

УДК 378.147:621.01

В. І. Клочко, д. пед. н., проф.; А. А. Коломієць, к. пед. н.; К. І. Коцюбівська, к. т. н.

ЗАСТОСУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПІД ЧАС МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МЕТАЛООБРОБКИ ЯК ЗАСІБ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ

У статті проілюстровано використання методу математичного моделювання на прикладі застосування розв'язків диференціальних рівнянь з метою показати один із підходів використання методу проектів у процесі фундаментальної підготовки майбутніх інженерів.

***Ключові слова:** моделювання на основі диференціальних рівнянь, механічна обробка, деформування деталей.*

Вступ

Постановка проблеми. На сучасному виробництві все ширше впроваджують подання даних у вигляді графічних залежностей як найбільш економних, наочних і змістових. Графічні засоби подання даних застосовують у різних галузях візуальної комунікації для того, щоб спонукати процеси мислення, що ґрунтуються на образах, а рисунки, креслення, графіки є тим засобом, за допомогою якого думки передаються у вигляді графічних висловлювань. Важливим підходом до вивчення наближених розв'язків диференціальних рівнянь є їх візуалізація, тобто насиченість навчального матеріалу ілюстраціями, побудова доведення математичних положень з опорою на інтуїцію та наочність. Геометричний підхід у сучасному математичному моделюванні розглядається не тільки як засіб розв'язування задач, а і як метод їх опису.

Найбільш вдало геометричний підхід до розв'язання задачі, що ґрунтується на комплексному використанні методів обчислювальної математики СКМ, розкрито в роботах В. І. Клочка.

Незважаючи на велику кількість сучасних систем САД, які дозволяють моделювати й описувати майже всі процеси механічної обробки деталей, перед сучасним інженером нерідко постає задача опису математичної моделі процесу. Описати процес поверхневого пластичного деформування можна за допомогою диференціальних рівнянь. Використання системи MathCad дозволить не тільки розв'язати диференціальні рівняння, але й візуалізувати отримані результати на прикладі фазових портретів, кривих течії, поверхонь граничних деформацій тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Сутність дослідницького підходу з використанням ІКТ, зокрема під час вивчення математики висвітлювали М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, С. А. Раков та інші. Вони досліджували різні аспекти пошуково-дослідницької діяльності студентів, проте організації цього виду діяльності з акцентом на опанування фундаментальними знаннями достатньої уваги не приділяли. У роботі О. С. Закутного [5] вказано, що за значних змін параметрів процесів металообробки функціонування деяких систем супроводжується погіршенням статистичної точності обробки результатів, тому необхідно застосовувати нові методи обробки результатів досліджень.

Мета статті – показати один із підходів використання математичного моделювання у процесі фундаментальної підготовки майбутніх інженерів тематичного моделювання на прикладі металообробки.

Метою дослідницького методу є поглиблення інженерних знань та умінь студентів. Побудова навчально-виховного процесу за умови розвитку творчих здібностей передбачає

його організацію таким чином, щоб студент виступав у ролі дослідника. Одним із можливих шляхів реалізації дослідницького методу є метод проектів.

Метод проектів можна розглядати як сукупність прийомів, операцій, спрямованих на досягнення дидактичної мети через детальну обробку проблеми, що повинна завершитися реальним практичним результатом, оформленим тим або іншим способом. Метод проектів завжди передбачає розв'язання певної проблеми, що з одного боку вимагає використання сукупності різноманітних методів і засобів навчання, а з іншого боку – інтегрування знань та умінь у різних сферах науки, техніки, технології. Розглянемо конкретний приклад методу проектів [4].

Метою проведення проекту є практичне засвоєння студентами науково-теоретичних положень дисципліни, оволодіння методами обробки експериментальних даних та побудови математичних моделей, тобто перетворення одержаних знань у засоби для розв'язування навчально-дослідницьких та реальних експериментальних і практичних задач, близьких до виробничих.

Із математичними моделями, які описують реальні виробничі процеси, можна знайомити студентів у всіх розділах курсу вищої математики. Найбільший інтерес викликають задачі, розв'язок яких містить якісну характеристику явища, що розглядають. Розв'язування будь-якої прикладної задачі математичними методами загалом є математичним моделюванням. Оскільки, записуючи умову за допомогою математичних виразів, ми будемо математичну модель реального фізичного процесу. Під час складання та розв'язування рівнянь виникає необхідність робити деякі припущення щодо параметрів, тому будь-яка модель має деякий ступінь наближення та похибки в розрахунках.

