



УДК 004.92

# МЕТОДИ ПІДВИШЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ ФОРМУВАННЯ ВЕКТОРІВ НА ГЕКСАГОНАЛЬНОМУ РАСТРІ

Мельник О.В.<sup>1</sup>, Романюк О.Н.<sup>2</sup>, Котлик С.В.<sup>3</sup>, Романюк С.О.<sup>4</sup>, Чехмestрук Р.Ю.<sup>5</sup><sup>1,2,5</sup> Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine, <sup>3</sup> Odessa National University of Technology, Odessa, Ukraine, <sup>4</sup> Odessa Polytechnic National University, Odessa, UkraineORCID: <sup>1</sup><https://orcid.org/0000-0002-5079-166X>, <sup>2</sup><https://orcid.org/0000-0002-2245-3364>, <sup>3</sup><https://orcid.org/0000-0001-5365-1200>, <sup>4</sup><https://orcid.org/0000-0002-6400-0021>, <sup>5</sup><https://orcid.org/0000-0002-6420-0021>.E-mail: <sup>1</sup>[vinncei@gmail.com](mailto:vinncei@gmail.com), <sup>2</sup>[rom8591@gmail.com](mailto:rom8591@gmail.com), <sup>3</sup>[sergknet@gmail.com](mailto:sergknet@gmail.com), <sup>4</sup>[romaniukoksanav@gmail.com](mailto:romaniukoksanav@gmail.com), <sup>5</sup>[Rc.ua@3dgeneration.com](mailto:Rc.ua@3dgeneration.com)

Copyright © 2021 by author and the journal “Automation of technological and business – processes”.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

DOI: 10.15673/atbp.v14i3.2350

**Анотація.** Альтернативою прямокутного растру, який отримав найбільшого поширення в засобах візуалізації інформації, є гексагональний растр, при якому піксел має форму правильного шестикутника. Використання такого растру дає можливість підвищити роздільну здатність екранів, і, як наслідок, підвищити реалістичність формування графічних зображень. Використання гексагонального растру дозволяє замошувати площину екрану без розривів і накладань. Важливими геометричними особливостями гексагона є рефлексійна симетрія та шестизв'язність.

Відрізки прямих відносять до найпоширеніших примітивів, тому час формування графічних сцен в значній мірі залежить від часу формування векторів. В роботі наведено аналіз методів лінійної інтерполяції, який показав доцільність використання методу оцінювальної функції

Розроблено метод формування крокової траєкторії подвійними кроковими приростами.

Визначено типи можливих сполучень крокових приростів. Виведено формули для розрахунку оцінювальних функцій. Розглянуто особливості формування відрізків прямих для характерних ділянок, на які розбито координатний простір. Для підвищення точності формування крокової траєкторії запропоновано використовувати початкове значення оцінювальної функції, яке дозволяє симетрувати похибку всередині цифрового сегменту.

Запропоновано для формування крокових траєкторій відрізків прямих використовувати дві незалежні оцінювальні функції. Одна з них використовується для формування парних точок траєкторії, а інша – для непарних точок крокової траєкторії.

Наведено оцінки точності формування крокової траєкторії.

Запропоновані методи лінійного інтерполювання дозволяють до двох разів підвищити продуктивність лінійного інтерполювання.

**Abstract.** An alternative to the rectangular raster, which has become the most widely used in information visualization tools, is the hexagonal raster, in which the pixel has the shape of a regular hexagon. The use of such a raster makes it possible to increase the resolution of screens, and, as a result, to increase the realism of the formation of graphic images. The use of a hexagonal raster allows you to tile the screen plane without gaps and overlaps. Important geometrical features of a hexagon are reflection symmetry and hexaconnection.

Line segments are among the most common primitives, so the time of creating graphic scenes largely depends on the time of creating vectors. The paper provides an analysis of linear interpolation methods, which showed the expediency of using the estimation function method

A method of forming a step trajectory by double step increments has been developed.

Types of possible combinations of step increments are defined. Formulas for calculating evaluation functions are derived. The peculiarities of the formation of straight line segments for the characteristic sections into which the coordinate space is divided are considered. To increase the accuracy of the formation of the step trajectory, it is proposed to use the initial value of the evaluation function, which allows to symmetrize the error within the digital segment.

It is proposed to use two independent evaluation functions to form step trajectories of straight line segments. One of them is used to form even points of the trajectory, and the other is used for odd points of the step trajectory.



*Estimates of the accuracy of step trajectory formation are given.*

*The proposed methods of linear interpolation allow you to increase the performance of linear interpolation up to two times.*

**Ключові слова:** відрізки прямих, лінійна інтерполяція, метод оцінювальної функції, гексагональний растр, крокова траєкторія, вектор, цифровий сегмент відрізка прямої.

**Key words:** segments of straight lines, linear interpolation, method of estimation function, hexagonal raster, step trajectory, vector, digital segment of straight line segment.

