

УДК 621.7:519.85

Юрій Добранюк

канд. техн. наук,

доцент кафедри вищої математики

Вінницького національного технічного університету,

Ірина Кохан

студентка факультету інфокомунікацій,

радіоелектроніки та наносистем

Вінницького національного технічного університету

**ПОБУДОВА УЗАГАЛЬНЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗРАЗКА ПІД ЧАС
ТОРЦЕВОГО СТИСНЕННЯ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

***Анотація.** Розроблено методику для отримання узагальненого співвідношення між компонентами деформацій із урахуванням основних фізичних особливостей процесу торцевого стиснення. Використовуючи СКМ Maple і розроблену методику, проведено аналіз отриманої узагальненої моделі деформованого стану зразків під час торцевого стиснення.*

***Ключові слова:** торцеве стиснення, бічна поверхня, циліндричний зразок, напружено-деформований стан, Maple, диференціальне рівняння.*

***Abstract.** The technique for obtaining the generalized ratio between components of strains taking into account the basic physical features during face-end compression is developed. Using SCM Maple and the developed technique, an analysis of the generalized model of the samples' deformed state during face-end compression was carried out.*

***Keywords:** face-end compression, lateral surface, cylindrical barrel, mode of deformation, Maple, differential equation.*

Одним із найпоширеніших процесів деформування є торцеве стиснення, яке використовується як складова частина технологічного процесу

виготовлення деталей, так і як спосіб дослідження фізико-механічних властивостей матеріалів [1 – 5].

В основі представленої в роботах [1, 6 – 17] експериментально-аналітичної методики дослідження напружено-деформованого стану бічної поверхні зразків під час торцевого стиснення закладені досить жорсткі умови, які рівносильні припущенню про те, що напружений стан в досліджуваній області на початку деформування відповідає напруженому стану стиснення, а із збільшенням деформацій наближається до напруженого стану розтягу.

В роботі [17] висунуто гіпотезу, що можливі умови деформування, за яких напружений стан на початку деформування може не відповідати стиску, а із збільшенням деформацій напружений стан на бічній поверхні наближається не до напруженого стану розтягу, а до деякого проміжного між стиском та розтягом. У відповідності до сформульованих гіпотез було узагальнено умови [1], яким повинно задовольняти диференціальне рівняння

$$\Phi \left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi}, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_z \right) = 0. \quad (1)$$

До таких умов належать наступні [1, 17]:

– на початковому етапі торцевого стиснення, при $\varepsilon_\varphi = 0$ маємо певний вид напруженого стану

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -k, \quad -\infty \leq k \leq \infty; \quad (2)$$

– із збільшенням значення колової деформації ε_φ , в зв'язку із розвитком бочкоутворення бічної поверхні, мають виконуватися співвідношення

$$\frac{d \left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} \right)}{d\varepsilon_\varphi} = \frac{d^2 \varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi^2} \leq 0; \quad (3)$$

– під час необмеженого збільшення деформацій маємо

$$\lim_{\varepsilon_\varphi \rightarrow \infty} \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\xi, \quad \frac{1}{2} \leq \xi \leq 2; \quad (4)$$

- умова мінімальної кількості параметрів;
- умова інтегруємості диференціального рівняння та мінімальної обчислювальної складності розв'язку задачі визначення граничних деформацій;
- диференціальне рівняння повинно бути таке, щоб його розв'язок можна було представити в параметричній формі.

Враховуючи приведенні вище умови та беручи до уваги наведену гіпотезу, було розроблено диференціальне рівняння залежності між компонентами деформацій бічної поверхні циліндричних зразків під час торцевого стиснення [1, 17]:

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{\xi \cdot p^2 \cdot \varepsilon_\varphi^2 + k}{p^2 \cdot \varepsilon_\varphi^2 + k}, \quad p > 0. \quad (5)$$

де p, ξ, k – константи, які визначається експериментально.

