

А. С. Моргун
І. М. Меть
І. І. Шевченко

ВПЛИВ СТЕПЕНІ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ТЕХНІЧНОГО ОБ'ЄКТУ НА РЕЗУЛЬТАТИ ПРОГНОЗУ ЗА МГЕ

Вінницький національний технічний університет

Суттєвою різницею ґрунтів від однорідних пружних тіл є те, що при дії зовнішніх навантажень залишкові деформації завжди є супутніми пружним, навіть при незначних навантаженнях. Сума залишкової та пружної деформації складає повну деформацію ґрунтової основи. Одночасна наявність в ґрунті зон, що працюють як в пружній так і в пластичних зонах потребує для моделювання його поведінки залучення теорії пружності та пластичності [1-4]. Відомо, що рішення змішаної задачі теорії пружності і теорії пластичності ґрунтів значно наближує до дійсності результати розрахунків осідань. Сучасна тенденція переходу до автоматизованих методів розрахунку різко змінила пріоритети в бік необхідності розробки більш достовірних математичних моделей нелінійно-деформованих ґрунтових масивів, складених із шарів із різними властивостями.

Містобудування та сучасна промисловість потребують будівництва відповідальних споруд на все більш складних інженеро-геологічних умовах для яких раціональним видом фундаментів є пальові. Широке застосування пальових фундаментів потребує розробки надійних методів їх розрахунку з метою отримання надійних конструктивних рішень. Тому сучасний етап розвитку механіки ґрунтів характеризується активним переходом до нових розрахункових моделей, які більш повно відображають нелінійність деформування і реологічні властивості ґрунтів і ці питання залишаються актуальною проблемою сьогодення.

В роботі для цього використано числовий метод граничних елементів, який з'явився в результаті подальшого теоретичного розвитку широкого класу числових методів, об'єднаних під загальною назвою теорія скінчених елементів. Він базується на наявності фундаментального рішення крайової задачі, яке відповідає функції джерела, завданого у вигляді дельта-функції Дірака. Наявність фундаментального рішення дуже важливо з практичної точки зору для числової реалізації задачі за МГЕ. При наявності фундаментального рішення скінчені елементи використовуються для апроксимації границі області, а апарат класичних інтегральних рівнянь прикладається до внутрішньої частини області.

Ключові слова: напружено-деформований стан, несуча спроможність, числовий метод граничних елементів.

Вступ

Необхідність приймати рішення з питань міцності, доцільності того чи іншого конструктивного варіанту змушує звертатись до САПР та ЕОМ, які значно прискорюють процес будівельного проектування.

Поставлена в роботі задача по достовірному визначенню несучої спроможності палі С. 12. 35 [4] має прикладну спрямованість та актуальність, адже на влаштування фундаментів витрачається біля 40 % кошторисної вартості споруди.

Науковий аналіз підходів до проектування технічних об'єктів потребує залучення математичних моделей – створення їх і оперування ними з метою отримання відомостей про реальний об'єкт. Математична модель технічного об'єкта на мікрорівні – це система диференціальних рівнянь в частинних похідних (1), точне рішення якої можна отримати лише в небагатьох часткових випадках, тому будується дискретна модель. В роботі для цього використано числовий метод граничних елементів (МГЕ) [1, 3]. Основою любых будівель чи споруд є фундаменти, будівельники мають основну увагу приділяти раціональному їх проектуванню, особливо в складних інженерно-геологічних умовах. Задача проектування зводиться до вибору несучого шару ґрунту, глибини закладання і конструкції фундаменту, визначення розмірів фундаменту, при яких гарантується надійне існування споруди, допустимі деформації.

Визначальні співвідношення

Наші сучасні погляди на фундаментальні закони природи часто подаються у вигляді диференціальних рівнянь, які зачасту дають саме просте математичне описання явищ природи. Так математичним описом об'єктів проектування в будівельній механіці та механіці ґрунтів слугують, як правило системи диференційних рівняння в частинних похідних (рівняння рівноваги, геометричні рівняння, фізичні рівняння та відповідні граничні умови) точний розв'язок яких вдається отримати в не багатьох часткових випадках. У зв'язку з цим для аналізу об'єктів розробляються наближені методи розв'язку в основі яких лежить варіаційне числення (метод скінчених елементів – МСЕ) чи інтегральні рівняння (метод граничних елементів - МГЕ).

