УДК 517.4

В. О. Григоришена [1]
Н. В. Сачанюк-Кавецька [2]

ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ ЗАДАНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАНИЦЬ

[1] Комунальний заклад «Тиврівський науковий ліцей» Вінницької обласної Ради
[2] Вінницький національний технічний університет

Анотація
Сучасний етап розвитку суспільства висуває нові вимоги до творчого потенціалу фахівців, які передбачають володіння новими науковими методами, вміння знаходити найраціональніші конструкторські, технологічні й організаційні рішення. Наразі все більшої актуальності набуває математичне моделювання, як один з найбільш універсальних методів моделювання, при цьому особлива увага приділяється дослідженню функцій засобами математичного аналізу та побудова їх графіків. В даній роботі розглянуто можливість побудови графіків функцій заданих за допомогою границь.

Ключові слова: математична модель, функція, границя, графік.

Abstract
The modern stage of society's development puts new demands on the creative potential of specialists, which require mastery of new scientific methods, the ability to find the most rational design, technological and organizational solutions. Currently, mathematical modeling is gaining more and more relevance as one of the most universal modeling methods, while special attention is paid to the study of functions by means of mathematical analysis and their graphing. This work considers the possibility of constructing graphs of functions given by means of boundaries.

Key words: mathematical model, function, boundary, graph.

Вступ

Сучасний етап розвитку суспільства висуває нові вимоги до творчого потенціалу фахівців, які передбачають володіння новими науковими методами, вміння орієнтуватися в потоці наукової інформації, знаходити найраціональніші конструкторські, технологічні й організаційні рішення. Сучасний фахівець повинен мати не тільки глибоку професійну підготовку, а й певний обсяг знань у галузі наукових досліджень, що передбачає засвоєння методологічних засад наукової праці, уміння збирати і опрацьовувати інформацію, розробляли та досліджувати математичні моделі, аналізувати одержані результати та оформляти їх [1].

Знання необхідні людині для орієнтації в навколишньому світі, для пояснення і передбачення подій, планування і реалізації діяльності та розробки інших нових знань. Знання - найважливіший засіб перетворення реальності. Наразі все більшої актуальності набуває математичне моделювання, як один з найбільш універсальних методів моделювання, що ставить у відповідність модельованому процесу систему математичних співвідношень, розв’язання якої дозволяє отримати відповідь на питання про поведінку об’єкту дослідження без створення фізичної моделі, яка часто є дорогою і малоефективною [2]. Розглядаючи функції в математичній моделі, потрібно враховувати залежність одних величин від інших. Наприклад, активна електрична енергія, яка витрачається в колі змінного струму за час t, є функцією часу при сталій потужності; маса радіоактивної речовини, що розпадається, також є функцією часу. Функцією часу можна описати довільні динамічні процеси, досліджуючи ці функції засобами математичного аналізу, можна спрогнозувати поведінку досліджуваного об’єкта при зміні певних показників, розрахувати екстремальні значення. З іншого боку, побудова графіку досліджуваної функції дозволяє візуалізувати характерні особливості об’єкта.

Особливий інтерес досліджень становлять функції задані за допомогою границь, які дозволяють включати в свою аналітичну формулу граничні умови і моделювати поведінку об’єкта дослідження в далекій перспективі [3-4].

Результати дослідження

Нехай в результаті досліджень ми одержали функцію $y=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n-x^{-n}}{x^n+x^{-n}}, x\neq 0$. Оскільки $x\neq 0$, то ми можемо перетворити дану функцію таким чином:

$$y=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}.$$

З останньої рівності випливає, що у випадку, коли $|x|=1$, то $y=1$. Якщо $0<|x|<1$, то $x^{2n}\to 0$ та $y\to -1$. Якщо $|x|>1$, то $x^{2n}\to\infty$ і $y\to 1$. Тобто ми одержали, що в точках $x=1, x=-1, x=0$ функція має розрив. В точці $x=0$ можна довизначити функцію по неперервності так:

$$y=\begin{cases}\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n-x^{-n}}{x^n+x^{-n}}, & x\neq 0,\\ -1, \quad x=0.\end{cases}$$

Графік даної функції подано на рисунку 1.