**Вступ.** Альтернативою прямокутного растру, який отримав найбільшого поширення в засобах візуалізації інформації, є гексагональний растр [1-10], при якому піксел має форму правильного багатокутника. Використання такого растру дає можливість підвищити роздільну здатність екранів, і, як наслідок, підвищити реалістичність формування графічних зображень. Використання гексагонального растру дозволяє замощувати площину екрану без розривів і накладань. Важливими геометричними особливостями гексагона є рефлекційна симетрія та шестизв'язність.

Гексагональна модель піксела [1] є більш адекватною за прямокутну. Гексагональна модель дозволяє апроксимувати кругову модель піксела, яка в свою чергу є складною для розрахунків.

Дискретне представлення кривих на гексагональному растрі краще передає форму та наближує розміри об'єкта до реальних у 80-85% випадках [11].

Передача кольору в гексагональному растрі теж має особливості. Розбиття гексагонального пікселя на субпікселі дає можливість надлишковості передачі кольору, що в свою чергу дозволяє розташувати елементи відтворення основних кольорів таким чином, щоб значно збільшити якість відтворення за рахунок більшого спектра передачі кольору.

Мерсеро (Mersereau) [4] показав, що для зображень з однаковим частотним розподілом деякі аналогічні алгоритми працюють на гексагональній сітці на 25-50 % ефективніше, аніж на прямокутній.

У ГІС-аналізі і тематичній картографії використання шестикутного растр має ряд переваг. Шестикутники мають найближчу до кола геометрію і можуть складатися в мозаїку, формуючи рівномірну сітку. Така наближеність до кола дозволяє природніше представляти криві в розподілі даних, ніж квадратна сітка. Будь-яка точка всередині шестикутника знаходиться ближче до його центроїду, ніж будь-яка точка в квадраті або трикутнику рівної площі. Пошук сусідств за допомогою гексагональної сітки є ефективнішим. Шестикутники кращі, коли в аналіз включаються аспекти зв'язності або шляхи переміщення.

Планується широке використання гексагонального растру для побудови екранів. Фірма Samsung розробила нову структуру дисплеїв Galaxy S4 [9], де використовується гексагональна структура пікселів.

Широко використовують цифрові камери з матрицею, виготовленою з гексагональних пікселів, наприклад Super CCD Honeyscomb [4]. Такі матриці розроблені з метою збільшення загальної площі фотодіодів на матриці, що дозволяє підвищити чутливість і розширити діапазон фотосенсорів. Здійснюється захоплення більшої кількості світла на одиницю поверхні, і тому відображається більш ширший динамічний діапазон.

Компанія SONY запатентувала технологію [4] розробки гексагональної матриці пікселів, де кожен піксель складається з набору шестикутних елементів, що відтворюють кожен свій колір. Переваги такої технології - це поєднання фільтрів CMY і RGB, що значно збільшує характеристики спектральної чутливості фільтра. Це поєднання може покращити відтворюваність кольорів, щоб успішно виконувати обробку зображень.

Компанія Nikon запатентувала розроблений стільниковий сенсорний екран з субпікселями для поліпшення динамічного діапазону [4].

Флексографічний друк [5], який відноситься до інноваційної технології, забезпечує значне збільшення оптичної щільності та інтенсивності кольору відповідно до стандартних фарб для флексографського друку. Іншими перевагами є високі реологічні властивості, багатократно покращена якість друку та в значній мірі більш висока продуктивність. Сильною стороною є забезпечення високоякісного друку незважаючи на тонкий шар фарби. При флексографічному друці наносять комірчасту растрову сітку на поверхню растрованого циліндра, що спричиняє мінімальний тиск на матеріал.

Гексагональний растр широко використовують в комп'ютерних іграх [4, 9], що дозволило збалансувати рух в усіх шести напрямках за відстанню.

Оскільки використання гексагональних растрів має великий теоретичний та практичний інтерес, то розробка методів формування графічних примітивів, які мають велику питому вагу, є актуальною задачею.

Особливо це важливо для застосувань, які вимагають високої точності обчислень на зображенні.

**Аналіз літературних даних і постановка задачі.** Відрізки прямих відносять до найпоширеніших примітивів.

Лінійна інтерполяція за "прямим" методом використовує рівняння прямої лінії:  $y = (\Delta y / \Delta x) \cdot x$ , де  $\Delta x$  і  $\Delta y$  - відповідні прирости координат відрізка прямої.

При виконанні по координаті  $x$  крокових приростів  $x_i = x_i + 1$ , можна обчислити відповідні ординати

$$y_{i+1} = (\Delta y / \Delta x) \cdot x_{i+1} = (\Delta y / \Delta x) \cdot (x_i + 1) = (\Delta y / \Delta x) x_i + \Delta y / \Delta x = y_i + \Delta y / \Delta x.$$



Цей метод може забезпечити максимальну точність формування відрізків прямих, але передбачає виконання довготривалої операції ділення для знаходження  $\Delta y/\Delta x$ . Безумовно, це впливає на час формування крокової траєкторії.

У засобах комп'ютерної графіки для формування відрізків прямих використовують метод оцінювальної функції ( $OF$ ). Це пояснюється простим інтерактивним процесом формування крокової траєкторії з використання виключно мікрооперацій додавання та віднімання. Метод забезпечує точність інтерполювання, яка не перевищує пів кроку дискретизації.

