АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.313

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ВНУТРІШНІХ ПАРАМЕТРІВ РОТОРНОГО КОЛА АСИНХРОННИХ МАШИН ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕОРІЇ ЧУТЛИВОСТІ

К. т. н. Кучерук В. Ю.

Трифазні асинхронні машини (АМ) загального призначення є наймасовішою продукцією електромашинобудування. Асинхронні електроприводи складають близько 95 % загальної кількості електроприводів, а АМ споживають більше половини електроенергії, що виробляється у нашій країні. Тому ефективна оцінка показників якості цих двигунів в процесі виробництва і після їх виготовлення (приймально-здавальні випробування), своєчасна діагностика причин розладу технологічного процесу є актуальним завданням.

В процесі випробовування АМ неможливо провести пряме вимірювання параметрів роторного кола (активний опір обмоток ротора R_r, індуктивність обмоток ротора L_r, взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора L_m). Тому для визначення цих параметрів користуються методами ідентифікації. До цих методів відносяться методи затухання постійного струму в статорному колі та гармонічних коливань. Випробування за цими методами проводять на нерухомій машині. До методів ідентифікації відносять також методи, які використовують режими пуску та самогальмування АМ. Наявні методи мають ряд недоліків, обумовлених труднощами врахування впливу прискорення, вирішення проблеми мультимодальності цільової функції ідентифікації, складністю реалізації та іншими факторами.

У даній роботі показані основні результати використання методів теорії чутливості в процесі ідентифікації роторних параметрів короткозамкнених АМ звичайного виконання.

Як вихідну математичну модель АМ використаємо систему диференційних рівнянь [1, 2]

$$\begin{cases} \dfrac{di_{s\alpha}(t)}{dt} = k\Big[L_r\left(U_{s\alpha}(t) - R_s i_{s\alpha}(t)\right) + L_m\left(R_r i_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)\left(L_r i_{r\beta}(t) + L_m i_{s\beta}(t)\right)\right)\Big]\ ; \\ \dfrac{di_{s\beta}(t)}{dt} = k\Big[L_r\left(U_{s\beta}(t) - R_s i_{s\beta}(t)\right) + L_m\left(R_r i_{r\beta}(t) - \omega_r(t)\left(L_r i_{r\alpha}(t) + L_m i_{s\alpha}(t)\right)\right)\Big]\ ; \\ \dfrac{di_{r\alpha}(t)}{dt} = k\Big[-L_m\left(U_{s\alpha}(t) - R_s i_{s\alpha}(t)\right) - L_s\left(R_r i_{r\alpha}(t) + \omega_r(t)\left(L_r i_{r\beta}(t) + L_m i_{s\beta}(t)\right)\right)\Big]\ ; \\ \dfrac{di_{r\beta}(t)}{dt} = k\Big[-L_m\left(U_{s\beta}(t) - R_s i_{s\beta}(t)\right) - L_s\left(R_r i_{r\beta}(t) - \omega_r(t)\left(L_r i_{r\alpha}(t) + L_m i_{s\alpha}(t)\right)\right)\Big]\ ; \\ \dfrac{d\omega_r(t)}{dt} = \dfrac{p}{J}\left(M_{em}(t) - M_0(\omega_r(t))\right); \qquad k = \dfrac{1}{L_s L_r - L_m^2}\ ; \\ M_{em}(t) = \dfrac{mp}{2} L_m\left(i_{s\beta}(t) i_{r\alpha}(t) - i_{r\beta}(t) i_{s\alpha}(t)\right)\ , \end{cases} \tag{1}$$

де $U_{s\alpha}(t) = \sqrt{2}U_m\cos(\omega t)$; $U_{s\beta}(t) = \sqrt{2}U_m\sin(\omega t)$; U_m — напруга мережі живлення; ω — кругова частота мережі живлення; $i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ — струми в обмотках статора і ротора; R_s, R_r — активні опори статора і ротора; ω_r — кутова швидкість обертання ротора; L_s, L_r — індуктивності в обмотках статора і ротора; L_m — взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора; M_{em} — електромагнітний момент.

У широкому діапазоні кутових швидкостей момент опору (тертя у підшипниках та аеродинамічний опір) M_0 зв'язаний із ω_r нелінійною залежністю [3]

$$M_0(\omega_r) = \operatorname{sgn}(\omega_r)\left[M_п + (M_{ном} - M_п)\left(\frac{\omega_r}{\omega_{ном}}\right)^2\right], \tag{2}$$

де $M_п$ — пусковий момент; $M_{ном}$ — момент опору з номінальним навантаженням; $\omega_{ном}$ — номінальна кутова швидкість; $\operatorname{sgn}(\cdots)$ — функція знака аргументу.

