

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Наукові праці
Донецького національного технічного
університету

**Серія: “Інформатика, кібернетика
та обчислювальна техніка”**

Всеукраїнський науковий збірник

Заснований у травні 1996 року

Виходить 2 рази на рік

№ 1 (32) ’ 2021

Покровськ – 2021

УДК 004.3+004.9+004.2+51.7+519.6+519.7

Публікується згідно з рішенням Вченої ради ДВНЗ «Донецький національний технічний університет» (протокол № 8 від 30.09. 2021).

Збірник містить наукові статті співробітників ДонНТУ та інших навчальних і наукових закладів України, які є науковими партнерами ДонНТУ. Публікації висвітлюють результати наукових досліджень і розробок в таких напрямках, як інформатика, чисельні методи, паралельні обчислення, програмування, розробка засобів обчислювальної техніки, дослідження комп'ютерних мереж, машинна графіка і обробка зображень, математичне моделювання в різних галузях. Матеріали збірника призначені для наукових співробітників, викладачів, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів.

Засновник та видавець – Донецький національний технічний університет (ДонНТУ)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Д-р техн. наук, проф. Є.О. Башков (головний редактор); д-р техн. наук, проф. О.А. Дмитрієва (заступник головного редактора); член-кореспондент НАН України, д-р техн. наук, проф. В.П. Боюн; д-р техн. наук, проф. О.О. Баркалов; д-р техн. наук, проф. О.В. Вовна; д-р техн. наук, проф. А.А. Зорі; д-р техн. наук, проф. С.Д. Погорілий; д-р техн. наук, проф. О.Н. Романюк; д-р техн. наук, проф. В.А. Святний; д-р техн. наук, проф. Тянев Дмитр Стоянов; д-р техн. наук, проф. Г.Г. Швачич; канд. техн. наук, доц. І.Я. Зеленцова; канд. техн. наук, доц. І.С. Лактіонов; канд. техн. наук, доц. Н.О. Маслова; канд. техн. наук, доц. І.А. Назарова (відп. секретар випуску).

Адреса редакції: 85300, м. Покровськ, пл. Шибанкова, 2, ДВНЗ «ДонНТУ», 3.312.
E-mail: yevhen.bashkov@domntu.edu.ua

Збірник зареєстровано в Державному комітеті інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України. Свідоцтво: серія КВ, №7374 від 03.06.2003.

Збірник включено до переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук, кандидата наук та ступеня доктора філософії за спеціальностями 121 Інженерія програмного забезпечення, 122 Комп'ютерні науки, 123 Комп'ютерна інженерія (наказ Міністерства освіти і науки України №409 від 17 березня 2020 р.)

Збірник "Наукові праці ДонНТУ, серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка" за наказом № 409 МОНУ від 17. 03.2020 отримав категорію Б.

ЗМІСТ

Самощенко О. В., Лапко В. В., Мірошкін О. М., Зеленцова І. Я., Маргієв Г. Е. Додавання та віднімання в L-системі кодування цілих чисел	4
Романюк О.Н., Дудник О.О., Снігур А.В., Рейда О.М., Романюк О.В. Особливості нормалізації векторів при перспективно-коректному відтворенні кольорів	11
Павловський Є. В. Огляд методів оцінки якості зображень	18
Дмитрієва О.А., Алтухова Т.В., Бабенко Є.О. Розробка комп'ютерної моделі системи діагностики технічного стану електрообладнання на основі кластерного аналізу	24
Граняк В. Ф., Каців С. Ш., Кухарчук В.В. Використання дискретного вейвлет аналізу вібро-акустичного сигналу для виявлення дебалансу ротора обертових електричних машин	32
Єгошина Г. А., Вороной С.М. Рекомендаційний модуль на основі обмежень для онлайн-сервісу ріелторського агентства	41
Ратов Д. В. Програмний контролер автоматизації формування документів з обмеженням несанкціонованого доступу	49
Пархоменко А.В., Туленков А.В., Залюбовський Я.І., Горіченко Ю.Є. Методи та засоби аналізу даних системи домашньої автоматизації	57

УДК 004.925

О. Н. Романюк, д-р техн. наук, проф.,
О. О. Дудник, канд. техн. наук, доц.,
А. В. Снігур, канд. техн. наук, доц.,
О. М. Рейда, канд. техн. наук, доц.,
О. В. Романюк, канд. техн. наук, доц.