Згідно з методом формується спеціальна функція (рис. 1), знак якої вище прямої додатний, а нижче прямої - від'ємний. При нульовому значенні оцінювальної функції поточна точка траєкторії належить відрізку прямої. Обчислювальний процес при формуванні крокової траєкторії направлений на зміну знаку оцінювальної функції на протилежний.

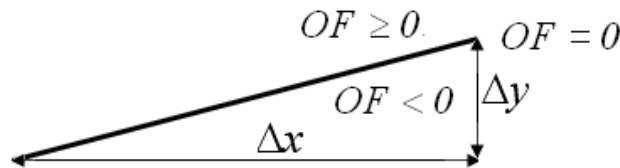


Рис. 1. – Формування оцінювальної функції

Формула для розрахунку оцінювальної функції має такий вигляд.

$$OF_{i+1} = y_i \cdot \Delta x - \Delta y \cdot x_i \quad (1)$$

Метод оцінювальної функції характеризується простотою обчислювального процесу та високою точністю формування крокової траєкторії, а тому використовується в переважній кількості випадків.

Оскільки відрізки прямих відносять до найпоширеніших примітивів, то актуальною задачею є розробка високопродуктивних методів і засобів лінійної інтерполяції, зокрема, на гексагональному растрі. Це дасть можливість зменшити час формування графічних сцен.

Мета статті – розробка методу підвищення продуктивності формування векторів на гексагональному растрі. Особливість методу полягає формування в кожному інтерполяційному такті не однієї, а відразу двох точок траєкторії.

**Розробка методу.** При формуванні крокової траєкторії відрізка прямої за методом оцінювальної функції, яка має нульове значення, має місце відносно велика похибка. Це пояснюється тим, що знак оцінювальної функції змінюється

в кінці цифрового сегменту, довжина якого дорівнює  $\frac{\Delta \tilde{y}}{\tilde{y} \tilde{x}}$  (рис. 2, а), де  $\Delta \tilde{y}$ ,  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{x}$  - відповідно більший та менший прирости з  $\Delta x$  і  $\Delta y$ .

Зменшити похибку можна за умови, що діагональний крок розмістити в центрі сегменту рис. 2, б, що можливо за рахунок встановлення ненульового значення оцінювальної функції.

Для симетрування діагонального кроку в центрі сегмента необхідно встановити початкове значення  $OF$ , яке відповідає значенню оцінювальної функції при виконанні  $\Delta \tilde{y} / 2$  горизонтальних приростів. У цьому випадку необхідно виконати  $\Delta \tilde{y} / 2$  горизонтальних кроків. Враховуючи, що для основи цифрового сегмента  $\Delta y = 0$ , знайдемо

значення оцінювальної функції при умовному зміщенні початку вектора на  $\hat{E} = \frac{\Delta \tilde{y}}{\tilde{y} \tilde{x}} : 2$  горизонтальних кроків.

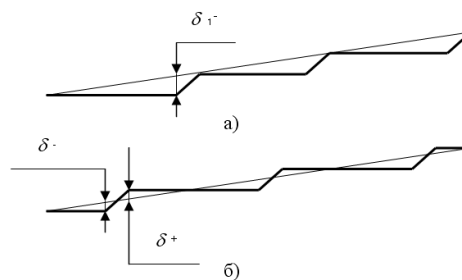


Рис. 2. – Симетрування похибки в межах цифрового сегменту



Враховуючи, що для основи цифрового сегмента  $\Delta y = 0$ , знайдемо значення оцінювальної функції при умовному зміщенні початку вектора на  $\hat{E} = \frac{\Delta \ddot{I}}{\ddot{I}} : 2$  горизонтальних кроків.

$$OF_{i+1} = y_i \Delta x - \left(x_i - \frac{\Delta y}{2}\right) \Delta y = y_i \Delta x - x_i \Delta y + \frac{\Delta x}{2} = OF_\delta + \frac{\Delta x}{2} = \frac{\Delta x}{2}.$$

В останній формулі  $OF_\delta$  - початкове значення оцінювальної функції, яке дорівнює нулю.

Враховуючи, що для першого октанта  $\Delta x = \Delta \ddot{I}$ , то  $OF_0 = \left\lfloor \frac{\Delta \ddot{I}}{2} \right\rfloor$ .

Це пояснюється тим, що при непарному більшому прирості діагональний крок при симетруванні похибки може бути розміщено в  $\frac{\Delta \ddot{I} - 1}{2}$  такті.

Розглянемо особливості формування горизонтального та діагонального крокових переміщень при використанні гексагонального растру (рис. 3).