Визначимо вектор стану АМ:

$$\boldsymbol{I} = [I_1;\ I_2;\ I_3;\ I_4;\ I_5]^T = [i_{s\alpha};\ i_{s\beta};\ i_{r\alpha};\ i_{r\beta};\ \omega_r]^T. \tag{3}$$

Запишемо параметри ротора АМ у вигляді вектора

$$\boldsymbol{A} = [A_1;\ A_2;\ A_3]^T = [R_r;\ L_r;\ L_m]^T. \tag{4}$$

Використавши (3) та (4), запишемо математичну модель АМ (1) у формі $\frac{d}{dt}\boldsymbol{I} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{I},\ \boldsymbol{A},\ t)$.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{A_2(U_{s\alpha} - R_s I_1) + A_3(A_1 I_3 + I_5(A_2 I_4 + A_3 I_2))}{L_s A_2 - A_3^2} \\ \dfrac{A_2(U_{s\beta} - R_s I_2) + A_3(A_1 I_4 - I_5(A_2 I_3 + A_3 I_1))}{L_s A_2 - A_3^2} \\ \dfrac{-A_3(U_{s\alpha} - R_s I_1) - L_s(A_1 I_3 + I_5(A_2 I_4 + A_3 I_2))}{L_s A_2 - A_3^2} \\ \dfrac{-A_3(U_{s\beta} - R_s I_2) - L_s(A_1 I_4 - I_5(A_2 I_3 + A_3 I_1))}{L_s A_2 - A_3^2} \\ \dfrac{p}{J}\left(\dfrac{mp}{2} A_3 (I_2 I_3 - I_1 I_4) - M_0(I_5)\right) \end{bmatrix} = [F_1;\ F_2;\ F_3;\ F_4;\ F_5]^T. \tag{5}$$

Тоді задача ідентифікації внутрішніх параметрів АМ полягає в знаходженні значень вектора $\boldsymbol{A}$ під час спостереження неповного вектора стану $\boldsymbol{I}$.

Для i-тої компоненти вектора $\boldsymbol{I}$ з достатньою для практики точністю можна прийняти

$$I_i(t) = I_i^н(t) + \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t)\, a_j, \tag{6}$$

де $I_i^н(t)$ — номінальний рух системи (5), який зумовлений номінальними значеннями параметрів $\boldsymbol{A}^н$; $u_{ij}(t)$ — функція чутливості координати $I_i(t)$ до зміни параметра A_i; l — розмірність вектора $\boldsymbol{A}$.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{A}^н - \boldsymbol{A}. \tag{7}$$

Функції чутливості $u_{ij}(t)$ визначаються як:

$$\frac{\partial u_{ij}(t)}{\partial t} = \sum_{\mu=1}^{n}\left(\frac{\partial F_i}{\partial I_\mu}\right)^н u_{\mu i}(t) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial A_j}\right)^н, \quad u_{ij}(0) = 0. \tag{8}$$

В матричній формі запису рівняння (6), (8) будуть мати вигляд:

$$\boldsymbol{I}(t) = \boldsymbol{I}^н(t) + \boldsymbol{u}(t)\, \boldsymbol{a}; \tag{9}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}(t)}{\partial t} = \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{I}} \boldsymbol{u}(t) + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{A}}; \quad \boldsymbol{u}(0) = 0 . \tag{10}$$

Номінальний рух $\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)$ визначиться із рівняння

$$\frac{d\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)}{dt} = \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{I}^{\text{н}},\ \boldsymbol{A}^{\text{н}},\ t\right), \quad \boldsymbol{I}^{\text{н}}(0) = 0 . \tag{11}$$

В процесі спільного розв‘язку рівнянь (10) і (11) розраховується номінальний рух $\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)$ і матриця чутливостей $u(t)$ в множині точок $t_1, t_2, \ldots, t_r$. Далі, на основі отриманих даних про $\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)$, $\boldsymbol{u}(t)$ і результатів спостережень $\boldsymbol{I}(t)$ в точках $t_1, t_2, \ldots, t_r$ визначаються невідомі значення всіх компонент вектора $\boldsymbol{a}$.