Проектування палі під навантаженням пов'язане з необхідністю аналізу неперервних фізичних процесів в ґрунті, математичним описом яких є диференційні рівняння в частинних похідних (краєва задача), яка в МГЕ зведена до еквівалентного інтегрального рівняння [1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1)$$

Де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

Головна і перша задача проектування – визначення міцності фундаментної конструкції. Тому дослідження НДС та пов'язані з ним розрахунки на міцність – найбільш відповідальні в будівництві.

Першим етапом розв'язку за МГЕ є дискретизація задачі. Задачу поведінки палі під навантаженням зведено до вісесиметричної, що дає можливість перевести цю тривимірну задачу до двовимірної та дискретизувати активну зону навколопальнової ґрунтової основи трикутними осередками – скінченими елементами (СЕ), рис. 1. МГЕ понижає розмірність вихідної задачі на одиницю оскільки потребує дискретизації лише граничної зони палі та ґрунту, рис 1.

Розбиття дослідної області на СЕ – важливий етап. Від якості розбиття залежить точність отриманих результатів. Кількість СЕ має бути густіше в зонах, де очікуються високі концентрації напружень, рис. 1.

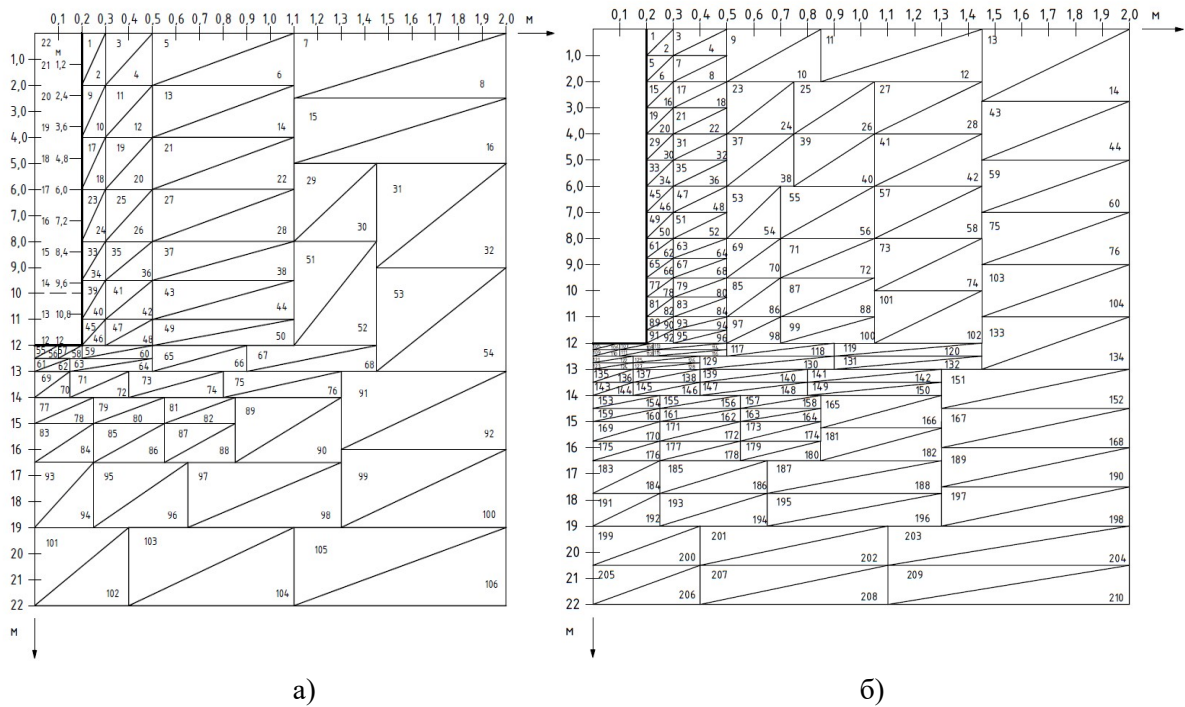


Рисунок 1 – Схеми розбиття граничної зони палі С.12.35 та активної зони навколопальнової основи на скінчені елементи: а) – при кількості трикутних осередків 106 та б) – 210 СЕ

МГЕ використовує принцип суперпозицій, тому область його застосування обмежена класом лінійних, чи лінійних відносно приростів задач. До такого класу відносяться багато важливих для розвитку техніки задач, наприклад, задачі теорії пружності та пластичності.