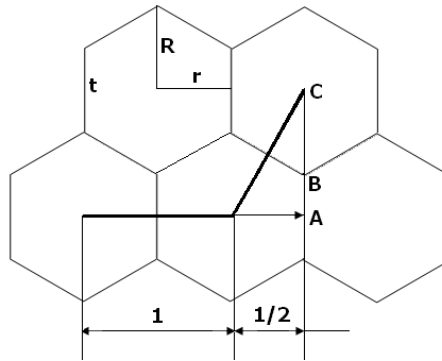


Рис. 3. – Формування крокових переміщень

Радіус описаного кола дорівнює  $R = \frac{2}{\sqrt{3}} r$ . Оскільки крок дискретизації вибираємо рівним одиниці, то  $r = \frac{1}{2}$ . Тому

$$R = \frac{1}{\sqrt{3}}, t = R = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Знайдемо ординатний приріст діагонального кроку

$$AC = BA + BC = R + \frac{t}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Оцінимо максимальну ординатну похибку. На рис. 4 наведено приклад формування відрізка прямої, який в точці  $B$  рівновіддалений від вузлів решітки. Тому вибір точок  $C$  і  $D$  для включення до крокової траєкторії є рівнозначним. При порушенні цієї умови вибирається та точка, яка ближче розташована до відрізка прямої.

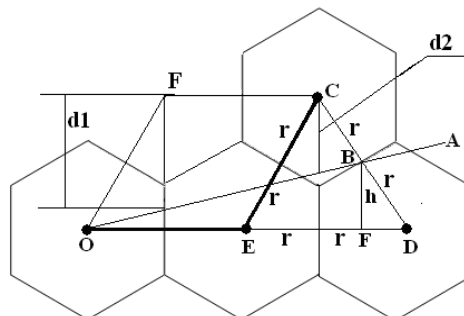


Рис. 4. – Визначення ординатної похибки



Оцінимо максимальні ординатні похибки  $d1 \text{ } ^3 \text{ } d2$ . Для цього розглянемо  $\triangle ECD$ . У ньому всі сторони рівні, тому  $\angle \tilde{N}DE = 60^\circ$ . З трикутника  $BDF$  знаходимо висоту

$$h = BD \cdot \sin 60^\circ = r \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} = 0,433.$$

З рис. 4 видно, що  $h < d2$ .  $d2 < R + \frac{t}{2} = \frac{3R}{2}$ , що менше висоти діагонального кроку.

Знайдемо нахил відрізка прямої, який складається тільки з горизонтального та сусіднього з ним діагонального кроку

$$\arctg(\tilde{A}\tilde{N} : 1 \frac{1}{2}) = \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = 30^\circ.$$

Знайдемо нахил відрізка прямої, який складається тільки з діагональних кроків

$$\arctg(\tilde{A}\tilde{N} : \frac{1}{2}) = \arctg \frac{2\sqrt{3}}{2} = 60^\circ.$$

Наведені межі є граничними для ділянок. Тому можна стверджувати, що на ділянці Д1 формування двох сусідніх діагональних кроків неможливо за умови забезпечення максимальної точності інтерполяції. Для ділянки Д2 таке обмеження характерно для двох сусідніх горизонтальних кроків.

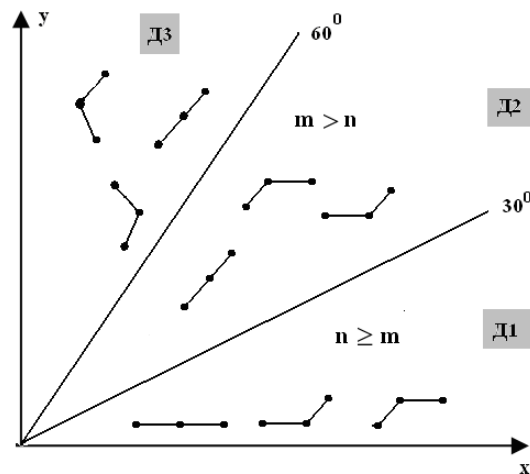


Рис. 4. – Типи допустимих сполучень крокових переміщень

Розглянемо формування відрізків прямих з діапазону від  $60^\circ$  до  $90^\circ$  проти годинникової стрілки. Доведено [2], що на цій ділянці при формуванні використання горизонтальних і вертикальних крокових переміщень неможливо. Введемо поняття лівого та правого діагональних кроків (рис. 5).

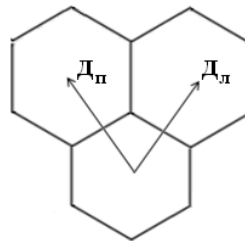


Рис. 5. – Лівий та правий діагональні кроки

Лівий Дл діагональний крок відповідає переміщенню

$$\tilde{o} = \tilde{o} + \frac{1}{2}, \quad \acute{o} = \acute{o} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Правий Дп діагональний крок відповідає переміщенню

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma} - \frac{1}{2}, \quad \acute{\sigma} = \acute{\sigma} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Покажемо, що для відрізків прямих з діапазону від  $60^0$  до  $90^0$  (ділянка Д3) формування двох діагональних кроків Дп при відтворенні відрізків з мінімальною (для гексагонального растру) похибкою неможливе.