Використаємо квадратичний критерій якості ідентифікації

$$Q = \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t_k) a_j \right]^2 \tag{12}$$

і необхідну умову мінімуму Q

$$\frac{dQ}{da_\mu} = 2 \sum_{i=1}^{s} \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t_k) a_j \right] u_{i\mu}(t_k) = 0; \ \mu = 1,\ 2,\ \ldots,\ l, \tag{13}$$

де $I^* = \left[i_{s\alpha}; i_{s\beta}; \omega_r \right]^T$ — компоненти вектора стану $\boldsymbol{I}$, які вимірюються; s — кількість виміряних параметрів, що забезпечують можливість знаходження всіх компонент вектора $\boldsymbol{a}$ із системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{l} \left[\sum_{k=1}^{r} u_{ij}(t_k)\, u_{i\mu}(t_k) \right] a_j = \sum_{i=1}^{s} \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i\mu}(t_k), \ \ \mu = 1,\ 2,\ \ldots,\ l. \tag{14}$$

Частинні похідні $\frac{\partial F}{\partial I^*}$, $\frac{\partial F}{\partial A}$ та функції чутливості розраховуються як в [4].

Систему (14) запишемо

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left[\sum_{k=1}^{r} u_{ij}(t_k)\, u_{i\mu}(t_k) \right] a_j = \sum_{i=1}^{5} \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i\mu}(t_k), \quad \mu = 1,\ 2,\ \ldots,\ l. \tag{15}$$

Після певних математичних перетворень систему рівнянь (15) можна записати у вигляді

$$\begin{cases} \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i1}^2(t_k) \right] a_1 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k) u_{i1}(t_k) \right] a_2 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i3}(t_k) u_{i1}(t_k) \right] a_3 = \\ = \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i1}(t_k); \\ \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i1}(t_k) u_{i2}(t_k) \right] a_1 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i2}^2(t_k) \right] a_2 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k) u_{i3}(t_k) \right] a_3 = \\ = \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i2}(t_k); \\ \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i1}(t_k) u_{i3}(t_k) \right] a_1 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k) u_{i3}(t_k) \right] a_2 + \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} u_{i3}^2(t_k) \right] a_3 = \\ = \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i2}(t_k). \end{cases} \tag{16}$$

В матричній формі систему рівнянь (16) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i1}^2(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k)\cdot u_{i1}(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i3}(t_k)u_{i1}(t_k) \\ \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i1}(t_k)u_{i2}(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i2}^2(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k)u_{i3}(t_k) \\ \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i1}(t_k)u_{i3}(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i2}(t_k)u_{i3}(t_k) & \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} u_{i3}^2(t_k) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \tag{17}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i1}(t_k) \\ \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i2}(t_k) \\ \sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{k=1}^{r} \left[I_i^*(t_k) - I_i^{\text{н}}(t_k) \right] u_{i3}(t_k) \end{bmatrix}$$

або

$$\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{Y}\,. \tag{18}$$

Розв'язок системи (17) відносно елементів вектора $\boldsymbol{a}$ матиме вигляд

$$\begin{cases} a_X = X_{3,1}X_{1,2}X_{2,3} + X_{1,1}X_{3,3}X_{2,2} + X_{1,3}X_{2,1}X_{3,2} - X_{1,1}X_{3,2}X_{2,3} - X_{1,2}X_{2,1}X_{3,3} - X_{1,3}X_{3,1}X_{2,2}\,; \\ a_1 = \dfrac{Y_2X_{1,3}X_{3,2} - X_{2,3}Y_1X_{3,2} - X_{3,3}X_{1,2}Y_2 + X_{3,3}Y_1X_{2,2} + Y_3X_{1,2}X_{2,3} - Y_3X_{1,3}X_{2,2}}{a_X}; \\ a_2 = \dfrac{Y_3X_{2,1}X_{1,3} - X_{2,1}Y_1X_{3,3} + X_{3,3}X_{1,1}Y_2 - X_{1,1}Y_3X_{2,3} - Y_2X_{3,1}X_{1,3} + Y_1X_{2,3}X_{3,1}}{a_X}; \\ a_3 = \dfrac{Y_2X_{3,1}X_{1,2} - X_{1,1}Y_2X_{3,2} - X_{1,2}X_{2,1}Y_3 + X_{1,1}Y_3X_{2,2} + Y_1X_{2,1}X_{3,2} - Y_1X_{3,1}X_{2,2}}{a_X}. \end{cases} \tag{19}$$

Реальні значення параметрів розраховуються як

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^{\text{н}} + \boldsymbol{a}\,. \tag{20}$$

Із використанням розробленого математичного апарату ідентифікації можна запропонувати алгоритм ідентифікації, показаний на рис. 1.