Першим етапом для переходу від краєвої задачі до МГЕ (1) – пошук сингулярного рішення. В роботі взято фундаментальне (сингулярне) рішення Р. Міндліна, що відповідає дії одиничної сили в півпросторі. В інтегральному рівнянні (1) : u, p – шукані вектори переміщень та напружень на границі фундаментної конструкції; інтеграл по області Ω (Ω – активна зона навколо фундаментної ґрунтової основи) включає вектор пластичних деформацій ε_p ; Γ – границя дослідного об'єкта; u^*, p^* – ядра (1),

сингулярні фундаментальні рішення Р. Міндліна [1, 3]. Оскільки фундаментальне рішення задовольняє граничним умовам на вільній від напружень поверхні півпростору потрібно дискретизувати лише граничну поверхню стикання фундаментальної конструкції та ґрунту. Контактна границя палі з ґрунтом апроксимувалась лінійними елементами. Окремий СЕ визначався координатами своєї середньої точки. Інтенсивність шуканих напружень в межах граничного елемента приймалась постійною.

В роботі математичний апарат доповнено експериментальними законами зсувного деформування ґрунту – враховано загальні закономірності зміни об'єму ґрунту при зсуві (дилатансію та контрактансію) з залученням дилатансійних співвідношень В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка [2, 5].

Для розв'язання нелінійної задачі механіки ґрунтів в моделі використовується квазілінійна постановка і стає природним залучення методу пружних розв'язків О. Ільюшина. Прийнятність малих переміщень та нескінченно малих деформацій веде до можливості використання лінійної теорії і, як наслідок, до правомірності принципу суперпозицій.

В запропонованій моделі використано процедуру крокового навантаження та метод пружних рішень О.А. Ільюшина. В якості критерію переходу роботи ґрунту в пластичний стан залучено критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна [5].

Конструктивне призначення фундаменту складається з того, щоб акумулювати всі навантаження від будівлі і передати їх на ґрунти основи. Звідси витікає, що при визначенні габаритних параметрів фундаментів (глибини закладання, висоти, розмірів підшови) мають враховуватись фізичні та механічні властивості ґрунтів основи. Середньозважені фізико-механічні характеристики ґрунтової основи (суглинки, глина, каолін) [3]:

$$\rho = 1.938 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\min} = 1.72 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\max} = 2.24 \text{ т/м}^3, \quad S_r = 0.86, \quad E = 18 \text{ МПа}, \quad \varphi = 18^\circ,$$

$$c = 44.6 \text{ КПа}, \quad \rho_s = 2.66 \text{ г/см}^3, \quad \nu = 0.4022$$

Згідно створеної розрахункової моделі ґрунтової основи за МГЕ, яка відображає реальну нелінійну роботу фундаментів від початкової стадії до вичерпання несучої спроможності основи, проведено розрахунок НДС та несучої спроможності палі С12. 35 при різній кількості СЕ в активній навколопальовій зоні: а – 65 СЕ та б – 210 СЕ з метою дослідження питання степені дискретизації, рис. 2,а, рис. 2,б.