Вінницький національний технічний університет, г. Вінниця, Україна
rom8591@gmail.com

Особливості нормалізації векторів при перспективно-коректному відтворенні кольорів

У статті розглянуто особливості нормалізації векторів при перспективно-коректному відтворенні кольорів, яке широко використовується в задачах високореалістичного рендерингу. Отримано апроксимаційні аналітичні вирази для взаємозв'язку параметричних змінних в об'єктному та екранному просторах при перспективно-коректному відтворенні кольорів. Розглянуто можливість використання квадратичного, кубічного та кусково-лінійного інтерполювання. Отримано значення максимальних відносних похибок апроксимації. Доведено, що нормалізацію при перспективно-коректному відтворенні об'єкта виконувати не потрібно. Це дозволяє суттєво спростити обчислювальний процес і, як наслідок, підвищити продуктивність рендерингу. Отримані результати можна використати в системах високореалістичного формування тривимірних графічних сцен.

Ключові слова: рендеринг, текстурування, сферично-кутова інтерполяція, нормалізація векторів

DOI: 10.31474/1996-1588-2021-1-32-11-17

Вступ

При зафарбовуванні [1-3] та текстуруванні [4-7] 3D-об'єкта визначають нормовані вектори до поверхні об'єкта, джерела світла й спостерігача, а також допоміжні вектори залежно від вибору моделі освітлення.

Нормалізація [8-11] векторів є трудомісткою операцією, тому актуальним питанням є спрощення процедури нормалізації з метою її підвищення продуктивності формування тривимірних зображень.

Особливо важливими є питання нормалізації векторів при перспективно-коректному формуванні графічних сцен, оскільки обсяг обчислень суттєво зростає за рахунок врахування z -координати. У зв'язку з цим актуальним питанням є спрощення процедури нормалізації з метою підвищення продуктивності формування тривимірних зображень.

Аналіз літератури

Якщо вектор \vec{N} має координати (x, y, z) , то його нормалізація виконується за формулою

$$\vec{N} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \vec{i} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \vec{j} + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \vec{k}.$$

Нормалізація вектору нормалей передбачає виконання двох операцій додавання, трьох операцій множення, трьох операцій ділення та однієї операції знаходження квадратного кореня, що обумовлює достатньо велику трудомісткість.

Науковцями фірми NVIDIA було отримано формулу [3, 9] для наближеної нормалізації векторів із використанням одного кроку ітерації Ньютона-Рафсона:

$$\vec{N}_n \approx \vec{N} \cdot (3 - \vec{N} \cdot \vec{N}) / 3.$$

Хоча наведена формула достатньо проста, однак великі похибки визначення ортогональних складових вектора обмежують її використання для задач зафарбовування.

Р. Ліон [3], використавши розклад у ряд Тейлора виразу $1/\sqrt{\vec{N} \cdot \vec{N}}$, отримав формулу для наближеної нормалізації вектора нормалі

$$\vec{N}_n \approx \vec{N} \left(1 - \frac{1}{2} ((\vec{N} \cdot \vec{N}) - 1) + \frac{3}{8} ((\vec{N} \cdot \vec{N}) - 1)^2 \right),$$

у якій операції ділення замінено на зсув, що спрощує реалізацію. На жаль, формула має велику похибку апроксимації, що обмежує її застосування.

Інтерполяцію одиничних векторів між початковим \vec{N}_a і кінцевим \vec{N}_b векторами можна виконати за формулою [8]

$$\vec{N}(w) = \vec{N}_a \frac{\sin((1-w)\psi)}{\sin\psi} + \vec{N}_b \frac{\sin(w\psi)}{\sin\psi},$$

де $w \in [0, 1]$, а ψ – кут між векторами \vec{N}_a і \vec{N}_b . Розрахунок векторів передбачає визначення синуса, ресурсоемної функції арккосинуса для знаходження невідомих w та ψ , а також виконання операції ділення.

Одиничні вектори нормалей можна отримати, виконуючи сферично-кутову інтерполяцію між початковим та кінцевим вектором нормалі в рядку rasterизації за формулою [8]:

$$\vec{N}(t+1) = 2\vec{N}(t)\cos\phi - \vec{N}(t-1),$$

де $\vec{N}(t), \vec{N}(t-1)$ – вектори нормалей у двох попередніх точках рядка rasterизації, $\phi = \psi/l$, l – довжина рядка rasterизації. Недолік методу полягає в необхідності обчислення для кожного рядка rasterизації функції арккосинуса згідно з формулою: $\psi = \arccos(\vec{N}_a \cdot \vec{N}_b)$.