На рис.6 наведено приклад формування діагональних кроків

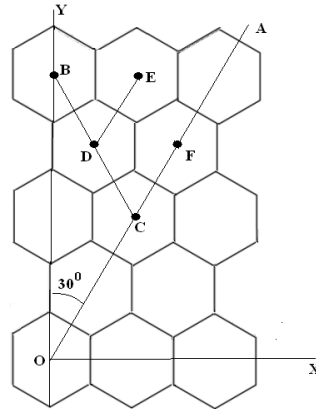


Рис. 6. – Приклад формування діагональних кроків

Нехай відрізок прямої проходить через точку С, причому кут ХОА складає  $30^0$ . Це граничний випадок для ділянки, що розглядається. З точки С, яка рівновіддалена від точок D і F, можна виконати еквівалентні діагональні кроки DC і CF. Якщо згідно методу оцінювальної функції виконано крок DC, то серед можливих подальших кроків DE і DE необхідно виконати крок DE, який розміщено ближче до відрізка прямої. В протилежному випадку за відрізком буде відтворено дві точки, що віддаляються від відрізка прямої. Це недопустимо, оскільки за методом оцінювальної функції траєкторія наближається до відрізка прямої. При переміщенні променя ОА до осі ОУ розглянута ситуація усугубляється. Тому при формуванні відрізків прямих з діапазону від  $60^0$  до  $90^0$  виконання двох суміжних діагональних кроків неможливо.

На рис. 7 наведено приклад, коли відрізок прямої ОА проходить через середину двох сусідніх бічних сторін гексагону. Зрозуміло, що в цьому випадку сполучення діагональних кроків (ОВ, ДВ) і (ОС, СД) еквівалентні, оскільки СТ=ТВ. При зменшенні нахилу відрізка ОА точка В наближається до відрізка, а точка С віддаляється. При цьому максимальне відхилення відрізка ОА від точки С не буде перевищувати СВ=1. Тому максимальна похибка не буде перевищувати горизонтального кроку дискретизації.

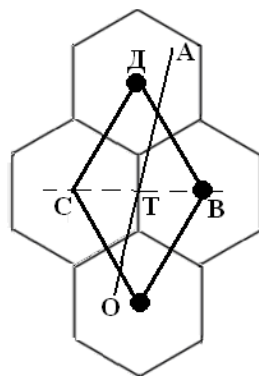


Рис. 7. – Приклад формування діагональних кроків

Як видно з рисунку максимальна ординатна похибка не перевищує значення  $R + \frac{t}{2} = \frac{3R}{2}$ , тобто висоти діагонального кроку.

Знайдемо умови розташування відрізків прямих на ділянках Д1, Д2, Д3.



Як було показано раніше, при нахилі відрізка прямої до осі  $OX$  в  $30^\circ$  його тангенс кута дорівнює  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Для всіх відрізків прямих с кутом нахилу до  $30^\circ$  до осі  $OX$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Праву частину нерівності представимо у вигляді

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{16}.$$

Відносна похибка подання складає 2,5 %.

З урахуванням наведеного наближення, перепишемо отриману нерівність так

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \leq \frac{9}{16}.$$

Для спрощення реалізації запишемо нерівність у такому вигляді

$$16 \cdot \Delta y \leq 9 \cdot \Delta x + \Delta x.$$

В отриманій нерівності множники задано степенями двійки, що дає можливість реалізувати мікрооперацію множення шляхом зсуву та додавання.

При куті нахилу відрізка прямої в  $60^\circ$  його тангенс дорівнює  $\sqrt{3}$ .

Для спрощення обчислень, останнє значення задамо сумою степенів двійки

$$\sqrt{3} \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

В цьому випадку відносна похибка подання складає всього 1,03 %.

При куті нахилу відрізка прямої в  $60^\circ$  до осі  $OX$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \leq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

Цій нерівності еквівалентна така

$$4 \cdot \Delta y \leq 7 \cdot \Delta x.$$

Для спрощення обчислень запишемо останню нерівність так

$$4 \cdot \Delta y \leq 8 \cdot \Delta x - \Delta x.$$

В цьому випадку для організації порівняння використовуються мікрооперації додавання та зсуву.

Якщо відрізок прямої не належить до ділянок Д1 і Д2, то він розміщений на ділянці Д3.

Наведені умови підлягають аналізу перед початком формування векторів, в циклі підготування.

Розглянемо формування оцінювальної функції для ділянки Д1. При виконанні двох горизонтальних крокових переміщень

$$OF_{i+1} = y_i \Delta x - \Delta y(x_i + 2) = y_i \Delta x - x_i \Delta y - 2\Delta y = OF_i - 2\Delta y.$$

При виконанні горизонтального та діагонального переміщення

$$\begin{aligned} OF_{i+1} &= (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{1}{2} + 1) = y_i \Delta x - x_i \Delta y + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - \frac{3}{2} \Delta y = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta x - \frac{3}{2} \Delta y \\ &= (\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64})\Delta x - (1 + \frac{1}{2})\Delta y = \frac{37}{64} \Delta x - \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y = \frac{32\Delta x + 4\Delta x + \Delta x}{64} - \frac{2\Delta y + \Delta y}{2}. \end{aligned}$$



Розглянемо формування оцінювальної функції для ділянки Д2.

Формулу для розрахунку оцінювальної функції при виконанні горизонтального та діагонального переміщення наведено вище.

