

УДК 004.95

О. Н. Романюк¹, О. В. Романюк¹, С. В. Котлик², А. В. Снігур¹, Л. Г. Коваль¹РОЗРОБКА МОДЕЛІ ВІДБИВНОЇ ЗДАНОСТІ ПОВЕРХНІ З
ВИКОРИСТАННЯМ ПОЛІНОМІВ ЧЕБИШЕВА¹Вінницький національний технічний університет, Вінниця²Одеська національний технологічний університет, Одеса

Анотація. На даному етапі розвитку комп'ютерної графіки важливою задачею є забезпечення високої продуктивності формування графічних сцен, достатньої для забезпечення реального часу та інтерактивного режиму, коли передбачається, що траєкторії руху об'єктів не задані заздалегідь, а визначаються діями користувача в процесі взаємодії із системою. Для таких режимів висуваються жорсткі вимоги до часу формування тривимірних графічних сцен. При формуванні тривимірних зображень за оптичними властивості поверхні відповідає двопробенева дистрибутивна функція відбивної здатності (ДФВЗ). Вона є моделлю освітлення та визначає, яку частку випромінювання, що надійшло в точку з напрямку джерела світла, буде відбито в напрямку спостерігача. Принциповою вимогою до ДФВЗ є її розрахунок через косинус кута між відповідними векторами нормалей, який легко знайти через скалярний добуток векторів. При розробці моделі важливо, щоб зображення відблиску відносно еталонної реалізації не мало візуальних відмінностей. Проста апаратна реалізація функції можлива при використанні поліномів низького степеня за умови, що при розрахунку не використовують складні функції та довготривалі операції, які мають місце для відомих підходів. При формуванні відблисків важливо з достатньою точністю відтворити його епіцентр. Для периферійних областей, які характеризують затухання інтенсивності світла до мінімального значення, необхідно забезпечити монотонність зміни інтенсивності кольору, яка виключає появу артефактів. У роботі розроблено нову модель відбивної здатності поверхні з використанням поліномів Чебишева, яка має другу степінь і просту апаратну реалізацію та задовольняє наведеним вимогам. Отримано формули для розрахунку складових коефіцієнтів. Розроблена модель з високою точністю відтворює епіцентр відблиску. Отримано оцінки точності апроксимації. Розроблено структурну схему пристрою для формування двопробеневої дистрибутивної функції відбивної здатності. Розроблена модель відбивної здатності поверхні може бути використана в системах динамічної тривимірної графіки.

Ключові слова: рендеринг, модель відбивної здатності поверхні, дистрибутивна функція відбивної здатності, модель Фонга, модель Бліна, спекулярна складова кольору.

Abstract. At this stage of computer graphics development, an important task is to ensure high productivity of graphic scenes, sufficient for real-time and interactive mode, when it is assumed that the trajectories of objects are not set in advance, but determined by user actions in interaction with the system. For such modes there are strict requirements for the time of formation of three-dimensional graphic scenes. In the formation of three-dimensional images for the optical properties of the surface is responsible for the two-beam distributive function of reflectivity (DFVZ). It is a model of illumination and determines what proportion of the radiation received at a point from the direction of the light source will be reflected in the direction of the observer. A fundamental requirement for DFVZ is its calculation through the cosine of the angle between the corresponding vectors of normals, which is easy to find through the scalar product of vectors. When developing the model, it is important that the image of the reflection relative to the reference implementation has no visual differences. Simple hardware implementation of the function is possible when using low-degree polynomials, provided that the calculation does not use complex functions and long-term operations that take place for known approaches. When forming glare, it is important to reproduce its epicenter with sufficient accuracy. For peripheral areas, which characterize the attenuation of light intensity to a minimum value, it is necessary to ensure the monotony of color intensity change, which eliminates the appearance of artifacts. The paper develops a new model of surface reflectivity using Chebyshev polynomials, which has a second degree and a simple hardware implementation and satisfies the above requirements. Formulas for calculating the component coefficients are obtained. The developed model reproduces the epicenter of the glare with high accuracy. Estimates of the accuracy of the approximation are obtained. The structural scheme of the device for formation of a two-beam distributive function of reflectivity is developed. The developed model of surface reflectivity can be used in systems of dynamic three-dimensional graphics.

Key words: rendering, surface reflectivity model, reflective distributive function, Fong model, Pancake model, specular color component.

DOI: <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2022-54-2-47-54>.