Дослідження розробленого методу ідентифікації проведено за допомогою його моделювання методами числового експерименту. Алгоритм моделювання здійснено в такій послідовності:

1. Генерація значень $\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)$, $\boldsymbol{u}^{\text{н}}(t)$ за умови номінальних значень параметрів $R_r^{\text{н}}$, $L_r^{\text{н}}$, $L_m^{\text{н}}$.
2. Генерація (імітація вимірювань) значень $I^*(t)$, $u(t)$ зі значеннями параметрів R_r, L_r, L_m із відносними відхиленнями

$$\delta_{R_r} = \frac{R_r^{\text{н}} - R_r}{R_r^{н}} \times 100\%; \quad \delta_{L_r} = \frac{L_r^{\text{н}} - L_r}{L_r^{н}} \times 100\%; \quad \delta_{L_m} = \frac{L_m^{\text{н}} - L_m}{L_m^{н}} \times 100\%.$$

3. Здійснення розрахунків за формулами (17) – (20) з підрахунком відносних похибок ідентифікації

$$\delta_{R_r}^i = \frac{|a_1|}{R_r} \times 100\%; \quad \delta_{L_r}^i = \frac{|a_2|}{L_r} \times 100\%; \quad \delta_{L_m}^i = \frac{|a_3|}{L_m} \times 100\%.$$

Дослідження алгоритму ідентифікації здійснено для АМ типу 4А71А4 з параметрами, $p = 2$, $m = 3$, $R_s = 13{,}39$ Ом, $R_r = 15{,}08$ Ом, $L_m = 0{,}624$ Гн, $L_s = 0{,}663$ Гн, $Lr = 0{,}7015$ Гн, $J = 0{,}0011$ кг·м^2. Результати досліджень показані на рис. 2–4.

Рис. 1. Алгоритм ідентифікації роторних параметрів ЕМ за допомогою функцій чутливості

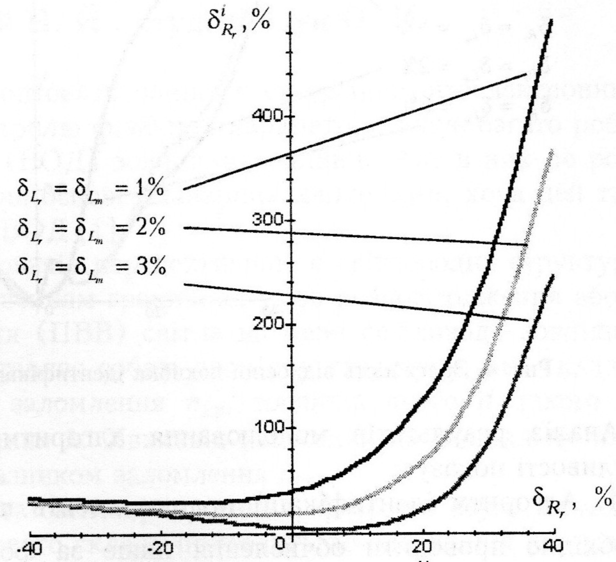

Рис. 2. Залежність відносної похибки ідентифікації R_r $\delta^i_{R_r}$ від відносного відхилення δ_{R_r}

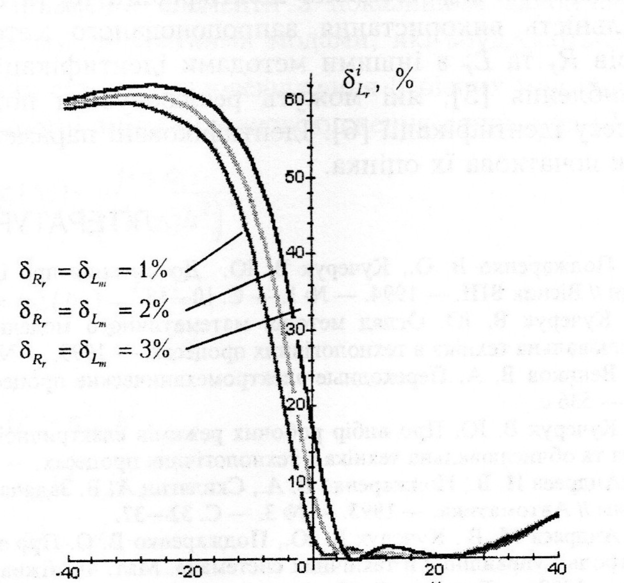

Рис. 3. Залежність відносної похибки ідентифікації L_r $\delta^i_{L_r}$ від відносного відхилення δ_{L_r}