При виконанні двох діагональних переміщень

$$\begin{aligned} OF_{i+1} &= \left(y_i + \frac{2\sqrt{3}}{2}\right)\Delta x - \Delta y(x_i + 1) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y = OF_i + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y = \\ &= OF_i + \frac{8-1}{4}\Delta x - \Delta y = OF_i + \frac{8\Delta x - \Delta x}{4} - \Delta y. \end{aligned}$$

При формуванні відрізків прямих на ділянці Д3 використовується сполучення двох однотипних діагональних кроків і сполучення лівого та правого діагональних кроків.

Для останнього випадку

$$\begin{aligned} OF_{i+1} &= \left(y_i + \frac{2\sqrt{3}}{2}\right)\Delta x - \Delta y(x_i + 1) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y = OF_i + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y = \\ &= OF_i + \frac{8-1}{4}\Delta x - \Delta y = OF_i + \frac{8\Delta x - \Delta x}{4} - \Delta y. \end{aligned}$$

Розглянемо питання завершення інтерполяції відрізка прямої, що має місце після формування всіх крокових приростів. Проаналізуємо формування відрізка прямої елементарними кроками. При формуванні відрізка прямої елементарними кроками для ділянки Д1 формування відрізка прямої завершується після виконання всіх елементарних переміщень по провідній координаті.

Якщо більший приріст по провідній координаті дорівнює  $\Delta x = v$ , то після виконання горизонтального кроку (рис. 8, а) цей операнд зменшують на одиницю, а після діагонального – на 0,5. При досягненні нулевого значення процес інтерполяції закінчують.

При інтерполяції подвійними кроками в якості від'ємника використовується значення 2 або 1,5 відповідно для сполучення двох горизонтальних і горизонтального та діагонального кроків (рис. 8, а). При досягненні нулевого значення операнда  $v$  процес інтерполяції закінчують. Якщо кількість кроків непарна (результат віднімання від'ємний), то в подвійному переміщенні блокується останнє крокове переміщення.

Для ділянки Д2 (рис. 8, б), як і для ділянки Д1  $\Delta x \geq \Delta y$ . При цьому використовуються такі сполучення крокових приростів: два діагональні кроки; горизонтальний і діагональні кроки. У випадку формування двох діагональних кроків від  $v$  віднімають одиницю.

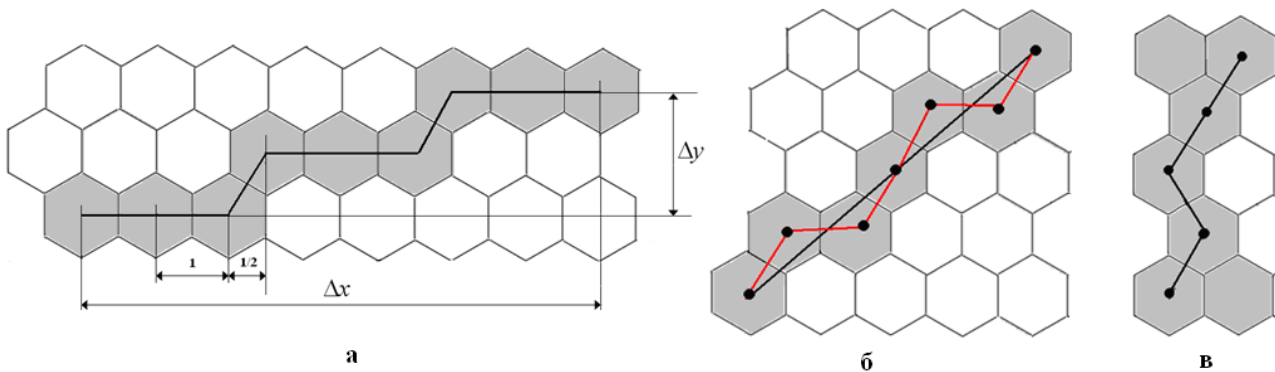


Рис. 8. – Приклади формування відрізків прямих на ділянках Д1, Д2, Д3

Для ділянки Д3  $\Delta y > \Delta x$ , тому  $v = \Delta y$ .

Один з можливих підходів до підвищення продуктивності лінійного інтерполювання полягає у незалежному формуванні парних і непарних точок крокової траєкторії. В цьому випадку використовуються два лінійних інтерполятора, кожний з яких може бути реалізований ядром відеокарти.



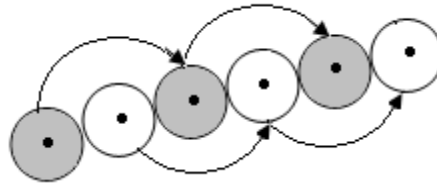


Рис. 9. – Формування парних і непарних точок крокової траєкторії

При формуванні непарних точок траєкторії відповідний інтерполятор використовує початкове значення оцінювальної функції, яке дорівнює  $\lfloor \dot{A} \ddot{I} / 2 \rfloor$ . В якості початкового значення оцінювальної функції для інтерполятора, що відповідає за непарні точки траєкторії значення оцінювальної функції, використовується сума  $\lfloor \dot{A} \ddot{I} / 2 \rfloor$  і значення оцінювальної функції  $OF_1$  для першої точки траєкторії.

Якщо більший приріст відрізка прямої парний, то останньому інтерполяційному такті робота другого інтерполятора блокується.