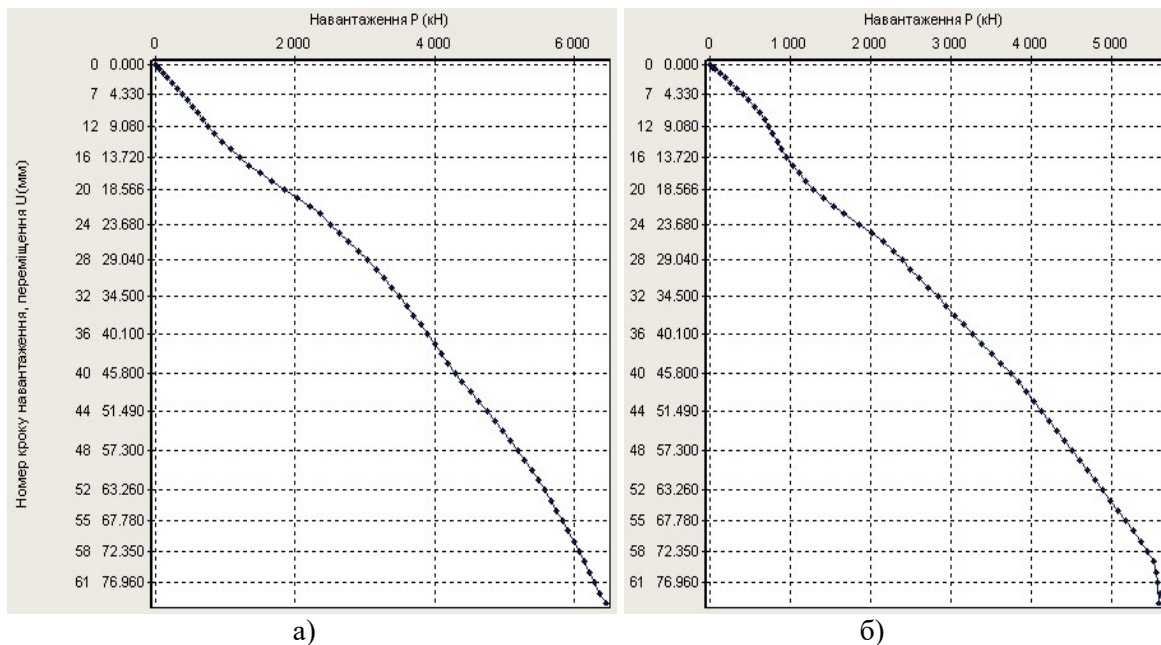


Рисунок 2 – Результати числових досліджень за МГЕ несучої спроможності палі С12.35 при різній кількості СЕ навколопальової активної зони : а) – 106 СЕ, б) – 210 СЕ

Із результатів досліджень впливу степеня дискретизації активної зони основи результат при розбивці її на 106 СЕ при $S=8$ см отримано результат несучої спроможності палі $P=6117$ кН, що на 7.3% перевищує результат експериментального дослідження [4] $P=5700$ кН при $S=8$ см. Збільшення в два рази кількість осередків дискретизації активної зони дає відхилення від експерименту в меншу сторону на 1.75%, $P=5600$ кН.

Висновки

Таким чином, збільшення осередків дискретизації активної зони фундаментної конструкції сприяє більш точному прогнозу несучої спроможності палі, а застосування ЕОМ та числового МГЕ дає можливість прогнозувати перебіг явищ, варіювати найсуттєвіші параметри задачі з наступним числовим аналізом впливу їх на кінцевий результат.

Напрацьована методика дозволяє на всіх етапах навантаження отримувати НДС системи «основа-палія», який залежить як від інженерно-геологічних характеристик ґрунту, так і від геометрії фундаменту. Впровадження сучасних нових методів розрахунку – один із шляхів здешевлення кошторисних фундаментних конструкцій. Змодельований за МГЕ механізм трансформації навантаження на палю, а від неї – на ґрунтову основу дозволяє в рамках однієї розрахункової схеми проводити розрахунки за обома граничними станами від початку навантаження фундаменту до втрати ним несучої здатності.

Нелінійне деформування середовища ґрунту викликає перерозподіл зусиль, є наслідком зміни в співвідношеннях жорсткостей ділянок середовища та появи пластичних зон. А врахування нелінійності основ є економічним та сучасним питанням.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бреббия К, Теллес Ж, Вроубел Л. Методы граничных элементов. Москва: Мир, 1987.
2. Бойко И.П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упругопластическом основании./И.П. Бойко. Сб. КИСИ. «Основания и фундаменты». – 1985. - №18, С. 11-18.
3. Моргун А.С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів./ А.С. Моргун – Вінниця, ВНТУ. – 2013 – 108с.
4. Бартоломей А.А., Омельчак И.М., Юшков Б.С. Прогноз осадок свайных фундаментов. М.: Стройиздат, 1994.
5. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов / В.Н. Николаевский. – М.: Стройиздат, 1975 – С. 210 – 227.