Мета статті – дослідження особливостей нормалізації векторів при перспективно-коректному формуванні графічних сцен з метою спрощення обчислювального процесу та підвищення швидкодії рендерингу.

Нормалізації векторів при перспективно-коректному відтворенні кольорів

Проекціювання [1] – це відображення точок, заданих у системі координат із розмірністю E , у точки в системі з меншою розмірністю. У комп'ютерній графіці розглядаються переважно проєкції тривимірних образів на двовимірну картинну площину. Плоскі геометричні проєкції підрозділяються на два основних класи: центральні й паралельні. Різниця між ними визначається співвідношенням між центром проєкції й проєкційною площиною. Якщо відстань між ними кінцева, то проєкція буде центральною, якщо ж – нескінченна, то проєкція буде паралельною. У реальному просторі відбиття променів від предметів сприймається в точці розташування спостерігача, тобто за принципом центрального проєкціювання [1]. Коректне відтворення кольорів має місце за умови, що складові інтенсивностей кольору відповідних точок поверхні в об'єктній та екранній системах координат збігаються.

Реалістичне зафарбовування передбачає коректне відтворення кольорів при врахуванні при перспективному проєкціюванні z -координати.

Нехай у об'єктному координатному просторі задано відрізок прямої $A_w B_w$. У площині спостереження йому відповідає відрізок $A_v B_v$.

Для перспективно-коректного відтворення кольору при зафарбуванні за Фонгом [1-3, 8] необхідно використати нелінійне інтерполювання

векторів нормалей із використанням змінної t_w . На жаль, розрахунок t_w за формулою

$$t_w = \frac{Z_{Aw} \cdot t_v}{Z_{Bw} - t_v \cdot (Z_{Bw} - Z_{Aw})},$$

де t_w, t_v – відповідно параметричні змінні для об'єктної та екранної систем координат

Останній вираз передбачає виконання операції ділення для кожного поточного значення t_v . Розглянемо можливість апроксимації t_w для спрощення реалізації. Оскільки залежність t_w нелінійна, то використання лінійного інтерполювання на всьому проміжку змінної t_v виключається. Апроксимуємо t_w поліномом другого степеня $a \cdot t_v^2 + b \cdot t_v + c$. Знайдемо невідомі a, b, c . Для цього складемо систему рівнянь, використавши три точки $t_v = 0, t_v = 1, t_v = 1/2$.

$$\begin{cases} c = 0, \\ a + b + c = 1, \\ \frac{1}{4} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot b + c = \frac{Z_{Aw}}{Z_{Bw} + Z_{Aw}} \end{cases}.$$

Система має такий розв'язок

$$a = \frac{2 \cdot (Z_{Bw} - Z_{Aw})}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})}, \quad b = \frac{(3 \cdot Z_{Aw} - Z_{Bw})}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})}, \quad c = 0.$$

Якщо $\tilde{h} = \frac{Z_{Bw}}{Z_{Aw}}$, то

$$a = \frac{2 \cdot (\tilde{h} - 1)}{(\tilde{h} + 1)}, \quad b = \frac{(3 - \tilde{h})}{(\tilde{h} + 1)}.$$

Квадратична апроксимація дає задовільні результати тільки для $\tilde{h} \leq 3$. На рис. 1 наведено графік зміни абсолютної похибки апроксимації від t_v і \tilde{h} .