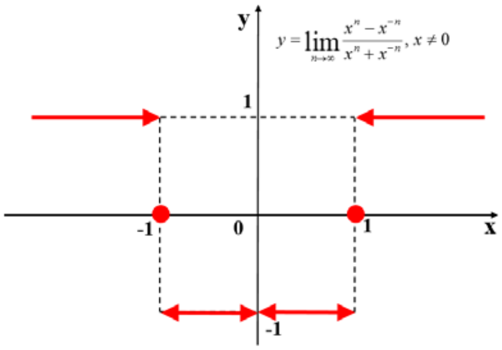

Рисунок 1. Графік функції $y=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n-x^{-n}}{x^n+x^{-n}}, x\neq 0$

Припустимо, що потрібно побудувати графік функції $y=\lim\limits_{n\to\infty}\sin^{2n}x.$ Якщо $|\sin x|<1$, то $\sin^{2n}x\to 0$, при $n\to\infty$ і $y=0$. У випадку, коли $|\sin x|=1$, то $y=1$.
Таким чином,

$$y=\begin{cases}0\ \textit{при}\ x\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi k,\\ 1\ \textit{при}\ x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k;\ k\in Z\end{cases}$$

і графік цієї функції подано на рисунку 2.

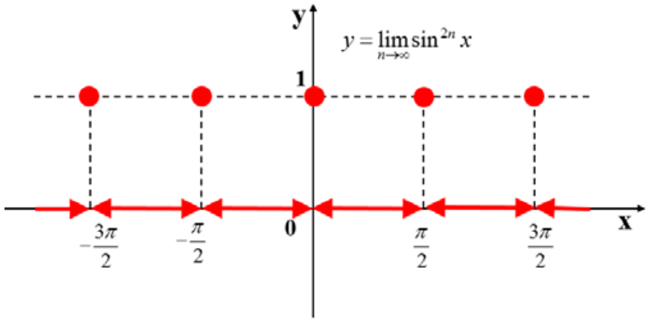

Рисунок 2. Графік функції $y=\lim\limits_{n\to\infty}\sin^{2n}x.$

Побудуємо графік функції

$$y = \lim_{n\to\infty} \frac{x^{2n}\sin\frac{\pi x}{2} + x^2}{x^{2n}+1}.$$

Якщо $x = 0$, то $y = 0$; якщо $x = 1$, то $y = 1$; а якщо $x = -1$, то $y = 0$. Нехай $x = 2k(k \in Z)$, тоді $|x| > 1$, $x^{2n} \to \infty$ при $n \to \infty$ та $y = 0$. У випадку, коли $x \neq 2k(k \in Z)$, тоді якщо $|x| < 1$, то $y = x^2$, а при $|x| > 1$, то отримаємо $y = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$. Графік даної функції подано на рисунку 3.

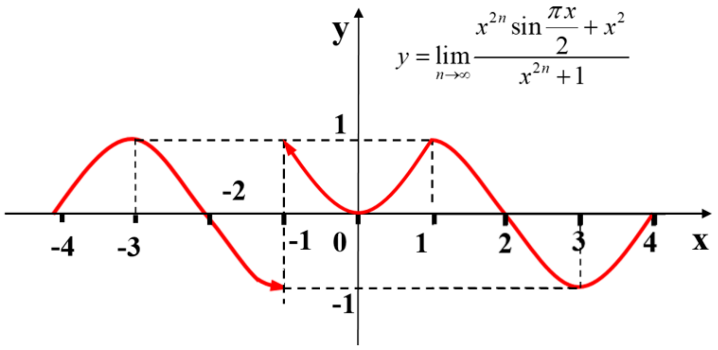

Рисунок 3. Графік функції $y = \lim_{n\to\infty} \frac{x^{2n}\sin\frac{\pi x}{2} + x^2}{x^{2n}+1}$

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Личковський Е. І. Вища математика. Теорія наукових досліджень у фармації та медицині: підручник /Е. І. Личковський, П. Л Свердан. – К.: Знання, 2021. – 476 с.
2. Математичне моделювання технічних і технологічних процесів на ПЕОМ. Конспект лекцій /О. В. Шебаніна і ін.. – Миколаїв, 2020 – 130 с.
3. Райхміст Р. Б. Графіки функцій. – К.: Вища школа, 1991. – 160 с.
4. Вірченко Н. О. Графіки елементарних та спеціальних функцій: довідник / Н. О. Вірченко, І. І. Ляшко. – К.:Наукова думка, 1996. – 582 с.

Григоришена Валерія Олександрівна, комунальний заклад «Тиврівський науковий ліцей» Вінницької обласної Ради, учениця 11 класу, valeriagrigorisena02@gmail.com
Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна - к. .т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com
Науковий керівник: ***Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна*** - к. .т. н., доцент, Вінницький національний технічний університет, кафедра вищої математики, skn1901@gmail.com

Hryhorishena Valeriya O., municipal institution "Tyvriv Scientific Lyceum" of the Vinnytsia Regional Council, 11th grade student, valeriagrigorisena02@gmail.com
Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com
Supervisor: ***Sachaniuk-Kavets`ka Natalia V.*** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, skn1901@gmail.com