Вступ

При формуванні тривимірних зображень за оптичними властивості поверхні відповідає двопробенева дистрибутивна функція відбивної здатності ДФВЗ (BRDF – Bidirectional Reflectance Distributive Function) [1-8]. Вона є моделлю освітлення та визначає, яку частку випромінювання, що надійшло в точку з напрямку джерела світла, буде відбито в напрямку спостерігача.

Для відтворення рефлекторних властивостей поверхні бажано розробити таку модель, обчислювальна складність якої не залежала б від коефіцієнта спекулярності поверхні. Проста апаратна реалізація ДФВЗ можлива при використанні поліномів низького степеня за умови, що при розрахунку не використовують складні функції та довготривалі операції, які мають місце для відомих підходів. При формуванні відблисків важливо з достатньою точністю відтворити його епіцентр. Для периферійних областей, які характеризують затухання інтенсивності світла до мінімального значення, необхідно забезпечити монотонність зміни інтенсивності кольору, яка виключає появу артефактів [1, 4].

Тому актуальною задачею є розробка моделі відбивної здатності поверхні, яка має просту обчислювальну складність і просту апаратну реалізацію.

Аналіз літератури

При апаратній реалізації важливо досягти високої реалістичності при використанні простих, з апаратної точки зору, операцій при їх мінімальній кількості та мінімальній розгалуженості обчислювального процесу.

Принциповою вимогою до ДФВЗ [1-8] є її розрахунок через косинус кута між відповідними векторами нормалей, який легко знайти через скалярний добуток векторів. При визначенні ж дистрибутивної функції через кут між векторами необхідно виконання трудомісткої операції арккосинуса.

Бажано, щоб дистрибутивна функція була додатною, оскільки в іншому випадку необхідний додатковий аналіз для виконання процедур відсікання. При розробці моделі важливо, щоб зображення відблиску відносно еталонної реалізації не мало візуальних відмінностей.

Локальні моделі освітлення [4] можна розділити на дві групи. Перша містить ті ДФВЗ поверхні, які отримано експериментальним шляхом. Вони найбільш поширені, оскільки достатньо прості та забезпечують прийнятну реалістичність відтворення об'єктів, для яких не вимагається точна фізична інформація про освітлення. До другої групи [4] відносять більш точні моделі, які, як правило, враховують як корпускулярну, так і хвильову природу світлового потоку. В таких моделях поверхня розглядається у вигляді мікроскопічних ділянок.

ДФВЗ можна розділити на ізотропні та анізотропні [4]. Ізотропні функції інваріантні відносно повороту навколо вектора нормалі до поверхні. Навпаки, в анізотропних дистрибутивних функціях відбивні властивості матеріалу змінюються при повороті навколо вектора нормалі.

У комп'ютерній графіці найчастіше використовують модель визначення спекулярної складової кольору Б. Фонга [1-8], що має вигляд

$$I_s = I \cdot \varpi(\varphi, \lambda) \cdot \cos^n \psi,$$

де $\varpi(\varphi, \lambda)$ – крива відбиття, що визначає відношення дзеркально відбитого світла до падаючого як функцію кута падіння θ і довжини хвилі λ , n – коефіцієнт спекулярності поверхні.

Функція $\varpi(\varphi, \lambda)$ складна, тому її у більшості випадків заміняють константою k_s , яку визначають експериментально або вибирають з естетичних міркувань. У ДФВЗ Фонга [1, 4] $\cos \psi = \vec{V} \cdot \vec{R}$, де $\vec{R} = 2 \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N} - \vec{L}$, де \vec{L} – вектор до джонла світла, \vec{N} – вектор нормалі. Вектор \vec{R} називають вектором дзеркального відбиття [1, 4]. У дистрибутивній функції Бліна [227], яка історично з'явилася пізніше ДФВЗ Фонга, замість $\cos \psi$ використовують $\cos \gamma = \vec{N} \cdot \vec{H}$, де $\vec{H} = (\vec{L} + \vec{V}) / |\vec{L} + \vec{V}|$, \vec{V} – вектор до спостерігача.

Серед ДФВЗ найбільшого поширення отримали моделі освітлення Фонга та Бліна. Це пояснюється їх простотою, достатньо високою точністю та використанням в якості аргумента – косинуса кута між векторами, який легко знайти через їх скалярний добуток. Саме ці моделі доцільно використовувати в системах динамічної графіки. Фізично точні моделі, які враховують фасетну структуру поверхні та хвильову теорію світла, доцільно використовувати при жорстких вимогах до реалістичності, оскільки їх розрахунок вимагає великих затрат часу.