Назва проекту: моделювання процесу металообробки із застосуванням розв'язків диференціальних рівнянь.

Стислий опис проекту. Під час виконання завдання проекту студенти повинні ознайомитися з математичними моделями, які відповідають елементам схеми та її можливим спрощенням, а також із математичними моделями, які відповідають спрощеним схемам цього процесу.

Повний опис проекту. Одним із найефективніших шляхів підвищення безвідмовності та довговічності деталей є застосування методів об'ємної поверхневої обробки. Об'ємне зміцнення підвищує статистичну міцність деталей, у яких робочі напруження розподілені по перерізу відносно рівномірно. Для деталей, руйнування яких починається на поверхні, розроблено велику кількість методів поверхневого зміцнення. Найрозповсюдженішими в машинобудуванні є методи зміцнення поверхневим пластичним деформуванням (ППД).

У дослідженні технології зміцнювальної обробки методами ППД важливе місце посідають два завдання: розкриття закономірностей механіки ППД пружно-пластичного тіла та розробка принципів керування технологічними процесами обробки деталей методами ППД.

Розв'язання цих завдань дозволить удосконалити процеси, створити автоматизовані системи проектування технологічних операцій зміцнювальної обробки деталей машин методами ППД.

Метали під час деформування проявляють пружні та пластичні властивості. Для моделювання подібних складних систем зручно використовувати структурні елементи [6, 7], які описують той чи інший фізичний механізм деформування. Пружний механізм деформування можна моделювати за допомогою структурного елемента у вигляді лінійної або нелінійної пружини, опір переміщенню якого залежить від жорсткості пружини C . Пластичний елемент може бути змодельований за допомогою структурного елемента сухого тертя, опір переміщенню якого залежить від коефіцієнта сухого тертя.

Розглядаючи різні комбінації поєднання структурних елементів, можна будувати структурні моделі тіла з різними деформаційними властивостями. Після побудови структурної моделі тіла можна отримати співвідношення, які встановлюють функціональну

залежність між напруженим та деформованим станом усього агрегата, що і є однією з найскладніших задач у механіці твердого деформованого тіла.

Для того щоб виявити залежність деформації під час контакту інструменту з поверхнею заготовки, яку оброблюють, і залежність x від попереднього натягу пружини, розглядають задачу динамічного моделювання процесу поверхневого пластичного деформування деталі із закріпленим гідравлічним демпфером у центрі під час механічної обробки (рис. 1).

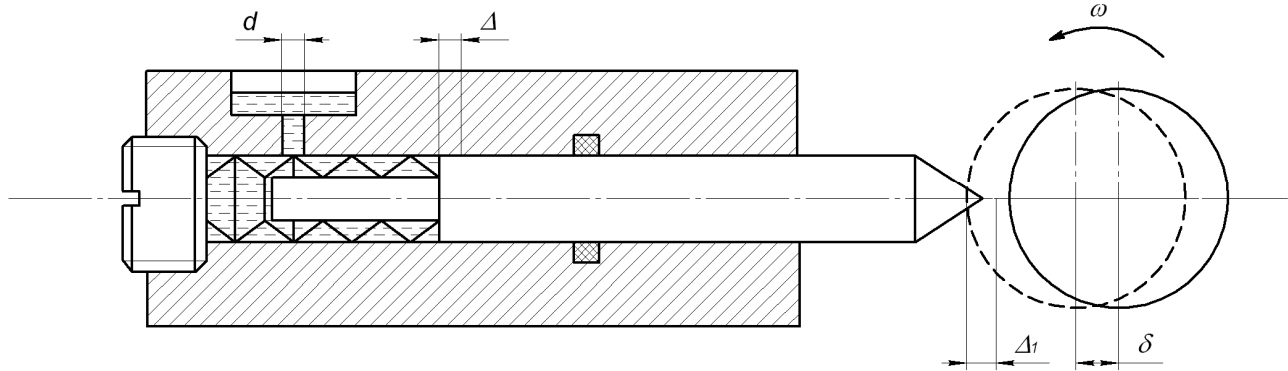


Рис. 1. Схема динамічного моделювання процесу поверхневого пластичного деформування з гідравлічним демпфером

Диференціальне рівняння, яке описує процес поверхневого пластичного деформування деталі, закріпленої в центрах із биттям b , має вигляд

$$mx'' = -Cx' - k(\Delta + x + \delta \sin(\omega t)) + Es(\Delta_1 - x - \delta \sin(\omega t)) \cdot \text{sgn}(\Delta_1 - x - \delta \sin(\omega t)),$$