Запропонований метод можна використати і для більшої кількості точок. В цьому випадку доцільно розмір цифрового сегменту (багаторозрядного переміщення) вибрати рівним степені двійки, що дасть можливість замінити, при обчисленні оцінювальної функції, мікрооперації множення на зсув.

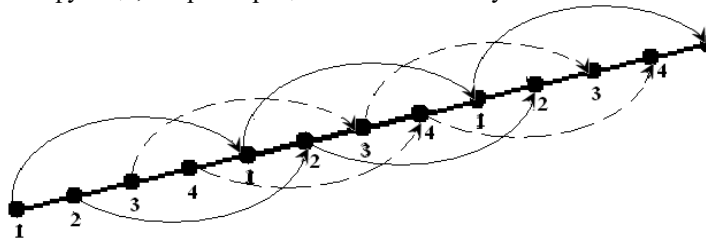


Рис. 10 – Посегментне формування крокової траєкторії

Налаштування здійснюється тільки для точок першого сегменту.

Початкове значення оцінювальної функції для  $n$ -ої точки першого сегменту встановлюється рівним сумі  $\lfloor \dot{A} \ddot{I} / 2 \rfloor$  і значення оцінювальної функції  $OF_{n-1}$ .

**Висновки.** В роботі наведено аналіз методів лінійної інтерполяції, який показав доцільність використання методу оцінювальної функції. Розроблено метод формування крокової траєкторії подвійними кроковими приростами. Визначено типи можливих сполучень крокових приростів. Виведено формули для розрахунку оцінювальних функцій. Розглянуто особливості формування відрізків прямих для характерних ділянок, на які розбито координатний простір. Для підвищення точності формування крокової траєкторії запропоновано використовувати початкове значення оцінювальної функції, яке дозволяє симетрувати похибку всередині цифрового сегменту.

Наведено оцінки точності формування крокової траєкторії.

Запропоновано для формування крокових траєкторій відрізків прямих використовувати дві незалежні оцінювальної функції. Одна з них використовується для формування парних точок траєкторії, а інша – для непарних точок крокової траєкторії.

Наведено оцінки точності формування крокової траєкторії.

Запропоновані методи лінійного інтерполювання дозволяють до двох разів підвищити продуктивність лінійного інтерполювання.

#### Список використаних джерел

- [1] Романюк О. Н., Мельник О. В. Особливості гексагональної моделі пікселя. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2014. № 1. С. 91-95.
- [2] Романюк О. Н., Мельник. Формування відрізків прямих на гексагональному растрі. *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. 2016. №2(23). – С. 69–72.
- [3] Романюк О. Н., Мельник О.В. Особливості використання гексагонального растра при побудові пристроїв відображення. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2016. № 3. С. 105-109.
- [4] Melnik O., Romanyuk O., Romanyuk O., Savratsky V. Applying of hexagonal raster in image formation scientific foundations of modern engineering. Monography/International Science Group. *Boston: Primedia eLaunch*, 2020. 166=175 p



- [5] Романюк О. Н., Мельник О. В., Коваль Л. Г. Використання гексагональних комірок у видавничій справі. *Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі* Матеріали П'ятої міжнародної наукової конференції «Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі», Київ, 22 травня, 2022. С.45-47.
- [6] Романюк О.Н., Мельник О.В., Марущак А.В., Шмалюх В.А. Комп'ютерна програма для імітації гексагонального растру. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості: тези Республ. наук.-практ. конф.*, м. Івано-Франківськ, 8 жовтня, 2020. С.70-71.
- [7] Панфілова Ю. О., Романюк О. Н., Мельник О.В. Використання гексагонального растру в комп'ютерних іграх. *Інформаційно-комп'ютерні технології: тези доп. XII Міжнародної науково-технічної конференції*, м. Житомир, 01 - 03 квітня 2021 р. / Житомирська політехніка, 2021. С.205 <https://doi.org/10.46505/IJBI.2021.3122>
- [8] Романюк О. Н., Мельник О.В., Чехмestрук Р. Ю., Романюк С. О. Основні співвідношення гексагонального растру. *Інформаційні технології в культурі, мистецтві, освіті, науці, економіці та бізнесі: матеріали VII Міжн. наук.-практ. конф.* м. Київ, 21 квітня 2022. С. 59-61.
- [9] Романюк О. Н. Панфілова Ю. О. Деякі застосування гексагональної моделі пікселя. *Інформаційно-комп'ютерні технології – 2020* : тези доп. XI Міжнародної науково-технічної конференції, м. Житомир, 09 – 11 квітня 2020 р. / Житомирська політехніка, 2020. – С. 116–117. <https://doi.org/10.1055/a-1078-2974>
- [10] Romanyuk Olexander, Pavlov Sergii, Melnyk Olexander, Romanyuk Sergii, Smolarz Andrzej, Bazarova Madina, Method of anti-aliasing with the use of the new pixel model, Proc. SPIE 9816, *Optical Fibers and Their Applications* 2015, 981617 (17 December 2015); doi: 10.1117/12.2229013. <https://doi.org/10.1117/12.2229013>
- [11] Гинзбург М. М., Пугачин Є. П. Порівняльний аналіз прямокутної та гексагональної ґраток для дискретизації кривих. *Бионика интеллекта: науч.-техн. жур-нал.* 2012. –№ 2 (79). С. 13–18.
- [12] Петух А. М., Обідник Д. Т., Романюк О.Н. Інтерполяція в задачах контурного формоутворення: монографія. Вінниця: ВНТУ, 2007. 103 с.