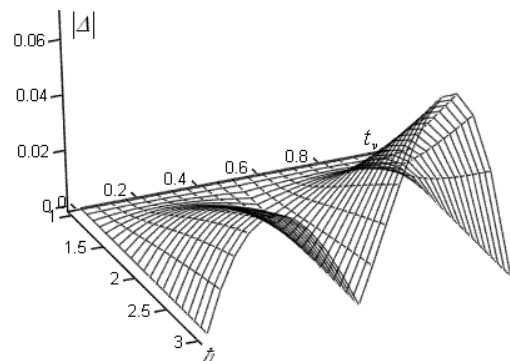


Рисунок 1 – Залежність модуля абсолютної похибки апроксимації від t_v і \tilde{h}

Більш високу точність апроксимації можна досягти, якщо використати кусково-квадратичну інтерполяцію на двох проміжках зміни t_v . Для $0 \leq t_v \leq 0,5$

$$a = \frac{8 \cdot Z_{Aw} \cdot (Z_{Bw} - Z_{Aw})}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Aw})},$$

$$b = \frac{(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Bw})}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Aw})}, \quad c = 0.$$

Для $0,5 < t_v \leq 1$

$$a = \frac{-8 \cdot Z_{Bw} \cdot (Z_{Aw} - Z_{Bw})}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Aw})},$$

$$b = \frac{2 \cdot (9 \cdot Z_{Aw} - 5 \cdot Z_{Bw}) \cdot Z_{Bw}}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Aw})},$$

$$c = \frac{3 \cdot (Z_{Aw} - Z_{Bw})^2}{(Z_{Bw} + Z_{Aw})(3 \cdot Z_{Aw} + Z_{Aw})}.$$

Аналіз показав, що в цьому випадку при $\hbar = 2, 3, 4, 5$ максимальна за модулем відносна похибка не перевищує, відповідно, 1%, 4%, 8%, 13%. Що стосується тривимірних об'єктів, то \hbar , як правило, не перевищує 3.

Розглянемо використання для апроксимації полінома третього степеня виду $a \cdot t_v^3 + b \cdot t_v^2 + ct + d$. Для знаходження невідомих складемо систему із чотирьох рівнянь. Для цього прирівняємо значення полінома і t_w у точках $t_v = 0, 1/3, 2/3, 1$. Знаходимо, що

$$a = \frac{9 \cdot (Z_{Bw} - Z_{Aw})^2}{(2 \cdot Z_{Bw} + Z_{Aw}) \cdot (Z_{Bw} + 2 \cdot Z_{Aw})},$$

$$b = \frac{-9 \cdot (Z_{Bw} - Z_{Aw})(Z_{Bw} - 2 \cdot Z_{Aw})}{(2 \cdot Z_{Bw} + Z_{Aw}) \cdot (Z_{Bw} + 2 \cdot Z_{Aw})},$$

$$c = \frac{(2 \cdot Z_{Bw}^2 - 4 \cdot Z_{Aw} \cdot Z_{Bw} + 11 \cdot Z_{Aw})}{(2 \cdot Z_{Bw} + Z_{Aw}) \cdot (Z_{Bw} + 2 \cdot Z_{Aw})}.$$

Аналіз показав, що при використанні кубічної інтерполяції досягається більш висока точність порівняно з кусково-квадратичною інтерполяцією. Так, наприклад, при $\hbar = 2, 3, 4, 5$ максимальна за модулем відносна похибка не перевищує, відповідно, 0,64%, 2,9%, 6,3%, 10,6%.

На рис. 2 зображено приклад формування тривимірного зображення з урахуванням перспективи.

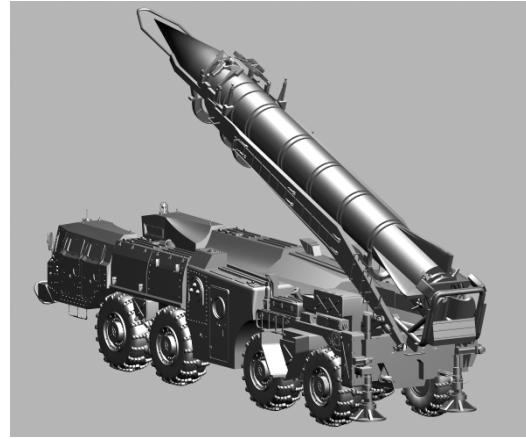


Рисунок 2 – Приклад формування тривимірної фігури з урахуванням перспективи

Розглянемо питання перспективно-коректного відтворення кольорів при використанні сферично-кутової інтерполяції для нормалізації векторів нормалей. Кутова інтерполяція (рис. 3) одиничних векторів нормалей у об'єктній системі координат між початковим \vec{N}_A і кінцевим \vec{N}_B векторами виконується згідно з виразом [8].