де m – наведена маса інструмента, кг; b – биття деталі, мм; C – коефіцієнт демпферування, Н/(мм/с); k – жорсткість пружини, Н/мм; Δ – попередній натяг пружини, мм; δ – биття деталі, мм; ω – кутова швидкість деталі, рад/с; E – жорсткість матеріалу деталі на одиницю площі деформування, Н/мм²; S – площа області контакту деталь-інструмент, мм²; Δ_1 – попередній статистичний натяг інструмента в деталь, мм; $\text{sgn}()$ – одинична функція, яка описує силовий вплив поверхні деталі на інструмент у випадку контакту та його відсутність за умови відриву інструмента від деталі.

У вищенаведеному рівнянні функція $\text{Sgn}x$ описує силову дію поверхні деталі на інструмент у випадку наявності контакту та його відсутності. Наявність СКМ MATHCAD дозволяє студентам провести аналіз цих режимів і порівняти результати.

Завдання полягає в тому, щоб вибрати такий крок інтегрування, аби був найінформативніший результат; дослідити динаміку зміни натягу для $\omega=10$ рад/с, 100 рад/с. Зробити висновок про неможливість роботи на деяких частотах, знайти оптимальну частоту (рис. 2), провести дослідження при заміні Cx' на $C(x')^2$ за використання гідравлічних демпферних пристроїв; дослідити випадок, коли деталь обробляють тороїдальним або сферичним інструментом з невеликим радіусом ($r \leq 3$ мм), прийняти

$$S = k_1 \cdot (1 + B_1 - x - b \cdot \sin(\omega t))^3, \text{ де } k_1 = 1, k = 1000, \omega = 100 \text{ рад/с}, b = 0,01 \text{ мм},$$

$$C = 200 \text{ Н/(мм/с)}, B_1 = 0,01 \text{ мм}, ES = 100 \text{ кН/мм}, B = 1 \text{ мм}.$$

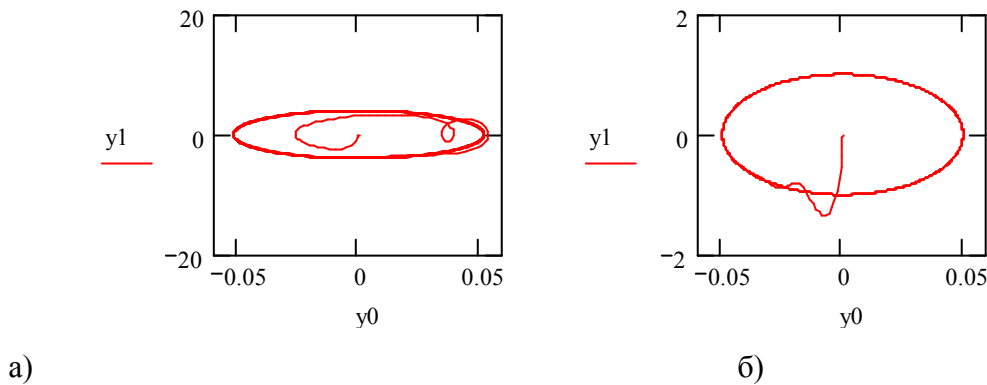


Рис. 2. Фазові портрети задачі 1 – 2
 Фазовий портрет за критичної частоти $\omega=76.03$ рад/с (а) та
 за $\omega=20$ рад/с (б)

Аналіз фазових траєкторій показує, що динамічна система має стійке положення рівноваги. Це – граничний цикл. Початкові умови знаходять у середині циклу, і фазова траєкторія є спіраллю, що розгортається до циклу. Граничний цикл характеризує наявність у системі стійких періодичних коливань. На рисунках $x(t)$ (y_0) – зміна положення деталі, $x'(t)$ (y_1) – прямолінійна швидкість руху деталі.