REFERENCES

1. Brebbiya K, Telles JH, Vroubel L. Metody granichnikh elementov. Moskva: Mir, 1987.
2. Boyko I.P. Teoreticheskiye osnovy proyektirovaniya svaynykh fundamentov na uprugoplasticheskom osnovanii./I.P. Boyko. Sb. KISI. «Osnovaniya i fundamenti». – 1985. - №18, S. 11-18.
3. Morgun A.S. Teoriya plastichnoy techiy v mekhanitsi gruntov./ A.S. Morgun – Vinnitsya, VNTU. – 2013 – 108s.
4. Bartolomey A.A., Omel'chak I.M., Yushkov B.S. Prognoz osadok svaynykh fundamentov. M.: Stroyizdat, 1994.
5. Nikolayevskiy V. N. Sovremennyye problemy mekhaniki gruntov // Opredelyayushchiye zakony mekhaniki gruntov / V.N. Nikolaevskiy. – M.: Stroyizdat, 1975 – S. 210 – 227.

Моргун Алла Серафимівна – професор кафедри будівництва, міського господарства та архітектури; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: morgunallaS@gmail.com . ORCID 0000-0002-4701-339X

Меть Іван Миколайович – декан ФБТЕГП; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vanmet@ukr.net

Шевченко Ігор Ігорович – аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: gumbubble51@gmail.com .

**A. Morgun
I. Met
I. Shevchenko**

INFLUENCE OF THE DEGREE OF DISCRETIZATION OF THE TECHNICAL FACILITY ON THE RESULTS OF THE FORECAST FOR MHE

Vinnitsya National Technical University

A significant difference between soils and homogeneous elastic bodies is that under action External loads residual deformations are always concomitant elastic, even at low loads. The sum of residual and elastic deformation is the total deformation of the soil base. The simultaneous presence in the soil of zones operating in both elastic and plastic zones requires the involvement of the theory of elasticity and plasticity to model its behavior [1-4]. It is known that the solution of the mixed problem of the theory of elasticity and the theory of soil plasticity brings the results of sedimentation calculations much closer to reality. The current trend towards automated calculation methods has dramatically changed the priorities towards the need to develop more reliable mathematical models of nonlinearly deformed soil massifs composed of layers with different properties. Urban planning and modern industry require the construction of responsible structures on

increasingly complex engineering and geological conditions for which the rational type of foundations are piles. Widespread use of pile foundations requires the development of reliable methods for their calculation in order to obtain reliable design solutions. Therefore, the current stage of development of soil mechanics is characterized by an active transition to new computational models that more fully reflect the nonlinearity of deformation and rheological properties of soils and these issues remain an urgent problem today. The paper uses the numerical method of boundary elements, which emerged as a result of further theoretical development of a wide class of numerical methods, united under the common name of finite element theory. It is based on the existence of a fundamental solution of the boundary value problem, which corresponds to the source function given in the form of the Dirac delta function. The availability of a fundamental solution is very important from a practical point of view for the numerical implementation of the IHE task. A fundamental solution is a partial solution of the Laplace equation for a semi-infinite domain for a potential value of one given at some point. This type of solution is widely used in boundary value problems and is a Green's function or influence function. In the presence of a fundamental solution, finite elements are used to approximate the boundary of the domain, and the apparatus of classical integral equations is applied to the inner part of the domain/

Keywords: stress-strain state, bearing capacity, numerical method of boundary elements.

Morgun Alla – Professor of the Department of Construction, Municipal Economy and Architecture; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: morgunallaS @ .qmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-4701-339X>

Met Ivan – Dekan of FBTEGP; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vanmet@ukr.net

Shevchenko Igor – graduate student of the Department of Construction, Municipal Economy and Architecture; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: buttonubble51@gmail.com.