Мета статті – розробка моделі відбивної зданості поверхні з використанням поліномів Чебишева, яка має просту обчислювальну складність та просту апаратну реалізацію.

Розробка нової моделі відбивної зданості поверхні

Розглянемо графік функції $\cos^n x$ для різних n (рис. 1).

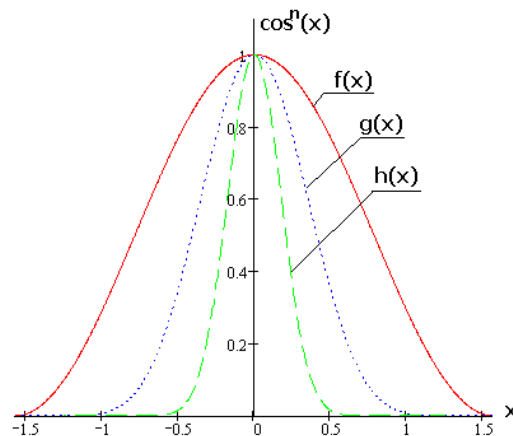


Рисунок 1 – Графіки функції $\cos^n(x)$ при різних n

$$f(x) = \cos^2(x), \quad g(x) = \cos^8(x), \quad h(x) = \cos^{32}(x)$$

Аналізуючи дані графіки видно, що верхня частина графіка подібна до перевернутої параболи. Тому пропонується замінити $\cos^n(x)$ на параболу – $f(x) = A \cdot x^2 + B \cdot x + C$. Така заміна обгрунтована тим, що при відтворенні спекулярної складової кольору жорсткі вимоги ставляться саме до відображення епіцентру відблиску (рис. 2).

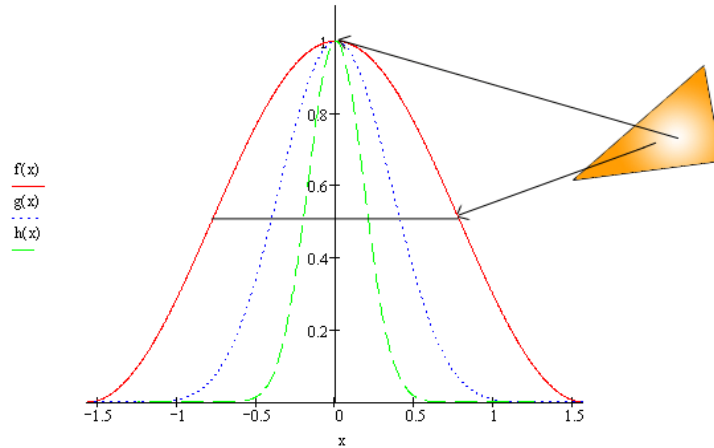


Рисунок 2 – Епіцентр відблиску

Для заміни $\cos^n x$ на $A \cdot x^2 + B \cdot x + C$ потрібно знайти відповідні коефіцієнти A , B , C . Щоб знайти ці коефіцієнти розкладемо $\cos^n x$ в ряд Чебішева [9], виконавши такі перевороння:

$$Na := 3$$

$$a := 0$$

$$b := 0.6$$

$$c(j) := \frac{2}{Na} \cdot \sum_{k=1}^{Na} \left[f \left[\cos \left[\pi \cdot \frac{\left(k - \frac{1}{2} \right)}{Na} \right] \cdot \frac{(b-a)}{2} + \frac{(b+a)}{2} \right] \cdot \cos \left[\pi \cdot j \cdot \frac{\left(k - \frac{1}{2} \right)}{Na} \right] \right], \quad (3.5)$$

$$T(n, x) := \cos(n \cdot \arccos(x))$$

$$ap(x) := \left[\sum_{k=0}^{Na-1} c(k) \cdot T \left[k, \frac{x - \frac{(b+a)}{2}}{\frac{(b-a)}{2}} \right] \right] - \frac{c(0)}{2}$$

$$T_m := \frac{(b-a)}{2} \quad T_p := \frac{(b+a)}{2}$$

$$C := \frac{(2 \cdot c(2) \cdot T_p^2) - (c(1) \cdot T_p \cdot T_m)}{T_m^2} + \frac{c(0)}{2} - c(2)$$

$$B := \frac{c(1) T_m - 4c(2) T_p}{T_m^2}$$

$$A := \frac{2c(2)}{T_m^2}$$

$$fa(x) := A \cdot x^2 + B \cdot x + C.$$

У наведених формулах використано локальні змінні, які не корельовані з раніше прийнятими.

