УДК 681.513

# ДО ПИТАННЯ ПРО ІДЕНТИФІКАЦІЮ ВНУТРІШНІХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН

**Канд. техн. наук, доц. Поджаренко В. О., асп. Кучерук В. Ю.**

Висока якість і безвідмовна робота електричних машин (ЕМ) досягаються при отриманні найбільш повної інформації про характеристики ЕМ в процесі їх приймально-здавальних випробовувань. Це вимагає вимірювання великої кількості інформативних параметрів та характеристик. З другого боку, при виробництві та випробовуванні ЕМ повинні виконуватись такі умови [1]:

— час випробовувань однієї ЕМ повинен бути таким, щоб можна було оцінити весь об'єм двигунів, що випускаються;

— під час випробовувань не повинен змінитися тепловий стан двигуна;

— у процесі випробовувань частота обертання ротора повинна мінятися від нульового значення до номінального;

— у результаті випробовувань повинні бути визначені електромагнітні та механічні параметри ЕМ для всього діапазону частоти обертання ротора;

— інформація про стан ЕМ повинна отримуватися мінімальним числом давачів, які не повинні конструктивно встановлюватися в ЕМ;

— під час зміни частоти обертання ротора не повинно бути просторового переміщення корпусу ЕМ.

Дані умови можуть бути виконані з досліду холостого ходу ЕМ шляхом прямого включення їх в мережу (динамічний режим), виміром напруг і струмів в обмотках статора і наступною ідентифікацією внутрішніх параметрів ЕМ.

Але відомі методи ідентифікації параметрів ЕМ, наприклад [2,3], в яких так чи інакше використовують інформацію, отримання якої потребує конструктивної установки первинних вимірювальних перетворювачів на випробовуваному двигуні і потребують багато часу на розрахунки внутрішніх параметрів ЕМ.

Метою даної статті є розробка методу ідентифікації параметрів ЕМ, який задовільняє всі вищеперераховані умови. Цей метод ідентифікації заснований на методі найменших квадратів з використанням функцій чутливості [4—6]. Розглянемо його на прикладі трифазного асинхронного двигуна (АД) з короткозамкненими обмотками ротора.

Запишемо математичну модель АД у вигляді

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{I}, \mathbf{A}, t), \;\; \mathbf{I}(t_0) = 0, \tag{1}$$

де I — n-мірний вектор стану; A — l-мірний вектор постійних параметрів, номінальні значення яких $\mathbf{A}^H$ відомі; F (..) — n-мірна нелінійна функція.

Визначимо вектори I та A:

$$\mathbf{I} = [i_{s\alpha}; i_{s\beta}; i_{r\alpha}; i_{r\beta}; \omega_r]^T;$$

$$\mathbf{A} = [L_s; R_r; L_r; L_m; J]^T, \tag{2}$$

де $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $i_{r\alpha}$, $i_{r\beta}$ — струми в обмотках статора і ротора в системі координат $\alpha$, $\beta$, 0; $\omega_r$ — кутова швидкість обертання ротора; $R_r$ — активний опір обмоток ротора; $L_s$, $L_r$ — відповідно індуктивності обмоток статора і ротора; $L_m$ — взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора; $J$ — момент інерції вала ротора.

Задача ідентифікації полягає в знаходженні значень вектора A при спостереженні неповного вектора I.

Математична модель АД [7]:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_s L_r - L_m^2}\begin{bmatrix} L_r(U_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) - L_m(-R_r i_{r\alpha} - \omega_r(L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta})) \\ L_r(U_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) - L_m(-R_r i_{r\beta} + \omega_r(L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha})) \\ -L_m(U_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) + L_s(-R_r i_{r\alpha} - \omega_r(L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta})) \\ -L_m(U_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) + L_s(-R_r i_{r\beta} + \omega_r(L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha})) \\ (L_s L_r - L_m^2)(0{,}5\, m\, p\, L_m(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) - M_0)/J \end{bmatrix},$$

де $R_s$ — активний опір обмоток статора; $M_0$ — момент опору на валу АД; m — число фаз АД; p — число пар полюсів АД. Остання модель в інтерпретації (1) прийме вигляд