## References

- [1] Romanyuk O. N., Melnyk O. V. Osoblyvosti heksahonalnoyi modeli pikselya. *Vymiryvalna ta obchyslyvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh.* 2014. № 1. – С. 91-95.
- [2] Romanyuk O. N., Melnyk. Formuvannya vidrizkiv pryamykh na heksahonomu roztri. *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Seriya «Informatyka, kibernetyka ta obchyslyvalna tekhnika».* 2016. №2(23). – С. 69–72.
- [3] Romanyuk O. N., Melnyk O.V. Osoblyvosti vykorystannya heksahonalnoho rastra pry pobudovi prystroyiv vidobrazhennya. *Vymiryvalna ta obchyslyvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh.* 2016. № 3. С. 105-109.
- [4] Melnyk O., Romanyuk O., Romanyuk O., Savratsky V. Zastosuvannya heksahonalnoho rastru u formuvanni zobrazhen naukovi osnovy suchasnoyi tekhniki. *Monohrafiya/Mizhnarodna naukova hrupa.* Boston: Primedia eLaunch, 2020. 166=175 r
- [5] Romanyuk O. N., Melnyk O. V., Koval L. H. Vykorystannya heksahonalnykh komirok u vydavnychiy spravi. *Informatsiya, komunikatsiya ta upravlinnya znannyamy v hlobalizovanomu sviti* Materialy Pyatoyi mizhnarodnoyi naukovoyi konferentsiyi «Informatsiya, komunikatsiya ta upravlinnya znannyamy v hlobalizovanomu sviti», Kyiv, 22 travnya 2022 r. S.45-47.
- [6] Romanyuk O.N., Melnyk O.V., Marushchak A.V., Shmalyukh V.A. Kompyuterna prohrama dlya imitatsiyi heksahonalnoho rastru. *Informatsiyi tekhnolohiyi v osviti, tekhnitsi ta promyslovosti: tezy Respubl. nauk.-prakt. conf.*, m. Ivano-Frankivsk, 8 zhovtnya 2020. S.70-71.
- [7] Panfilova Y. O., Romanyuk O.N., Melnyk O.V. Vykorystannya heksahonalnoho rastru v kompyuternykh ihrakh. *Informatsiyi-kompyuterni tekhnolohiyi: tezy dop. KHII Mizhnarodnoyi naukovo-tekhnichnoyi konferentsiyi*, m. Zhytomyr, 01 - 03 kvitnya 2021 r. / Zhytomyrska politekhnika, 2021. S. 205. <https://doi.org/10.46505/IJBI.2021.3122>
- [8] Romanyuk O. N., Melnyk O.V., Chekhmestruk R. Y., Romanyuk S. O. Osnovni spivvidnoshennya heksahonalnoho rastru. *Informatsiyi tekhnolohiyi v kulturi, mystetstvi, osviti, nauksi, ekonomitsi ta biznesi: materialy VII Mizhn. nauk.-prakt. conf.* m. Kyiv, 21 kvitnya 2022. S. 59-61.
- [9] Romanyuk O. N. Panfilova Y. O. Deyaki zastosuvannya heksahonalnoyi modeli pikselya. *Informatsiyi-kompyuterni tekhnolohiyi – 2020* : tezy dop. KHI Mizhnarodnoyi naukovo-tekhnichnoyi konferentsiyi, m. Zhytomyr, 09 – 11 kvitnya 2020 r. / Zhytomyrska politekhnika, 2020. – С. 116–117. <https://doi.org/10.1055/a-1078-2974>
- [10] Romanyuk Olexandr, Pavlov Serhiy, Melnyk Olexandr, Romanyuk Serhiy, Smolarzh Andzhey, Bazarova Madina, Metod z-hladzhuvannya z vykorystannam novoyi pikselnoyi modeli, *Praktyka. SPIE 9816, Optychni volokna ta yikh zastosuvannya* 2015, 981617 (17 hrudnya 2015); doi: 10.1117/12.2229013. <https://doi.org/10.1117/12.2229013>
- [11] Hinzburh M. M., Putyatyn Y. p. Porivnyalnyy analiz pryamokutnoyi ta heksahonalnoyi hratok dlya dyskretyzatsiyi kryvykh. *Bionika intelektu: nauch.-tekhn. zhur- nal.* 2012. – № 2 (79). С. 13–18.
- [12] Pyetukh A. M., Obidnyk D. T., Romanyuk O.N. Interpolyatsiya v zadachakh konturnoho formuvannya: monohrafiya. Vinnytsya: VNTU, 2007. 103 s.

Отримана в редакції 29.08.2022. Прийнята до друку 09.09.2022. Received 29 August 2022. Approved 09 September 2022. Available in Internet 30 September 2022.