Вибір для апроксимації полінома Чебишева має таке обґрунтування. Поліноми П. Л. Чебишева [9] відомі своєю властивістю найменше відхилятися від нуля на заданому проміжку, і відповідно, вносять найменший внесок у похибку інтерполяції. Для апроксимації $\cos^n x$ використовується тригонометрична форма запису полінома Чебишева $T_n(x) = \cos(n \arccos x), |x| \leq 1$, яка визначається через $\cos x$, що, безумовно, впливає на зменшення похибки.

У даному випадку було взято три перших члени ряду Чебишева. Для визначення коефіцієнтів A, B, C як видно з формул, потрібно задати інтервал, на якому виконується апроксимація. Для цього задамо задати рівень відносної похибки та визначити, до якого значення верхньої межі b похибка апроксимації не буде перевищувати задану відносну похибку.

Взявши за максимальну відносну похибку 2%, отримуємо коефіцієнти A, B, C для всіх значень n . Для наочності представимо графіки коефіцієнтів залежно від значення n (рис. 3-4).

Проаналізувавши дані графіки можна зробити такі висновки: значення коефіцієнта A змінюється за лінійним законом:

$$fra(n) = -0,272 \cdot n - 0,16$$

для коефіцієнта B значення змінюється по нелінійному закону. Для спрощення знаходження цього коефіцієнта пропонується використати кусково-лінійну апроксимацію.

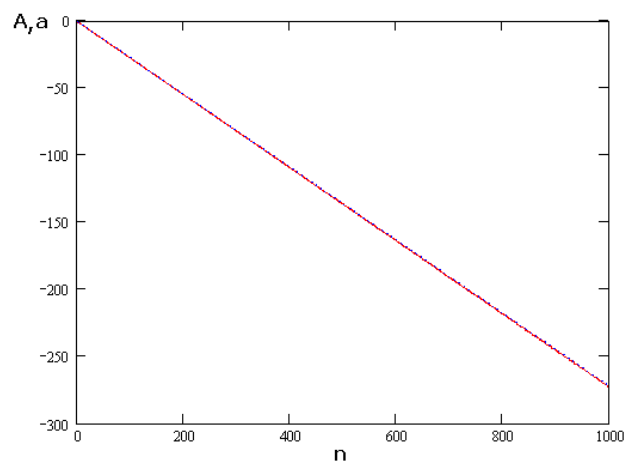
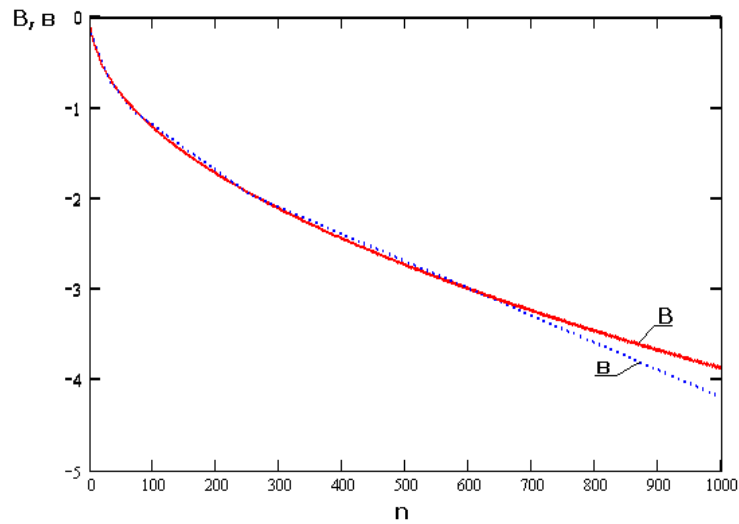