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_1 A_3 - A_4^2}\begin{bmatrix} A_3\,(U_{s\alpha} - R_s I_1) - A_4\,(-A_2 I_3 - I_5\,(A_3 I_4 + A_4 I_2)) \\ A_3\,(U_{s\beta} - R_s I_2) - A_4\,(-A_2 I_4 + I_5\,(A_3 I_3 + A_4 I_1)) \\ -A_4\,(U_{s\alpha} - R_s I_1) + A_1\,(-A_2 I_3 - I_5\,(A_3 I_4 + A_4 I_2)) \\ -A_4\,(U_{s\beta} - R_s I_2) + A_1\,(-A_2 I_4 + I_5\,(A_3 I_3 + A_4 I_1)) \\ (A_1 A_3 - A_4^2)\,(0{,}5\, m\, p\, A_4\,(I_2 I_3 - I_1 I_4) - M_0)\,/A_5 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{A_1 A_3 - A_4^2}\left[F_1;\,F_2;\,F_3;\,F_4;\,F_5\right]^T \qquad (3)$$

Для і-тої компоненти вектора $\mathbf{I}$ з достатньою для практики точністю можна прийняти:

$$I_i\,(t) = I_i^H\,(t) + \sum_{j=1}^{l} u_{ij}\,(t)\,a_j\,, \qquad (4)$$

де $I_i^H\,(t)$ — номінальний рух системи (1), обумовлений намінальними значеннями параметрів $\mathbf{A}^H$; $u_{ij}\,(t)$ — функція чутливості координати $I_i\,(t)$ до зміни параметра $A_i$,

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^H - \mathbf{A}\,. \qquad (5)$$

Вираз (4) справедливий для досить малої варіації елементів вектора $\mathbf{A}$ відносно відповідних елементів $\mathbf{A}^H$.

Функції чутливості $u_{ij}\,(t)$ визначаються з рівнянь:

$$\frac{\partial u_{ij}\,(t)}{\partial t} = \sum_{\mu=1}^{n}\left[\frac{\partial F_i}{\partial I_\mu}\right]^H u_{\mu j}\,(t) + \left[\frac{\partial F_i}{\partial A_j}\right]^H,\ u_{ij}\,(t_0) = 0. \qquad (6)$$

В матричній формі запису рівняння (4), (6) будуть мати вигляд:

$$\mathbf{I}\,(t) = \mathbf{I}^H(t) + \mathbf{u}\,(t)\,\mathbf{a}\,; \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}\,(t)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}}\,\mathbf{u}\,(t) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}}\,;\ \mathbf{u}\,(t_0) = 0. \qquad (8)$$

Номінальний рух $\mathbf{I}^H(t)$ визначиться з рівняння

$$\frac{d\mathbf{I}^H(t)}{dt} = \mathbf{F}\,(\mathbf{I}^H, \mathbf{A}^H,\ t),\ \mathbf{I}^H(t_0) = 0. \qquad (9)$$

У процесі спільного розв'язування рівнянь (8) і (9) розраховуються номінальний рух $\mathbf{I}^H(t)$ і матриця чутливостей $\mathbf{u}\,(t)$ в точках $t_1, t_2, \ldots, t_r$. Далі, на основі отриманих даних про $\mathbf{I}^H(t)$, $\mathbf{u}\,(t)$ і результатів спостережень $\mathbf{I}\,(t)$ в точках $t_1, t_2, \ldots, t_r$ визначаються невідомі значення всіх компонент вектора $\mathbf{a}$.

Використавши квадратичний критерій якості ідентифікації

$$Q = \sum_{k=1}^{r}\left[I_i\,(t_k) - I_i^H\,(t_k) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t_k)\,a_j\right]^2 \qquad (10)$$

і необхідну умову мінімуму Q

$$\frac{dQ}{da_\mu} = 2\sum_{i=1}^{s}\sum_{k=1}^{r}\left[I_i\,(t_k) - I_i^H\,(t_k) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t_k)\,a_j\right]u_{i\mu}(t_k) = 0,$$

$$\mu = 1, 2, \ldots, l\,; \qquad (11)$$

де s — кількість виміряних параметрів, забезпечуємо можливість знаходження всіх компонент вектора $\mathbf{a}$ з системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{l}\left[\sum_{k=1}^{r} u_{ij}(t_k)\,u_{i\mu}(t_k)\right]a_j = \sum_{i=1}^{s}\sum_{k=1}^{r}\left[I_i(t_k) - I_i^H(t_k)\right]u_{i\mu}(t_k), \qquad (12)$$

$$\mu = 1, 2, \ldots, l\,.$$

Знайдемо частинні похідні $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}}$ і $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}}$. Для спрощення записів приймемо умовні позначення: $A_1 A_3 - A_4^2 = \Delta A^2$; $\frac{\Delta A^2}{A_5}\,0{,}5\,m\,p\,A_4 = \Delta\widetilde{A}^2$. Тоді

