$$\mu = 1 - \frac{\eta_{\max} - \eta_{\min}}{\eta_{\max} + \eta_{\min}} \quad (18)$$

Тут  $\eta_{\max}$  і  $\eta_{\min}$  — максимальне та мінімальне значення кута нахилу апроксимуючої кривої  $\Phi(\eta)$  до логарифмічної залежності спектрів потужності розподілів значень параметрів вектора Стокса опромінюючого і перетвореного біологічним шаром лазерного випромінювання, а також елементів матриці Мюллера.

Одержані результати з вимірювання координатних розподілів значень елементів матриці Мюллера системи двовимірного Мюллер-матричного картографування та визначення статистичних (співвідношення (14, 15)), кореляційних (співвідношення (17)) і фрактальних (співвідношення (18)) характеристик координатних розподілів похибок систематизовані у таблиці 1.

Таблиця 1.

Об'єктивні параметри, що характеризують похибки визначення розподілів  $\Delta z_{ik}$

|                            |          |          |          |          |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|
| Параметри                  | $Z_{11}$ | $Z_{12}$ | $z_{13}$ | $z_{14}$ |
| $\bar{\Delta z}_{ik}$      | 0,051    | 0,063    | 0,075    | 0,089    |
| $\overline{\Delta z}_{ik}$ | 0,019    | 0,021    | 0,023    | 0,025    |
| $\xi$                      | 0,023    | 0,026    | 0,031    | 0,035    |
| $\mu$                      | 0,94     | 0,92     | 0,91     | 0,89     |
| Параметри                  | $Z_{21}$ | $Z_{22}$ | $z_{23}$ | $z_{24}$ |
| $\bar{\Delta z}_{ik}$      | 0,067    | 0,049    | 0,063    | 0,094    |
| $\overline{\Delta z}_{ik}$ | 0,022    | 0,15     | 0,021    | 0,026    |
| $\xi$                      | 0,022    | 0,021    | 0,025    | 0,033    |
| $\mu$                      | 0,95     | 0,96     | 0,93     | 0,91     |
| Параметри                  | $Z_{31}$ | $Z_{32}$ | $z_{33}$ | $z_{34}$ |
| $\bar{\Delta z}_{ik}$      | 0,042    | 0,048    | 0,053    | 0,094    |
| $\overline{\Delta z}_{ik}$ | 0,014    | 0,015    | 0,016    | 0,027    |
| $\xi$                      | 0,021    | 0,022    | 0,024    | 0,031    |
| $\mu$                      | 0,95     | 0,94     | 0,92     | 0,905    |
| Параметри                  | $Z_{41}$ | $Z_{42}$ | $z_{43}$ | $z_{44}$ |
| $\bar{\Delta z}_{ik}$      | 0,081    | 0,092    | 0,096    | 0,098    |
| $\overline{\Delta z}_{ik}$ | 0,022    | 0,024    | 0,025    | 0,026    |
| $\xi$                      | 0,027    | 0,029    | 0,032    | 0,035    |
| $\mu$                      | 0,91     | 0,905    | 0,89     | 0,885    |

Аналіз одержаних даних виявив:

— задовільну кореляцію між величинами індивідуальних середньостатистичних похибок експериментального і теоретичного визначення координатних  $(m \times n)$  розподілів значень елементів матриці Мюллера ;

— дещо вищий (на 10 %—15 %) рівень похибок експериментального визначення координатних  $(m \times n)$  розподілів значень елементів матриці Мюллера можна пов'язати із неконтрольованим впливом сукупності випадкових похибок, що не розглянуті в даній статті;

— високий ступень координатної однорідності  $(\xi \rightarrow 0)$  двовимірних розподілів  $(S_*)_{i=1;2;3;4}(m \times n) — 0,022 \leq \xi \leq 0,035$  ;

— масштабну самоподібність  $(\mu \rightarrow 0)$  двовимірних розподілів  $(S_*)_{i=1;2;3;4}(m \times n) — 0,89 \leq \mu \leq 0,95$  .

### ВИСНОВКИ

Здійснено теоретичне оцінювання інтегральних та індивідуальних похибок визначення значень елементів матриці Мюллера біологічного шару з лінійним двопронезаломленням на основі числа обумовленості характеристичної матриці системи двовимірного Мюллер-матричного картографування. Показано, що зазначені похибки можуть бути обумовлені похибкою встановлення азимуту площини пропускання поляризатора, похибкою фазового зсуву чвертьхвильової фазової пластинки, похибкою встановлення азимуту швидкої осі фазової пластинки, випадковим шумом, який обумовлений нестабільністю інтенсивності лазерного джерела випромінювання.