Рисунок 3 – Графік значень коефіцієнтів a при різних n

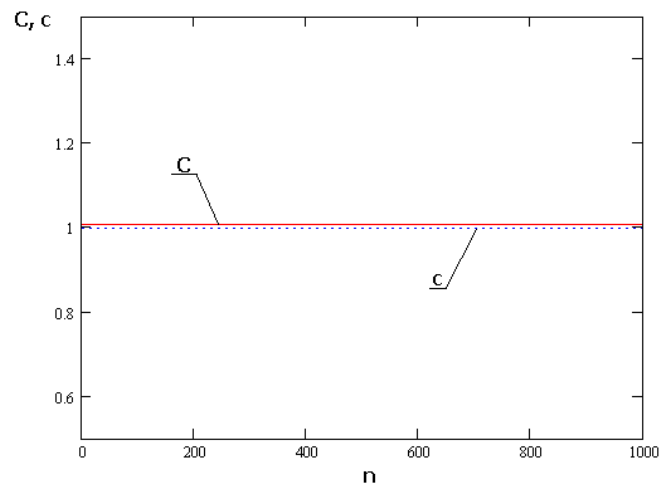
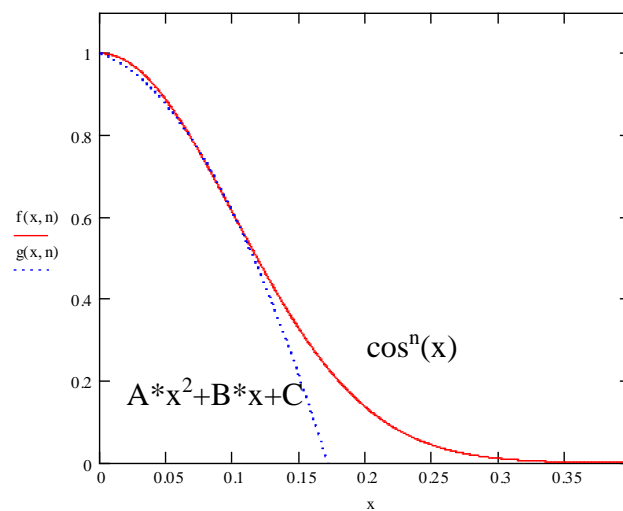
Пропонується здійснити розбиття на чотири інтервали з відповідними коефіцієнтами лінійних функцій (рис. 4 – штрихована лінія):

$$b = \left(\begin{array}{l} -0,018 \cdot n - 0,158 \quad \text{при } 1 \leq n \leq 31, \\ -0,01 \cdot n - 0,38 \quad \text{при } 32 \leq n \leq 63, \\ -0,005 \cdot n - 0,7 \quad \text{при } 64 \leq n \leq 255, \\ -0,003 \cdot n - 1,2 \quad \text{при } 256 \leq n \leq 1000. \end{array} \right);$$

Значення коефіцієнта C не змінюється та дорівнює 1.

Рисунок 4 – Графік значень коефіцієнтів B при різних n

Графік функції $A \cdot x^2 + B \cdot x + C$ зображено на рисунку 5. При використанні даної BRDF отримаємо такий графік відносної похибки апроксимації (рис. 6).

Рисунок 5 – Графік значень коефіцієнтів C при різних n Рисунок 6 – Порівняння графіків функцій $A \cdot x^2 + B \cdot x + C$ і $\cos^n x$

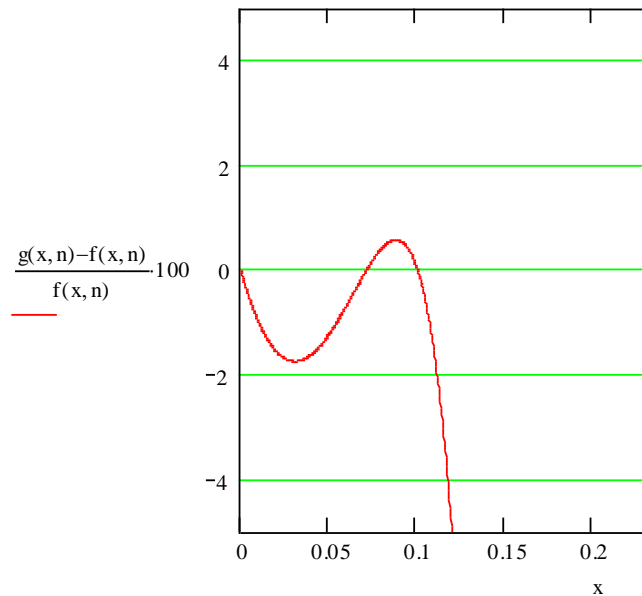


Рисунок 7 – Відносна похибка апроксимації функції $\cos^n x$ функцією $A \cdot x^2 + B \cdot x + C$

На рисунку 8 зображено структурну схему пристрою для апроксимації $\cos^n x$.