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}}=\frac{1}{\Delta A^{2}}\begin{bmatrix} -A_3 R_s & I_5 A_4^2 & A_4 A_2 & A_4 (A_3 I_4 + A_4 I_2) \\ -A_4^2 I_5 & -A_3 R_s & -A_4 A I_5 & -A_4 (A_3 I_3 + A_4 I_1) \\ A_4 R_s & -I_5 A_1 A_4 & -A_1 A_2 & -A_1 (A_3 I_4 + A_4 I_2) \\ A_1^2 A_4 & A_4 R_s & A_1 I_5 A_3 & A_1 (A_3 I_3 + A_4 I_1) \\ -\Delta\widetilde{A}^2 I_4 & \Delta\widetilde{A}^2 I_3 & -\Delta\widetilde{A}^2 I_2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Елементи цієї матриці визначаються:

$$F_{A\,(1,1)}=-\frac{F_1 A_3}{\Delta A^4};\; F_{A\,(1,2)}=\frac{A_4 I_3}{\Delta A^2};\; F_{A\,(1,3)}=\frac{(U_{s\alpha}-R_s I_1+A_4 I_5 I_4)\Delta A^2-F_1 A_1}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(1,4)}=\frac{(A_2 I_3+I_5 A_3 I_4+2 I_2 A_4 I_5)\Delta A^2+2 F_1 A_4}{\Delta A^4};\; F_{A\,(1,5)}=\frac{A_4 (A_3 I_4+A_4 I_2)}{\Delta A^2};$$

$$F_{A\,(2,1)}=-\frac{F_2 A_3}{\Delta A^4};\; F_{A\,(2,2)}=\frac{A_4 I_4}{\Delta A^2};\; F_{A\,(2,3)}=\frac{(U_{s\beta}-R_s I_2+A_4 I_5 I_3)\Delta A^2-F_2 A_1}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(2,4)}=\frac{(A_2 I_4-I_5 A_3 I_3+2 A_4 I_1)\Delta A^2+2 F_2 A_4}{\Delta A^4};\; F_{A\,(2,5)}=-\frac{A_4 (A_3 I_3+A_4 I_4)}{\Delta A^2};$$

$$F_{A\,(3,1)}=-\frac{(A_3 I_3+I_5 (A_3 I_4+A_4 I_2))\Delta A^2+F_3 A_3}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(3,2)}=-\frac{A_1 I_3}{\Delta A^2};\; F_{A\,(3,3)}=-\frac{A_1 I_5 I_4 \Delta A^2+F_3 A_1}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(3,4)}=\frac{(-U_{s\alpha}+R_s I_1-A_1 I_5 I_2)\Delta A^2+2 F_3 A_4}{\Delta A^4};\; F_{A\,(3,5)}=-\frac{A_1 (A_3 I_4+A_4 I_2)}{\Delta A^2};$$

$$F_{A\,(4,1)}=\frac{(-A_2 I_4+I_5 (A_3 I_3+A_4 I_1))\Delta A^2-F_4 A_3}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(4,2)}=-\frac{A_1 I_4}{\Delta A^2};\; F_{A\,(4,3)}=-\frac{I_5 I_3 A_1 \Delta A^2-F_4 A_1}{\Delta A^4};$$

$$F_{A\,(4,4)}=\frac{(-U_{s\beta}+R_s I_2+A_1 I_5 I_1)\Delta A^2+2 F_4 A_4}{\Delta A^4};\; F_{A\,(4,5)}=\frac{A_1 (A_3 I_3+A_4 I_1)}{\Delta A^2};$$

$$F_{A\,(5,1)}=F_{A\,(5,2)}=F_{A\,(5,3)}=0\,;\; F_{A\,(5,4)}=\frac{m\,p}{2 A_5}(I_2 I_3-I_1 I_4);$$

$$F_{A\,(5,5)}=-\frac{0{,}5\, m\, p\, A_4 (I_2 I_3-I_1 I_4)-M_0}{A_5^2}.$$

Підставивши вирази для $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{I}}$ і $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{A}}$ в рівняння (8), отримаємо систему диференційних рівнянь відносно функцій чутливості $\frac{\partial \mathbf{u}\,(t)}{\partial t}$.

Щоб задовольнити всі умови, для проведення ідентифікації потрібно вимірювати тільки напруги і струми в обмотках статора. При цьому у вектор стану **I** входять лише дві компоненти, що вимірюються: $I_1$ та $I_2$. Тоді система (12) запишеться:

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{5}\left[\sum_{k=1}^{2} u_{ij}(t_k)\, u_{i\mu}(t_k)\right] a_j=\sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\left[I_i(t_k)-I_i^H(t_k)\right] u_{i\mu}(t_k), \tag{14}$$

$$\mu=1,2,\ldots,l.$$

У результаті проведених викладок визначається такий алгоритм ідентифікації параметрів ЕМ:

1. Вимір напруг і струмів в обмотках статора $U_A(t)$, $U_B(t)$, $U_C(t)$, $I_A(t)$, $I_B(t)$, $I_C(t)$ в процесі пуску ЕМ (динамічний режим).