$$\vec{N}(w) = \vec{N}_a \cos(w \cdot \psi) + \vec{N}_k \sin(w \cdot \psi).$$

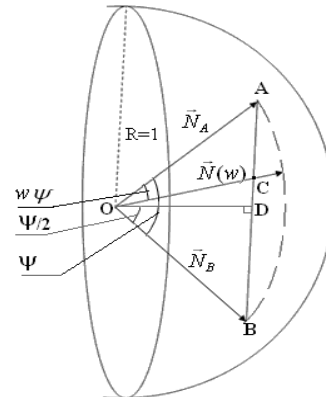


Рисунок 3 – Визначення векторів нормалей при сферично-кутової інтерполяції

Оскільки вектори \vec{N}_A, \vec{N}_B одиничні (рис. 3), то трикутник OAB – рівнобедрений. Із трикутника OBD ($\hat{D} \perp AB$) знаходимо, що

$$DB = |\vec{N}_B| \cdot \sin \frac{\psi}{2}. \quad \text{Ураховуючи, що } |\vec{N}_B| = 1, \text{ то}$$

$$AB = 2 \cdot DB = 2 \cdot \sin \frac{\psi}{2}.$$

Розглянемо трикутник OAC .

$$\angle OAC = \frac{180 - \psi}{2}.$$

$$\angle OCA = 180^\circ - \angle OAC - w \cdot \psi = \frac{180^\circ + \psi}{2} - w \cdot \psi$$

Із трикутника АОС по теоремі синусів знаходимо, що

$$\begin{aligned} \dot{A}\tilde{N} &= |\tilde{N}_A| \frac{\sin(w \cdot \psi)}{\sin\left(\frac{180^\circ + \psi}{2} - w \cdot \psi\right)} = \\ &= \frac{\sin(w \cdot \psi)}{\sin\left(\frac{180^\circ + \psi}{2} - w \cdot \psi\right)} = \frac{\sin(w \cdot \psi)}{\cos\left(w \cdot \psi - \frac{\psi}{2}\right)}. \end{aligned}$$

Для світової системи координат поточне значення параметричної змінної d , значення якої змінюється від 0 до 1, легко знайти через відношення відрізка АС до АВ.

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sin(w \cdot \psi)}{2 \sin \frac{\psi}{2} \cdot \cos\left(w \cdot \psi - \frac{\psi}{2}\right)} = \\ &= \frac{\sin(w \cdot \psi)}{\sin\left(\frac{\psi}{2} + w \cdot \psi - \frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2} - w \cdot \psi + \frac{\psi}{2}\right)} = \\ &= \frac{\sin(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi) + \sin(\psi - w \cdot \psi)} = \\ &= \frac{1}{1 + \sin \psi \frac{\cos(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi)} - \cos \psi}. \end{aligned}$$

Було доведено [7], що між параметричною змінною v в екранній системі координат і змінною d у об'єктній системі координат існує таке співвідношення

$$d = \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{1}{v}\right) \cdot \frac{z_2}{z_1}},$$

де z_2, z_1 - Z- координати, відповідно, початкової та кінцевої точок відрізка прямої у об'єктній системі координат. Для екранної системи координат справедливе таке співвідношення

$$v = \frac{1}{1 + \sin \psi \cdot \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi},$$

де η змінюється від нуля до одиниці.

Підставивши значення v у формулу для d , отримуємо

$$d = \frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right)}.$$

Таким чином, для знаходження векторів нормалей у об'єктній системі координат, використовуючи значення параметричної змінної η у екранній системі координат, застосовують

формулу

$$\begin{aligned} \vec{N}(w) &= \vec{N}_a \cos\left(\frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right)} \psi\right) + \\ &+ \vec{N}_k \sin\left(\frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right)} \psi\right). \end{aligned}$$

Для світової системи координат

$$d = \frac{1}{1 + \sin \psi \frac{\cos(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi)} - \cos \psi}.$$

При перспективно-коректному формуванні зображень

$$d = \frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right)}.$$

Прирівнявши праві частини наведених вище виразів, знаходимо

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \sin \psi \frac{\cos(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi)} - \cos \psi} &= \\ &= \frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right)}. \end{aligned}$$

З останнього рівняння знаходимо

$$\begin{aligned} 1 + \sin \psi \cdot \frac{\cos(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi)} - \cos \psi &= \\ &= 1 + \frac{z_2}{z_1} \left(\sin \psi \cdot \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right). \end{aligned}$$

Після спрощення отримуємо

$$\begin{aligned} \sin \psi \cdot \frac{\cos(w \cdot \psi)}{\sin(w \cdot \psi)} - \cos \psi &= \\ &= \frac{z_2}{z_1} \cdot \left(\sin \psi \cdot \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos \psi \right) \end{aligned}$$

Уведемо позначення $\dot{a} = \sin(w \cdot \psi)$.