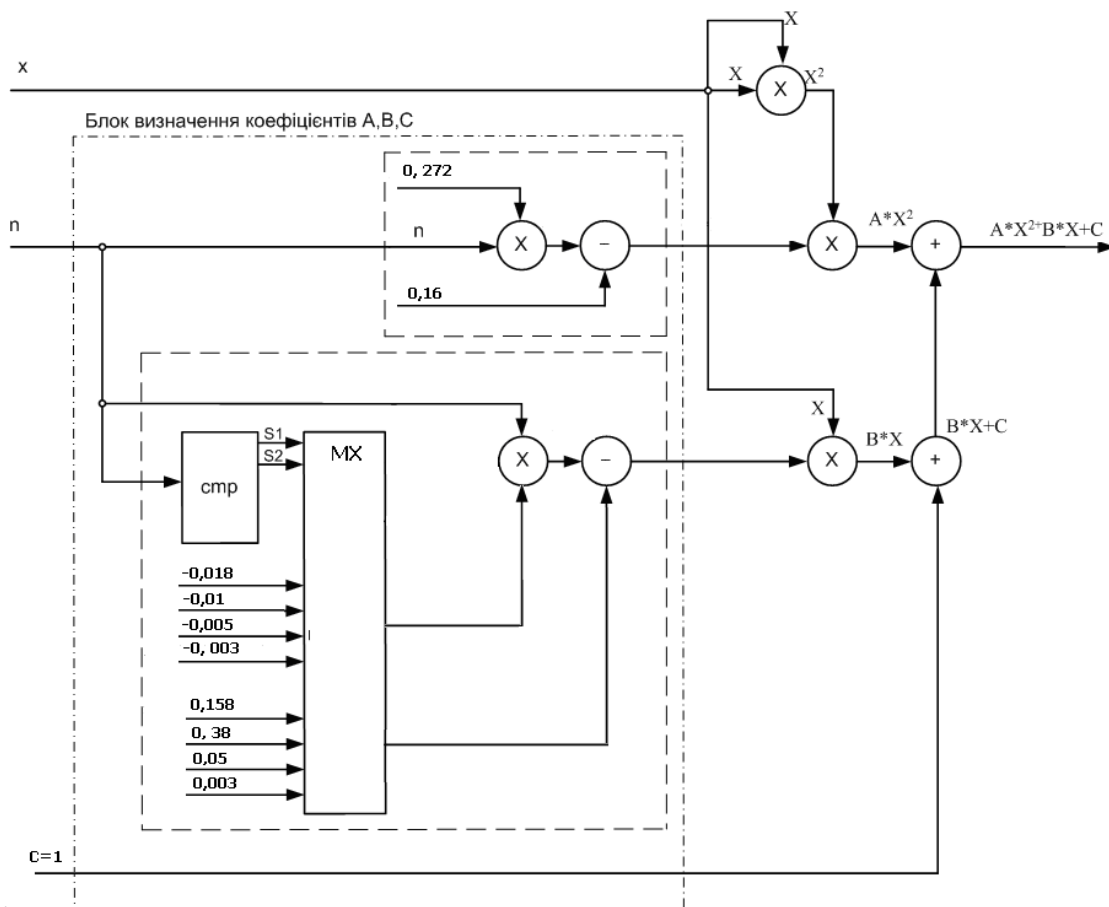


Рисунок 8 – Структурна схема обчислення BRDF

Висновки

Розроблено модель відбивної зданості поверхні з використанням поліномів Чебишева, яка має просту обчислювальну складність та просту апаратну реалізацію. ДФВЗ має другу степінь для всього діапа-

зону n і високою точністю відтворює епіцентр відблиску. Розроблена модель відбивної здатності поверхні може бути використана в системах динамічної тривимірної графіки.