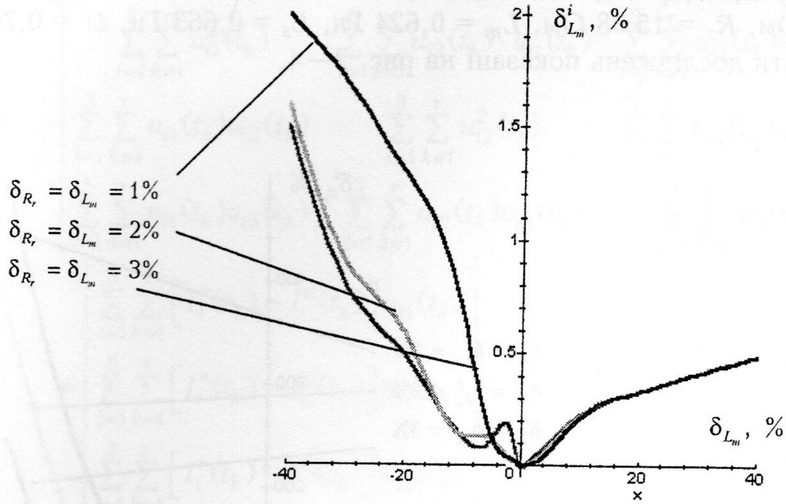

Рис. 4. Залежність відносної похибки ідентифікації L_m $\delta^{i}_{L_m}$ від відносного відхилення δ_{L_m}

Аналіз результатів моделювання алгоритму ідентифікації за допомогою функцій чутливості показує:

1. Алгоритм ідентифікації працює досить швидко, оскільки в процесі ідентифікації необхідно проводити обчислення лише за формулами (17)–(20). Підрахунки $\boldsymbol{I}^{\text{н}}(t)$, $\boldsymbol{u}^{\text{н}}(t)$ здійснюються попередньо.

2. Для оцінки невідомих параметрів не потрібно задавати їх початкові значення.

3. Залежності відносних похибок ідентифікації від відносних відхилень параметрів носять суттєво нелінійний характер. Це пояснюється мультимодальністю цільової функції ідентифікації і великою жорсткістю математичної моделі ЕМ.

4. Найменшу похибку ідентифікації даний алгоритм дає під час ідентифікації взаємної індуктивності L_m. Похибки ідентифікації R_r та L_r мають більші значення. Це вказує на доцільність використання запропонованого методу для поетапної ідентифікації параметрів R_r та L_r з іншими методами ідентифікації, наприклад, з методами інваріантного поглиблення [5], які можуть реалізовувати поточний контроль похибки та збіжності процесу ідентифікації [6]. Ідентифіковані параметри R_r та L_r при цьому використовуються як початкова їх оцінка.

ЛІТЕРАТУРА

1. Поджаренко В. О., Кучерук В. Ю. До питання про ідентифікацію внутрішніх параметрів електричних машин // Вісник ВПІ. — 1994. — № 1. — С. 10—13.

2. Кучерук В. Ю. Огляд методів математичного моделювання електричних машин. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 1999. — № 2. — С. 17—23.

3. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высш. шк., 1985. — 536 с.

4. Кучерук В. Ю. Про вибір робочих режимів електричної машини при визначенні її параметрів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 1998. — № 1. — С.85—87.

5. Андреев Н. В., Поджаренко В. А., Скилягин А. В. Задача идентификации параметров электромеханической системы // Автоматика. — 1993. — № 3. — С. 32—37.

6. Андрєєв М. В., Кучерук В. Ю., Поджаренко В. О. Про точність нелінійного фільтра Н. Дистефано / В кн. «Контроль і управління в технічних системах». Мат. 4-ї міжнародної НТК КУТС-97. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1997. — Том 2. — С. 28—31.

Рекомендована кафедрою метрології та промислової автоматики

Надійшла до редакції 6.09.1999 р.

Рекомендована до опублікування 2.02.2000 р.

Кучерук Володимир Юрійович — доцент кафедри метрології та промислової автоматики ВДТУ.

1. Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю. До питання про ідентифікацію внутрішніх параметрів електричних машин // Вісник ВПІ. - 1994. - №1. - с. 10-13.
2. Кучерук В.Ю. Огляд методів математичного моделювання електричних машин // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 1999. - №2. - с. 17-23.
3. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. - М.: Высш. шк., 1985. - 536 с.
4. Кучерук В.Ю. Про вибір робочих режимів електричної машини при визначенні її параметрів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 1998. - №1. - с. 86-87.
5. Андреев Н.В., Поджаренко В.А., Скилягин А.В. Задача идентификации параметров электромеханической системы // Автоматика. - 1993. - №3. - с. 32-37.
6. Андреєв М.В., Кучерук В.Ю., Поджаренко В.О. Про точність нелінійного фільтра Н. Дістефано / В кн. "Контроль і управління в технічних системах". Мат. 4-ї міжнародної НТК КУТС-97. - Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1997. - Том 2. - с. 28-31.