Розв'язавши диференціальне рівняння (5), отримаємо аналітичну залежність між осьовою та коловою деформаціями бічної поверхні циліндричних зразків під час стиснення:

$$\varepsilon_z = -\xi \cdot \varepsilon_\varphi - \frac{1}{p} \cdot (k - \xi) \cdot \arctg(p \cdot \varepsilon_\varphi). \quad (6)$$

яку в параметричному представленні можна записати у вигляді [17]:

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = \frac{1}{p} \cdot \operatorname{tg}(t); \\ \varepsilon_z = -\frac{1}{p} \cdot (\xi \cdot \operatorname{tg}(t) + (k - \xi) \cdot t); \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]. \quad (7)$$

Для аналізу на основі співвідношень (5) та (6) залежності відношення приростів деформацій від параметрів p, ξ, k було побудовано, використовуючи СКМ MAPLE, відповідні поверхні, що приставлені на рис. 1.

В результаті встановлено, що параметри k, ξ апроксимації між компонентами деформацій під час торцевого стиснення, визначають початок та кінець поверхні деформацій. При цьому точка початку або кінця вказаної поверхні визначається не самими параметрами, а певним співвідношенням, в які вони входять.

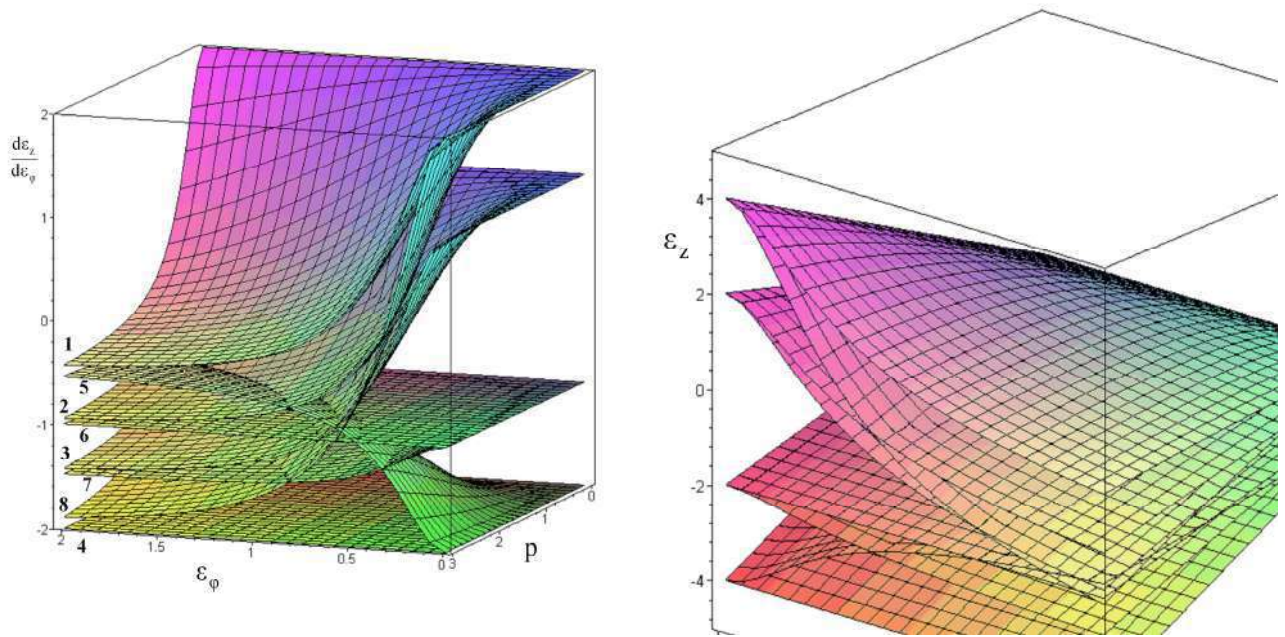


Рис. 1. Поверхні залежності осьової ε_z від колової ε_φ деформацій та похідної від цієї залежності при різних значеннях параметра p, ξ, k : 1 – $\xi = 0,5, k = -2$; 2 – $\xi = 1, k = -1$; 3 – $\xi = 1,5, k = 1$; 4 – $\xi = 2, k = 2$; 5 – $\xi = 0,5, k = 2$; 6 – $\xi = 1, k = 1$; 7 – $\xi = 1,5, k = -1$; 8 – $\xi = 2, k = -2$

