

АПРОКСИМАЦІЯ ГУСТИНИ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ

© В. Кучерук, Д. Мостовий, 2015

Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна

Визначення та аналіз випадкових похибок вимірювань широко поширений при вирішенні різноманітних інженерних задач. Але відомо, що загальна кількість законів, яким підпорядковуються вимірювання та їх випадкові похибки, порівняно велика. Для їх опису допускається використання нормального зрізаного, трикутного, рівномірного, трапецеїдального, Релея усікненого, антимодалного I та II законів розподілу (вибір закону проводиться за критерієм потрібної точності апроксимації). Якщо припустити, що всі сім вищеперерахованих законів мають місце, то кількість пар комбінацій складе $7^2=49$. Тому знаходження реального закону розподілу може бути трудомісткою задачею.

Пропонується для аналітичного опису функції густини розподілу ймовірності використати функцію Йордана [1] $f_\epsilon(y) = \cos y / \sqrt{1 + \epsilon \cdot (\sin y)^2}$. Основна властивість цієї функції полягає в тому, що із зміною її параметра ϵ в діапазоні $-1 < \epsilon \leq +\infty$ при $-\pi/2 \leq y \leq +\pi/2$ форма функції змінюється від прямокутної до дельта-функції Дірака (рис. 1).

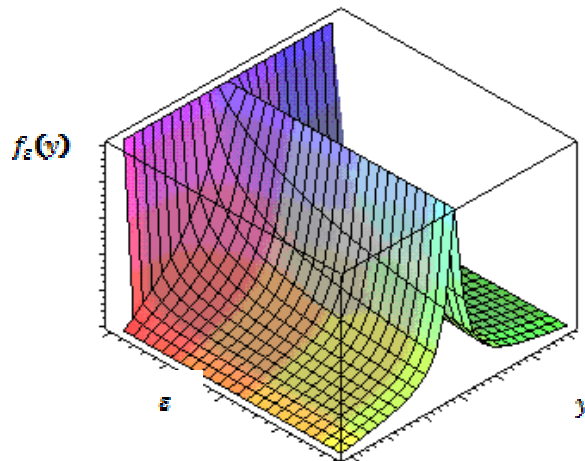


Рис. 1. Просторове зображення функції Йордана

Для того, щоб функцію Йордана можна було використовувати для аналітичного опису функції густини розподілу ймовірності, необхідно її перетворити, так як при будь-якому значенні середньоквадратичного відхилення випадкової величини визначений інтеграл функції густини ймовірності в безкінечних межах повинен дорівнювати одиниці. Можна довести, що необхідним умовам відповідає така функція, що залежить від параметрів c та ϵ :

$$\varphi_{c,\epsilon} = \frac{k \cdot \cos(c \cdot y)}{\sqrt{1 + \epsilon \cdot (\sin(c \cdot y))^2}},$$

$$\text{де } \begin{cases} k = c \cdot \sqrt{|\epsilon|} / (2 \cdot \arcsin(\sqrt{|\epsilon|})) \text{ при } -1 \leq \epsilon < 0, \\ c/2 \text{ при } \epsilon = 0, \\ c\sqrt{\epsilon} / (2 \cdot \ln(\sqrt{\epsilon} + \sqrt{1 + \epsilon})); \end{cases}$$

$$c = \sigma(\epsilon) / \sigma; \sigma(\epsilon) = \sqrt{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} x^2 \cdot \varphi_\epsilon(x) dx}, \varphi_\epsilon(y) = \varphi_{\epsilon,c}(y) \text{ при } c=1$$

σ – реальне СКВ похибки при будь-якому виді закону розподілу. Вид закону розподілу визначається значенням ϵ .

Проведено ряд досліджень за допомогою пакету програм TableCurve, який призначений саме для апроксимації ряду даних певною функцією. Отримані залежності значення ϵ від реального СКВ σ заданих

функцій розподілу густини ймовірності, а також залежності похибки апроксимації від σ . Досліди проведені для нормального, прямокутного та трикутного (Сімпсона) законів розподілу (рис. 2).