Зрозуміло, що $\sqrt{1 - \dot{a}^2} = \cos(w \cdot \psi)$,

$$\begin{aligned} \sin\psi \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} - \cos\psi &= \\ &= \frac{z_2}{z_1} \left(\sin\psi \frac{\cos(\eta \cdot \psi)}{\sin(\eta \cdot \psi)} - \cos\psi \right) \end{aligned}$$

З останнього рівняння знаходимо

$$a = \frac{S \cdot \sin(\psi)}{\sqrt{(S \cdot \sin(\psi))^2 + (S \cdot \cos(\psi) - z_2 \cdot \sin(\psi \cdot (i-1)))^2}},$$

$$S = z_1 \cdot \sin(\eta \cdot \psi).$$

Наведене співвідношення передбачає обчислення відразу двох функцій – синуса та косинуса, що ускладнює обчислення і передбачає зберігання табличних даних для двох функцій. Розділивши знаменник і чисельник дробу на $z_1 \cdot \sin(\eta \cdot \psi) \cdot \sin(\psi)$ і виконавши еквівалентні перетворення, знаходимо

$$\begin{aligned} \sin(w \cdot \psi) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2}} \end{aligned}$$

Наведений вираз справедливий для всіх випадків за винятком, коли $z_1 \cdot \sin(\eta \cdot \psi) \cdot \sin(\psi) = 0$. Це має місце в початковій точці рядка rasterизації трикутника, де вектор нормалі задано і його обчислювати не потрібно, тому запропоноване ділення можна виконувати.

Аналогічно знаходимо

$$\begin{aligned} \cos(w \cdot \psi) &= \\ &= \frac{\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi))}{\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2}} \end{aligned}$$

Остаточо можна записати, що

$$\begin{aligned} \vec{N}(w) &= \vec{N}_a \cdot \cos(w \cdot \psi) + \vec{N}_k \cdot \sin(w \cdot \psi) = \\ &= \frac{\vec{N}_a \cdot \left(\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right) + \vec{N}_k}{\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2}} \end{aligned}$$

Уведемо позначення

$$b = \operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)), \text{ тоді}$$

$$\vec{N}(w) = \frac{\vec{N}_a \cdot b + \vec{N}_k}{\sqrt{1 + (b)^2}}.$$

При застосуванні сферично-кутової інтерполяції з обчислювального процесу виключається трудомістка процедура нормалізації векторів нормалей. Важливим у цьому аспекті є питання про необхідність нормалізації векторів нормалей, отриманих при перспективно-коректному формуванні зображень. Знайдемо модуль вектора згідно з виразом

$$\begin{aligned} |\vec{N}(w)|^2 &= \left(\frac{\vec{N}_a (\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi))) + \vec{N}_k}{\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2}} \right)^2 = \\ &= |\vec{N}_a|^2 \frac{\left(\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right)^2}{\left(\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2} \right)^2} + \\ &+ 2 \cdot \vec{N}_a \cdot \vec{N}_k \frac{\left(\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right)}{\left(\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2} \right)^2} + \\ &+ |\vec{N}_k|^2 \frac{1}{\left(\sqrt{1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2} \right)^2}. \end{aligned}$$

Другий член останнього виразу дорівнює нулю, оскільки вектори \vec{N}_a, \vec{N}_k - ортогональні, і, як наслідок, їх скалярний добуток дорівнює нулю. Вектори \vec{N}_a, \vec{N}_k є одиничними, тому

$$|\vec{N}_k|^2 = |\vec{N}_a|^2 = 1. \text{ Із урахуванням зазначеного}$$

$$|\vec{N}(w)|^2 = \frac{1 + \left(\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right)^2}{\left(1 + \left[\operatorname{ctg}\psi + \frac{z_2}{z_1} (\operatorname{ctg}(\eta \cdot \psi) - \operatorname{ctg}(\psi)) \right]^2 \right)} = 1.$$

Таким чином можна констатувати, що нормалізацію при перспективно-коректному відтворенні об'єкта виконувати не потрібно.