Список використаних джерел:

1. Михалевич В. М. Моделивання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
2. Михалевич В. М. Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии / В. М. Михалевич, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // Пробл. прочности. – 2011. – № 6. – С. 5–22.
3. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
4. Михалевич В. М. Прогнозування граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні / В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук, Ю. В. Добранюк,

Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2012 – №1(30) – С. 24–30.

5. Михалевич В. М. Визначення за початковою ділянкою траєкторії деформацій граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – №2 – С. 163–167.

6. Гунько И. В. Оценка деформируемости заготовок в процессе вальцовки / И. В. Гунько, Ю. В. Добранюк // MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. – 2013. – Vol. 15 – №4. – P. 254–261.

7. Михалевич В. М. Напружений стан товстостінної труби під рівномірним тиском / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – №1 – С. 67–72.

8. Севостьянов И. В. Развитие процессов вальцовання криволінійних заготовок із алюмінієвих сплавів / И. В. Севостьянов, Ю. В. Добранюк, І. А. Бубновська // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2017. – №2(6) – С. 150–157.

9. Михалевич В. М. Моделювання граничних деформацій на вільній бічній поверхні під час високотемпературного торцевого осадження / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – №2 – С. 54–60.

10. Михалевич В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ "ХПІ" – 2013. – №42(1015) – С. 126 – 131.

11. Михалевич В. М. Аналітичне представлення радіуса торців циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2015 – №2(41) – С. 56–62.

12. Михалевич В. М. Залежність максимального діаметру заготовки від ступеня деформування під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта: Тези доповідей XVI Міжнародної науково-технічної конференції – НТУУ «КПІ» – Одеса – 22-25 червня 2015р. – С. 83–84.

13. Михалевич В. М. Аналітичне представлення максимального радіуса циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження із бочкоутворенням / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ – 2015 – №1 – С. 59–66.

14. Михалевич В. М. Аналітичний опис динаміки формозміни циліндричних заготовок під час торцевого стиснення / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ "ХПІ" – 2015. – №47(1166) – С. 53–56.

15. Михалевич В. М. Аналітичне представлення радіуса торців циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2015 – №2(41) – С. 56–62.

16. Михалевич В. М. Моделювання граничних деформацій на вільній бічній поверхні під час високотемпературного торцевого осадження / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – №2 – С. 54–60.

17. Михалевич В. М. Залежність максимального діаметру заготовки від ступеня деформування під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк //

Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта: Тези доповідей XVI Міжнародної науково-технічної конференції – НТУУ «КПІ» – Одеса – 22-25 червня 2015р. – С. 83–84.

18. Михалевич В. М. Узагальнення експериментально-аналітичної методики оцінки НДС бічної поверхні циліндричних заготовок при вісесиметричному осадженні / В. М. Михалевич, В. А. Матвійчук, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА – 2014 – №1(38) – С. 41–47.

Віталій Клочко

докт. пед. наук, професор,

професор кафедри вищої математики

Вінницького національного технічного університету,

Єгор Димпалов

студент факультету інформаційних технологій

і комп'ютерної інженерії

Вінницького національного технічного університету

МЕТОД ЛІНЕАРИЗАЦІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ПІД ЧАС ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ

Анотація. У статті розглянуто використання методу лінеаризації (на основі ряду Тейлора) як першого наближення оцінювання умов стійкості електричного ланцюга та наведено приклади.

Ключові слова: нелінійні диференціальні рівняння, метод лінеаризації, нелінійні електричні ланцюги.

Abstract. In the article describes the use of the method of linearization (based on series of Taylor) as a first approximation of the assessment of the conditions of stability of the electric circuit and examples.

Keywords: nonlinear differential equations, the method of linearization, nonlinear electric circuits.