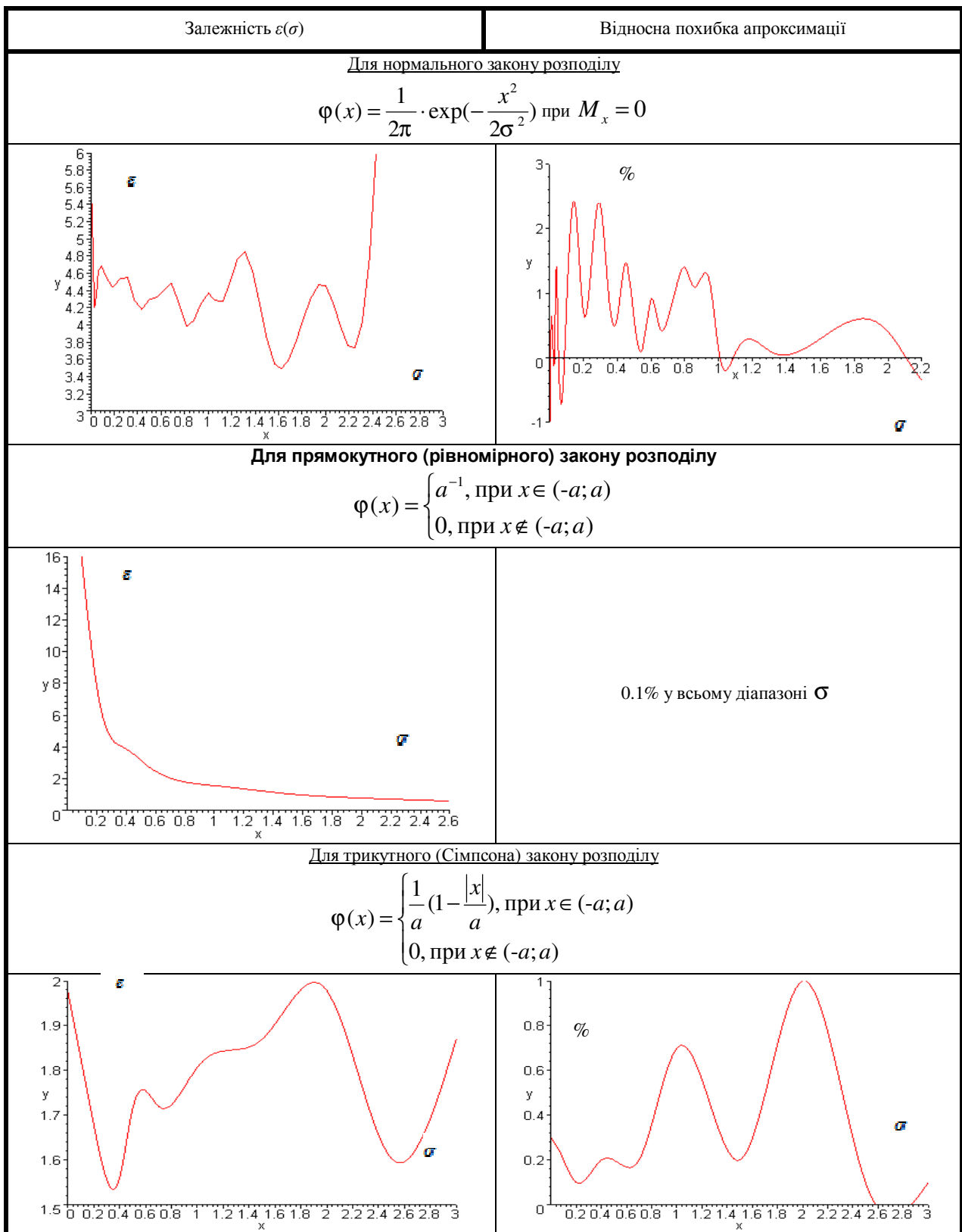


Рис. 2. Результати апроксимації нормального, трикутного і прямокутного законів розподілу функцією Йордана

1. Земельман М.А. О классификации погрешностей измерений // Измерительная техника, 1985, №6, с. 3-5.