Проведено експериментальне вимірювання елементів матриць Мюллера системи двовимірного Мюллер-матричного картографування. Вперше введено комплекс об'єктивних параметрів, що



характеризують похибки визначення координатних розподілів значень елементів матриці Мюллера зазначеної системи, у межах статистичного, кореляційного і фрактального підходів. Це може бути покладено в подальшому в основу проведення порівняльного аналізу точності визначення матричних операторів з наперед відомими оптичними властивостями.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Registration scheme suitable to Mueller matrix imaging for biomedical application / S. Guyot, M. Anastasiadou, E. Delechelle, A. De Martino // *Opt. Express*. – 2007. – №15. – P.7393 – 7400.
2. Shuliang Jiao Two-dimensional depth-resolved Mueller matrix of biological tissue measured with double-beam polarization-sensitive optical coherence tomography / Jiao Shuling, V. Lihong Wang // *Opt. Lett* / — 2002. — № 27. — P. 101—103.
3. Основи лазерної поляриметрії. Ч. 1: Біологічні тканини людини / [ Ушенко О. Г., Ушенко Ю. О., Томка Ю. Я. та ін.]; під ред. О. Г. Ушенко. — Чернівці : Чернів. нац. ун-т, 2010. — 588 с.
4. Основи лазерної поляриметрії. Біологічні рідини / [Ушенко О. Г., Бойчук Т. М., Заболотна Н. І. та ін.]; під ред. О. Г. Ушенка. — Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2011. — 656 с.
5. Оптимизация измерения матрицы Мюллера с использованием обобщенного последовательно-временного подхода / С. Н. Савенков, А. С. Климов, Е. А. Оберемок [и др.] // *Вестник Днепропетровского университета, серия «Физика. Радиоэлектроника»*. — 2008. — № 2. — С. 23—29.
6. Клімов О. С. адаптивна поляриметрія послідовного зондування однорідних анізотропних об'єктів: дис. ... канд. фіз.- мат. наук: 01.04.05 / Клімов Олександр Сергійович. — К., 2010. — 186 с.
7. Тужанський С. Є. Системи лазерної відео поляриметрії для автоматизованого контролю параметрів неоднорідних біотканин : монографія / С. Є. Тужанський, Г. Л. Лисенко. — Вінниця : ВНТУ, 2011. — 156 с.
8. Заболотна Н. І. Архітектура і алгоритми функціонування та аналізу даних двовимірних систем лазерної поляриметрії біологічних тканин / Заболотна Н. І. // *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. — 2013. — № 1(25). — С. 54—65.
9. Zabolotna N. I. A multifunctional automated system of 2D laser polarimetry of biological tissues / N. I. Zabolotna, K. O. Radchenko // *Proc. of SPIE*. — Vol. 9205, 92050V. —2014. — doi : 10.1117/12.2062140.
10. Savenkov S. N. Analysis of generalized polarimetric measurement equation / S. N. Savenkov // *Proc. of SPIE*. — 2007. — Vol. 6682. — P. 668214.
11. Savenkov S. N. Mueller matrix elements error distribution for polarimetric measurements / S. N. Savenkov, K. E. Yushtin // *Proc. of SPIE*. — 2003. — Vol. 5158. — № 9. — P. 251—259.
12. Форсайт Д. К. Машинные методы математических вычислений / Форсайт Д. К., Малькольм М., Моулер К : пер. с англо ХюДю Икрамова — М. : Мир, 1980. — 280 с.
13. Twietmeyer K. M. Optimization of Mueller matrix polarimeters in the presence of error sources / K. M. Twietmeyer, R. A. Chipman // *Opt. Express*. — 2008. — №16. — P. 11589—11603.
14. Джеррард А. Введение в матричную оптику / А. Джеррард, Дж. М. Берч. — М. : Мир, 1978. — 342 с.

Надійшла до редакції 12.10.2014 р.

**ЗАБОЛОТНА НАТАЛІЯ ІВАНІВНА** — к. т. н., доцент, доцент кафедри лазерної та оптико-електронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна, E-mail: [Natalia.zabolotna@gmail.com](mailto:Natalia.zabolotna@gmail.com)

**РАДЧЕНКО КОСТЯНТИН ОЛЕГОВИЧ** — магістрант кафедри лазерної та оптико-електронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця, Україна.