Висновки

У статті розглянуто особливості нормалізації векторів при перспективно-коректному відтворенні кольорів, яке широко використовується в задачах високореалістичного рендерингу.

Отримано апроксимаційні аналітичні

вирази для взаємозв'язку параметричних змінних в об'єктному та екранному просторах при перспективно-коректному відтворенні кольорів. Розглянуто можливість використання квадратичного, кубічного та кусово-лінійного інтерполювання. Отримано значення максимальних відносних похибок апроксимації.

Доведено, що нормалізацію при

перспективно-коректному відтворенні об'єкта виконувати не потрібно. Це дозволяє суттєво спростити обчислювальний процес і, як наслідок, підвищити продуктивність рендерингу.

Отримані результати можна використати в системах високореалістичного формування тривимірних графічних сцен.

Список літератури

1. Херн Д., Бейкер М. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. Издательский дом "Вильямс", Москва, 2005. С. 1168.
2. Романюк О. Н. Комп'ютерна графіка : навч. посіб. Вінниця : ВДТУ, 2001. 129 с.
3. Романюк О. Н., Чорний А. В. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів : монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. 190 с.
4. Романюк О. Н. Неживенко М. В., Савицька Л. А. Класифікація методів текстурування : Сборник научных трудов по материалам научно-практической конференции "Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании". Одесса: Черноморье. 2005. Т.2. С. 42-49.
5. Романюк О. Н., Дудник О. О. Розробка методів текстурування для задач фотореалістичного рендерингу: Матеріали сьомої міжнародної науково-технічної конференції "Моделювання і комп'ютерна графіка" 18-24 вересня 2017 р. Покровськ: ДонНТУ, 2017. С. 26-33.
6. Романюк О. Н., Дудник О. О., Озерчук Д. А. Романюк О. В. Метод перспективно-коректного текстурування. Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія, 2021, №1. С.55-63. ISSN 1999-9941
7. Романюк О. Н. Урахування перспективи тривимірних об'єктів для покращення якості зафарбовування. Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. 2005. № 3 (7). С. 134-137.
8. Романюк О. Н. Реалізація рендерингу Фонга з використанням сферично-кутової інтерполяції. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2004. № 3. С. 66-71.
9. Романюк О. Н., Мельников О. М. Адаптивна нормалізація векторів нормалей при визначенні дифузної та спекулярної складових кольору. Реєстрація, зберігання і обробка даних. 2006. Т. 8. № 3. С. 11-19.
10. Романюк О. Н. Комбіноване використання бінарної та кодової лінійної інтерполяції для нормалізації векторів нормалей при зафарбовуванні тривимірних об'єктів. Вестник Херсонского национального технического университета. 2006. № 25. С. 408-411.
11. Романюк О. Н. Використання квадратичної інтерполяції для зафарбовування тривимірних графічних об'єктів. Реєстрація, зберігання і обробка даних. 2006. Т. 8. № 4. С. 31-37.

