

ПОБУДОВА БАЗИС-ВЕКТОРІВ ВИСОКОЇ РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ ДЛЯ МАТЕРИНСЬКИХ ВЕЙВЛЕТІВ ДОБЕШІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Розглянуто принципи формування системи алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів базис-векторів високої роздільної здатності материнських вейвлетів Добеші. Наведені приклади таких систем рівнянь.

Ключові слова: дискретне вейвлет-перетворення, материнський вейвлет, масштабна функція, коефіцієнт стискування, коефіцієнти базис-вектору.

Abstract

Principles of formation of system of the algebraic equations for definition of coefficients of bases-vectors of high resolution parent wavelets are considered by Dobeshi. Examples of such systems of the equations are resulted.

Keywords: discrete wavelet-transformation, parent wavelet, scale function, compression coefficient, basis-vector coefficients.

Вступ

Аналіз нестационарних сигналів (тобто сигналів, у яких спектр змінюється в часі) найдоцільніше використовувати дискретне вейвлет-перетворення (ДВП). При цьому немає необхідності застосовувати для цього саму функцію материнського вейвлету, а цілком достатньо базис-вектору коефіцієнтів $h(N)$, який є її уособленням. Разом з тим, роздільна здатність ДВП залежить від величини N , тому є важливим побудова векторів великого розміру, що розглянуто в цій роботі.

Математична модель побудови базис-векторів для материнських вейвлетів Добеші

Вейвлети Добеші є єдиними, для яких вектори $h(N)$ визначаються розв'язанням систем алгебраїчних рівнянь. Розглянемо принципи складання такої системи для визначення вектора коефіцієнтів $h(N)$ для вейвлету Добеші D^N при коефіцієнті стискування 2.

З властивості ортогональності масштабних функцій $\int \varphi(x)\varphi(x-m)dx = \delta_{0m}$, де δ_{0m} – символ Кронекера, впливає

$$\sum_i h(i)h(i+2m) = \delta_{0m}. \quad (1)$$

Умова ортогональності материнського вейвлету поліномам до степеня $L-1$ ($L = \frac{N}{2}$), що визначає його гладкість, $\forall n = 0, L-1 \left(\int x^n \varphi(x) dx = 0 \right)$ зводиться до співвідношення

$$\sum_i (-1)^i i^n h(i) = 0. \quad (2)$$

Умова нормування масштабної функції $\int \varphi(x) dx = 1$ дає ще одне рівняння

$$\sum_i h(i) = \sqrt{2}. \quad (3)$$

Виконаємо аналогічну процедуру для материнського вейвлету D^8 .

Для цього вейвлету $N = 8$, тому $m = 1, 2, 3$ і вираз (1) розщеплюється на підсистему, яка складається з трьох рівнянь:

$$\begin{aligned} h_0 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_4 + h_3 h_5 + h_4 h_6 + h_5 h_7 &= 0; \\ h_0 h_4 + h_1 h_5 + h_2 h_6 + h_3 h_7 &= 0; \\ h_0 h_6 + h_1 h_7 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Крім того, $L = 4$, тому $n = 0, 1, 2, 3$ і вираз (2) розщеплюється на підсистему, яка складається з чотирьох рівнянь:

$$\begin{aligned} h_0 - h_1 + h_2 - h_3 + h_4 - h_5 + h_6 - h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2h_2 - 3h_3 + 4h_4 - 5h_5 + 6h_6 - 7h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2^2 h_2 - 3^2 h_3 + 4^2 h_4 - 5^2 h_5 + 6^2 h_6 - 7^2 h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2^3 h_2 - 3^3 h_3 + 4^3 h_4 - 5^3 h_5 + 6^3 h_6 - 7^3 h_7 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Спільна система рівнянь

$$\begin{aligned} h_0 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_4 + h_3 h_5 + h_4 h_6 + h_5 h_7 &= 0; \\ h_0 h_4 + h_1 h_5 + h_2 h_6 + h_3 h_7 &= 0; \\ h_0 h_6 + h_1 h_7 &= 0; \\ h_0 - h_1 + h_2 - h_3 + h_4 - h_5 + h_6 - h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2h_2 - 3h_3 + 4h_4 - 5h_5 + 6h_6 - 7h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2^2 h_2 - 3^2 h_3 + 4^2 h_4 - 5^2 h_5 + 6^2 h_6 - 7^2 h_7 &= 0; \\ -h_1 + 2^3 h_2 - 3^3 h_3 + 4^3 h_4 - 5^3 h_5 + 6^3 h_6 - 7^3 h_7 &= 0; \\ h_0 + h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 &= \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Висновки.

1. Оскільки роздільна здатність дискретного вейвлет-перетворення залежить від величини N , є важливим побудова базис-векторів великого розміру.
2. Вейвлети Добеші є єдиними, для яких вектори $h(N)$ визначаються розв'язанням систем алгебраїчних рівнянь. Формування цих систем базується на ортогональності масштабних функцій та материнських вейвлетів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Vasyl V. Kukharchuk, Samoil Sh. Kazyv, Sergey A. Bykovsky, Wademar Wojcik, Andrzej Kotyga, Ardak Akhmetova, Madina Bazarova, Roza Werynska-Bieniasz Discrete wavelet transformation in spectral analysis of vibration processes at hydropower units // Proc. SPIE, Optical Fibers and Their Applications 2016- doi:10.15199/1.2016 – P. 65-68.
2. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов / С. Малла. – М. : Мир, 2005. – 671 с.

Самойл Шулімович Каців – канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: katsyv@ukr.net.

Валерій Федорович Граняк – канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: titanxp2000@ukr.net.

Samoil Sh. Katsyv – Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Theoretical the Electrical Engineer and Electric Measurements, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: katsyv@ukr.net.

Valeriy F. Hraniak – Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Theoretical the Electrical Engineer and Electric Measurements, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: titanxp2000@ukr.net.