Список літератури

- [1] О. Н. Романюк, та А. В. Чорний, *Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів*, Вінниця, Україна: УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006.
- [2] О. Н. Романюк, "Метод підвищення реалістичності відтворення тривимірних графічних об'єктів", *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, №1 (8), с. 269-272. 2016.
- [3] О. Н. Романюк, *Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник*. Вінниця, Україна: УНІВЕСУМ-Вінниця, 2001.
- [4] О. Н. Романюк, "Класифікація дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхні", *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер.: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка*, вип. 9, с. 145-151. 2008.
- [5] О. Н. Романюк, Ю. Р. Довгалюк, та С. В. Олійник, "Класифікація графічних відеоадаптерів", *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер.: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка*, вип. 14, с. 211-215. 2011.
- [6] Романюк О. Н., "Альтернативна реалізація дистрибутивної двопрореєвої функції для моделей освітлення Бліна та Фонга", *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Обчислювальна техніка та автоматизація»*, випуск 106, с. 151-156. 2006.
- [7] O. Romanuyk, "Approximation of Bidirectional Reflectance Distribution Function with 3-Degree Polynomial", *IEEE Workshop on Control and Communications*, 2007. SIBCON apos; 07. Siberian Conference on Volume, Issue, 20-21 April 2007, pp. 158-164. 2007.
- [8] O. Romanuyk, and A. Chernij, "Methods for Specular Color Component Accelerate Calculation", *IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing systems: Technology and Applications*. Sofia, pp. 615-619. 2005.
- [9] А. В. Примак, та І. О. Шевчук, *Теорія наблизень, Навчальний посібник*, Київський національний університет ім. Т. Г. Шевченко, 2011.

Стаття надійшла: 16.05.2022.

References

- [1] O. N. Romanyuk, ta A. V. Chorny, *Vysokoproduktyvni metody ta zasoby zafarbovuvannya tryvymirnykh hrafichnykh obyektiv*, Vinnytsya, Ukrayina: UNIVESUM-Vinnytsya, 2006 [in Ukrainian].
- [2] O. N. Romanyuk, "Metod pidvyshchennya realistychnosti vidtvorennya tryvymirnykh hrafichnykh ob'yektiv", *Informatsiyi tekhnolohiyi ta komp'yuterna inzheneriya*, №1 (8), s. 269-272. 2016 [in Ukrainian].
- [3] O. N. Romanyuk, *Kompyuterna hrafika. Navchannyu posibnyk*. Vinnytsya, Ukrayina: UNIVESUM-Vinnytsya, 2001 [in Ukrainian].
- [4] O. N. Romanyuk, "Klasyfikatsiya dystributyvnykh funktsiy vidbyvnoyi zdatnosti poverkhni", *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Ser.: Informatyka, kiberne-tyka ta obchyslyval na tekhnika*, vyp. 9, s. 145-151. 2008 [in Ukrainian].
- [5] O. N. Romanyuk, YU. R. Dovhalyuk, ta S. V. Oliynyk, "Klasyfikatsiya hrafichnykh videoadapteriv", *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Ser.: Informatyka, kiber-nyta ta obchyslyval na tekhnika*, vyp. 14, s. 211-215. 2011 [in Ukrainian].
- [6] O. N. Romanyuk, "Alternatyvna realizatsiya dystributyvnoyi dvopromenevoyi funktsiyi dlya modeley osviltennya Blina ta Fonha", *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Seriya «Obchyslyvalna tekhnika ta avtomatyzatsiya»*, vypusk 106, s. 151-156. 2006 [in Ukrainian].
- [7] O. Romanuyk, "Approximation of Bidirectional Reflectance Distribution Function with 3-Degree Polynomial", *IEEE Workshop on Control and Communications*, 2007. SIBCON apos; 07. Siberian Conference on Volume, Issue, 20-21 April 2007, pp. 158-164. 2007.
- [8] O. Romanuyk, and A. Chernij, "Methods for Specular Color Component Accelerate Calculation", *IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing systems: Technology and Applications*. Sofia, pp. 615-619. 2005.
- [9] A. V. Prymak, ta I. O. Shevchuk, *Teoriya nablyzhen, Navchalnyu posibnyk*, Kyuyivskyu natsionalnyu universytet im. T.H. Shevchenko, 2011 [in Ukrainian].

Відомості про авторів

Романюк Олександр Никифорович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмного забезпечення.

Романюк Оксана Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри програмного забезпечення.

Котлик Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, доцент.

Снігур Анатолій Васильович – кандидат технічних наук, доцент кафедри обчислювальної техніки.

Коваль Леонід Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри біомедичної інженерії та оптико-електронних систем.

O. N. Romanyuk¹, O. V. Romanyuk¹, S. V. Kotlyk², A. V. Snigur¹, L. G. Koval¹

DEVELOPMENT OF A MODEL OF REFLECTIVE SURFACE CAPACITY USING CHEBYSHEV POLYNOMES

¹Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia

²Odesa National Technological University, Odesa