References

1. Khern D., Beyker M. (2005), *Komp'yuterna hrafika i standart OpenGL, Vydavnychyy dim "Vilyams"*, Moscow, 1168 p.
2. Romanyuk O. N. (2001), *Komp'yuterna hrafika, Navchalnyy posibnyk*, Vinnytsya: VDTU, 129 p.
3. Romanyuk O. N., Chornyy A. V. (2006) *Visokoproduktivni metody ta zasoby zafarbovuvannya trivimirnykh hrafichnykh ob'yektiv*, Monohrafiya, Vinnytsya: UNIVESUM-Vinnytsya, 190 p.
4. Romanyuk O. N. Nezhyvenko M. V., Savytska L. A. (2005), "Suchasni problemy ta shlyakhy yikh vyrishennya v nautsi, transporti, vyrobnytstvi ta osviti", *Klasyfikatsiya metodiv teksturuvannya. Zbir-nyk naukovykh prats za materialamy naukovo-praktychnoyi konferentsiyi*, Tom 2. Tekhnichni nauky, Odesa: Chornomor'ya. pp. 42- 49.
5. Romanyuk O. N., Dudnyk O.O. (2017) Rozrobka metodiv teksturuvannya dlya zadach fotorealisticnoho renderynhu. *Materialy somoyi mizhnarodnoyi naukovo-tekhnichnoyi konferentsyy "Modelyuvannya y komp'yuterna hrafika"*, 18-24 veresnya 2017 r., pp. 26-33.
6. Romanyuk O. N., Dudnyk O. O., Ozerchuk D. A. Romanyuk O. V. (2021), Metod perspektyvno-korektnoho teksturuvannya, *Informatsiyi tekhnolohiyi ta komp'yuterna inzheneriya*, No 1. pp. 55-63.
7. Romanyuk O. N. (2005), Urakhuvannya perspektyvy trivimirnykh ob'yektiv dlya pokrashchennya yakosti Zafarbovuvannya, *Informatsiyi tekhnolohiyi ta komp'yuterna inzheneriya*, No 3 (7), pp. 134-137.
8. Romanyuk O. N. (2004), Realizatsiya renderynhu Fonha z Vykorystannya sferichno-kutovoyi interpolyatsiyi, *Visnyk Vinnitskoho politekhnichnoho Instytutu*, No 3. pp. 66-71.
9. Romanyuk O. N., Melnykov O. M. (2006), Adaptivna normalizatsiya vektoriv normaley pry viznachenni difuznoyi ta spekul'yarnoyi skladovykh koloru. *Reyestratsiya, zberihannya i obrobka*, Danykh. T. 8. No 3. pp. 11-19.

10. Romanyuk O. N. (2006), Kombinovane yspolzovanye binarnoyi ta kodovoyi liniynoyi interpolyatsiyi dlya normalizatsiyi vektoriv normaley pry zafarbovuvanni trivimirnikh ob'yektiv, *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, No 25, pp. 408-411.

11. Romanyuk O. N. (2006), Vykorystannya kvadratischnoyi interpolyatsiyi dlya zafarbovuvannya trivimirnikh hrafichnykh ob'yektiv. *Reyestratsiya, zberihannya i obrobka Danykh*, T. 8., No 4, pp. 31-37.

Надійшла до редакції 07.07.2021

А. Н. РОМАНИЮК, О.О. ДУДНИК, А.В. СНИГУР, О.В. РОМАНИЮК

Винницький національний технічний університет, г. Винница (Україна)

rom8591@gmail.com

ОСОБЕННОСТИ НОРМАЛИЗАЦИИ ВЕКТОРОВ ПРИ ПЕРСПЕКТИВНО-КОРРЕКТНОМ ВОСПРОИЗВЕДЕНИИ ЦВЕТОВ

В статье рассмотрены особенности нормализации векторов при перспективно-корректном воспроизведении цветов, которое широко используется в задачах высокореалистичного рендеринга. Получены аппроксимационные аналитические выражения для взаимосвязи параметрических переменных в объектном и экранном пространствах при перспективно-корректном воспроизведении цветов.

Рассмотрена возможность использования квадратичного, кубического и кусочно-линейного интерполирования. Получены значения максимальных относительных погрешностей аппроксимации. Доказано, что нормализацию при перспективно-корректном воспроизведении объекта не требуется. Это позволяет существенно упростить вычислительный процесс и, как следствие, повысить производительность рендеринга. Полученные результаты можно использовать в системах высокореалистичного формирования трехмерных графических сцен.

Ключові слова: *рендеринг, текстурування, сферично-кутова інтерполяція, нормалізація векторів.*

O. N. ROMANYUK, O. O. DUDNIK, A. V. SNIGUR, O. V. ROMANYUK

Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia (Ukraine)

rom8591@gmail.com

PECULIARITIES OF NORMALIZATION OF VECTORS IN CASE OF PROSPECTIVELY CORRECT DEVELOPMENT OF COLORECTS

The article considers the features of normalization of vectors in the perspective-correct reproduction of colors, which is widely used in problems of highly realistic rendering. Approximate analytical expressions for the relationship of parametric variables in object and screen spaces with perspective-correct color reproduction are obtained.

The possibility of using quadratic, cubic and piecewise linear interpolation is considered. The values of the maximum relative approximation errors are obtained. It is proved that normalization is not required for perspective-correct reproduction of the object. This significantly simplifies the computational process and, as a consequence, increases the rendering performance. The obtained results can be used in systems of highly realistic formation of three-dimensional graphic scenes.

Key words: *rendering, texture, spherical-angle interpolation, normalization of vectors.*