2. Перерахунок виміряних значень напруг і струмів з реальної системи координат в систему координат $\alpha$, $\beta$, 0 математичної моделі ЕМ:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha}(t) \\ i_{s\beta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A(t) \\ I_B(t) \\ I_C(t) \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_{s\alpha}(t) \\ U_{s\beta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A(t) \\ U_B(t) \\ U_C(t) \end{bmatrix}.$$

3. Задати номінальні значення вектора $\mathbf{A}^H$ (каталожні дані).

4. Розв'язати спільно чисельними методами [8] систему нелінійних рівнянь (8) і (9) з метою визначення $\mathbf{u}^H(t)$ та $\mathbf{I}^H(t)$.

5. Розв'язати систему лінійних рівнянь (14) відносно компонент вектора $\mathbf{a}$.

6. Розрахувати реальні значення параметрів $\mathbf{A} = \mathbf{A}^H + \mathbf{a}$.

7. На основі допусків для А прийняти рішення про технічний стан ЕМ.

Роботу запропонованого методу розглянемо на прикладі ідентифікації параметрів трифазного асинхронного електродвигуна типу 4А71А4 з номінальними параметрами [7]: $R_s$ = 16,39 Ом; $L_s$ = 0,663 Гн; $R_r$ = 15,08 Ом; $L_r$ = 24,33 Гн; $L_m$ = 0,624 Гн; $J$ = 0,0011 кГм$^2$. Ідентифікацію проведемо для параметрів $L_s$, $R_r$, $L_r$ та $L_m$. Задавши початкове відхилення цих параметрів на 20 %, отримаємо: $L_s$ = 0,676 Гн; $R_r$ = 15,42 Ом; $L_r$ = 23,7 Гн; $L_m$ = 0,62 Гн, тобто кінцеве відхилення лежить в межах 2—3 %.

Таким чином, запропонований метод ідентифікації внутрішніх параметрів ЕМ задовольняє всі вищеперераховані умови і дозволяє досить швидко проводити випробовування ЕМ, оскільки розрахунок $\mathbf{u}^H(t)$ та $\mathbf{I}^H(t)$ можна провести попередньо, а в процесі випробовувань потрібно лише розв'язати систему лінійних рівнянь (14).

## ЛІТЕРАТУРА


1. Ещин Е.К., Иванов В.Л., Алешин Д.А. Автоматизированная система оценки качества асинхронных электродвигателей //Автоматизация проектирования и производства в электромашиностроении. Тез. докладов.—Суздаль,1989.—с.112—113.

2. Андреев Н.В., Поджаренко В.А., Скилягин А.В. Задача идентификации параметров электромеханической системы //Автоматика.—1993.—№ 3.—с.32—37.

3. Сивокобыленко В.Ф., Гармаш В.С. Определение параметров схем замещения асинхронных и синхронных двигателей //Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.—1985.—№ 5.

4. Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления.—М.:Машиностроение,1981.

5. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления.—М.:Наука, 1981.

6. Поджаренко В.А.,Кучерук В.Ю.,Кухарчук В.В. Способ косвенного определения параметров математической модели электромеханических преобразователей с использованием функций чувствительности //Контроль и управление в технических системах. Тез.докладов.—Винница, 1992.—с. 9.

7. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин.—М.:Высш.шк.,1987.

8. Рябихин Е.Л., Бегельман О.Н. Метод моделирования асинхронного пуска электрической машины //Электронное моделирование.— 1992.—т. 14.—№ 3.—с. 85—87.



Кафедра автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки



УДК 658.57


# МОДЕЛЮВАННЯ РОЗРІЗНЕННЯ СТАДІЙ БАГАТОСТАДІЙНОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ


**Канд. техн. наук, доц. Лисогор В. Н., Зубарев В. В., асп. Селезньова Р. В.**


Реальний технологічний процес — це завжди послідовність операцій або стадій. Кожну з цих стадій характеризують числовими параметрами, які можуть бути беспосередньо виміряні. Потрібно розв'язати задачу розрізнення стадій згідно спостережень над параметрами процесу.

### Постановка задачі.

Нехай технологічний процес складається з $k$ стадій. Кожна j-та стадія процесу характеризується