Volodymyr Mykhalevych*, Dr. Sc.
Oksana Tiytiynnyk **, Ph. D.
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine
*e-mail: mykhalevych@vntu.edu.ua
**e-mail: tutunnik.oksana@gmail.com

INTERCOMPARISON THE MODELS DAMAGE SUMMATION HEREDITARY TYPE

Abstract. Models of summation of damages of the hereditary type are considered. Various versions of tensor models of long-term strength and equivalent plastic strain to fracture are compared, as well as the conditions for their degeneration into scalar ones. The formal identity of the constitutive relations is noted accurate to the physical essence of the described processes.

Key words and phrases: damage summation theory, models of the hereditary type, long-term strength, equivalent plastic strain to fracture, superplasticity.

О. Ільюшин розробив математичні основи тензорної теорії тривалої міцності та запропонував визначальні співвідношення для девіаторної P_{ij} та кульової P частин тезора пошкоджень [1]

$$P_{ij}(t)=\int_0^t \varphi_1(t-\tau)\cdot s_{ij}(\tau)\cdot d\tau \tag{1}$$

$$P(t)=\int_0^t \varphi_2(t-\tau)\cdot \sigma(\tau)\cdot d\tau \tag{2}$$

де t,τ - час; $s_{ij}=\sigma_{ij}-\sigma\cdot\delta_{ij}$ - девіатор тензора напружень σ_{ij}; $\sigma=\frac{1}{3}\cdot\sigma_{ii}$ - середнє напруження; φ_1,φ_2 - ядра спадковості, що є матеріальними функціями.

Міру пошкоджень запропоновано у вигляді загальної квадратичної залежності

$$M(P)=c_1\cdot P+c_2\cdot P^2+c_3\cdot P_i^2,\quad 0\le M\le 1, \tag{3}$$

де $P_i^2=P_{ij}\cdot P_{ij}$ - другий інваріант девіатора пошкоджень.

В [4] запропоновано варіант теорії тривалої міцності, що зводиться до представлення пошкодження марочастинки матеріалу у вигляді девіатора пошкоджень ψ_{ij} та базується на визначальному співвідошенні

$$\psi_{ij}(t)=\int_0^t \varphi(t-\tau)\cdot\sigma_i(\tau)\cdot\gamma_{ij}(\tau)\cdot d\tau \tag{4}$$

де $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot s_{ij} \cdot s_{ij}}$ - інтенсивність напружень; $\gamma_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{s_{ij}}{\sigma_i}$ - напрямний тензор напружень; φ - ядро спадковості, що визначається на основі поверхні тривалої міцності матеріала при стаціонарному навантаженні

$$t_{fs} = t_{fs}\left(\sigma_i, \eta, \nu\right), \tag{5}$$

де t_{fs} - час до руйнування; η - інваріантний безрозмірний показник напруженого стану

$$\eta = \frac{\sigma_{ii}}{\sigma_i}; \tag{6}$$

ν - деякий інваріантний безрозмірний показник напруженого стану, що враховує третій інваріант тензора γ_{ij}.

В цьому випадку квадратична міра пошкоджень набуває вигляду

$$M\left(\psi_{ij}\right) = \psi_{ij} \cdot \psi_{ij}, \quad 0 \le M \le 1. \tag{7}$$

В [5] запропоновано та досліджено варіант теорії підсумовування пошкоджень, що базується на визначальному співвідношенні

$$\psi_{ij}\left(t\right) = \int_0^t \varphi\left(t-\tau\right) \cdot \dot{\varepsilon}_i\left(\tau\right) \cdot \beta_{ij}\left(\tau\right) \cdot d\tau, \tag{8}$$

де $\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}}$ - інтенсивність швидкості деформації; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ - тензор-девіатор швидкостей деформацій; $\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_i}$ - напрямний тензор швидкостей деформацій; φ - ядро спадковості, що визначається на основі поверхні граничних деформацій матеріала при стаціонарному навантаженні

$$\bar{\varepsilon}_{fs} = \bar{\varepsilon}_{fs}\left(\dot{\varepsilon}_i, \eta, \nu\right), \tag{9}$$

де $\bar{\varepsilon}_{fs}$ - гранична накопичена пластична деформація до руйнування

$$\bar{\varepsilon}_{fs} = \bar{\varepsilon}\left(t_{fs}\right), \tag{10}$$

$$\bar{\varepsilon}\left(t\right) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_i\left(\tau\right) \cdot d\tau. \tag{11}$$

Стосовно до процесів простого навантаження $\gamma_{ij}(t) = \gamma_{ij}^{*}$=const, або простого деформування $\beta_{ij}(t) = \beta_{ij}^{*}$=const, тензорні визначальні співвідношення (4), вироджуються в однотипні скалярні представлення, що можуть бути записані у вигляді

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(t-\tau)\cdot\sigma_i(\tau)\cdot d\tau, \quad 0 \le \psi(t) < 1, \quad t \in \left[0, t_f\right), \tag{12}$$

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(t-\tau)\cdot\dot{\varepsilon}_i(\tau)\cdot d\tau, \quad 0 \le \psi(t) < 1, \quad t \in \left[0, t_f\right). \tag{13}$$

За одного й того самого закону зміни інтенсивності напружень або інтенсивності швидкості деформацій з моделей (12), (13) випливають тотожні критеріальні співвідношення. Проте ці співвідношення описують суттєво різні процеси. Модель (13) у порівнянні з (12) виявилася значно цікавішою, в зв’язку з геометричним змістом інтеграла по часу від інтенсивності швидкості деформації (11). Саме завдяки цьому з’явилась можливість побудувати модель витрачання ресурсу спортсмена, що долає дистанцію та сформулювати і дослідити низку оригінальних оптимізаційних задач, зокрема [3].

Застосування теорії інтегральних рівнянь надало можливість винайти закони зміни інтенсивності швидкості деформації, що відповідають переходу матеріала в стан надпластичності [2].

References

1. Il'jushin A. A. Ob odnoj teorii dlitel'noj prochnosti. Mehanika tverdogo tela. 1967, №13. P. 21—25.
2. Kraievskyi V. Mykhalevych V., Sawicki D., Ostapenko O. Modeling of the materials superplasticity based on damage summation theory // Proc. SPIE 10808, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments, (2018) 108084S (1 October 2018); doi: 10.1117/12.2501489.
3. Kraievskyi V.O., Mykhalevych V. M. Optymizatsiia shvydkisnoho rezhymu bahatostupenevoho hariachoho deformuvannia pry odnakovii tryvalosti stupeniv. Visnyk Donetskoho natsionalnoho universytetu. Ser. A: Pryrodnychi nauky. 2015. № 1-2. P. 46–52.
4. Mikhalevich V. M. Tensor models of rupture strengh. Report no. 1. Steady loading of initially isotropic and anisotropic bodies. 1995. Vol. 27 (8). P. 482-492.
5. Mikhalevich V. M. The model of ultimate strains during hot deformation. Izvestia Akademii nauk SSSR. Metally. 1991. № 5. P. 89-95.