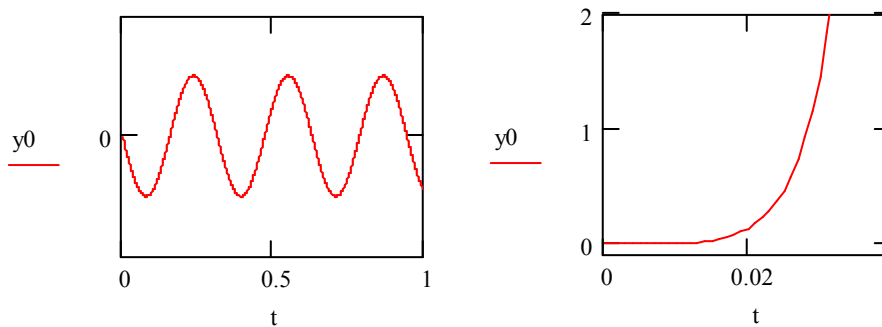


Рис. 3. Деформування деталі
 а) $\omega=20$ рад/с, б) 76.03 рад/с $< \omega < 100$ рад/с

Запропонована математична модель дозволяє отримувати необхідну якість поверхні за рахунок обґрунтованого вибору параметрів технологічної системи.

Учасники проекту: студенти академічної групи машинобудівної спеціальності.

Термін реалізації: два тижні після отримання студентами завдання.

Цілі проекту: продовження формування у студентів навичок застосування СКМ; навичок складання та розв'язування диференціальних рівнянь; навичок аналізу розв'язків диференціальних рівнянь; навичок виділяти суттєві ознаки; навичок використання Internet для пошуку потрібних відомостей.

Реалізація проекту передбачає:

1. Мотивацію самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів і представлення проекту.

2. Формування груп по 3 – 4 особи, у кожній з яких визначають експерта для допомоги іншим студентам.

3. Формулювання завдання для груп: вибрати модельне рівняння, знайти розв'язки, побудувати графіки розв'язків та оцінити похибки в точках, далеких від Ox , розв'язати рівняння чисельними методами, для порівняння результатів скористатись методом ізоклін, провести обчислювальні експерименти, підготуватись до контролю.

Аналізуючи криві натягу за різних значень ω , студенти роблять висновок про динаміку процесу. Аналіз зміни положення деталі на рис. 3 у випадку кутової швидкості з інтервалу

76.03 рад/с < ω < 100 рад/с засвідчує неможливість роботи на таких частотах обертання деталі, оскільки контакт інструмента та деталі не постійний, а періодично повторюється.

Граничний цикл характеризує наявність у системі стійких періодичних коливань. На рис. 3 (а і б) $x(t)$ (y_0) – зміна положення деталі, $x'(t)$ (y_1) – прямолінійна швидкість руху деталі.

Отже, змінюючи параметри диференціального рівняння, можна змінити зсув цих кривих і так безпосередньо впливати на зміну форми деталі.

Аналіз експериментальних даних і результатів обчислювальних експериментів із цим диференціальним рівнянням дозволяє створити комп'ютерну модель адекватну реальній. Порівняємо традиційну та інформаційну технології проведення методу проектів з теми “Наближені методи розв’язування диференціальних рівнянь першого та другого порядків”.

За традиційною технологією метод проектів може відбуватися в такому порядку: спочатку студенти самостійно готуються до проведення проекту, вивчають необхідний теоретичний матеріал. Викладач дає завдання, формулює цілі. Потім студенти виконують роботу та проводять захист результатів. Студенти за допомогою обчислювальних засобів розв’язують рівняння вказаним методом. Дії викладача полягають у контролі ходу виконання роботи, консультації та оцінці результатів, формуванні умінь та навичок самостійного аналізу одержаних даних.

Технологію виконання методу проектів із використання технічних та програмних засобів ІТН можна описати так. Студенти самостійно готуються до виконання роботи, сприймають задачу, вивчають теоретичний матеріал, виконують попередні обчислення, одержують точний розв’язок рівняння. Викладач робить постановку завдання, формулює цілі, завдання та їх мотивацію. Функції комп'ютера полягають у генеруванні індивідуального завдання, перевірці знань студентів, необхідних для проведення дослідження.

На другому етапі здійснюється машинний контроль виконання вправ першого етапу. Студенти вводять результати розрахунків, проведених на першому етапі, одержують наближені розв’язки рівняння, оцінюють похибку. Викладач контролює хід виконання роботи, консультує студентів. Комп'ютер на запит студента подає розв’язки рівняння заданим методом та іншими методами, друкує результати обчислень.

Потім проводиться дослідження одержаних наближених розв’язків, порівняння з точним розв’язком. Викладач формує уміння та навички студентів до самостійного аналізу результатів, розвиває навички творчого мислення. Комп'ютер генерує запитання проблемного характеру, друкує графік зміни похибки. Студент у режимі діалогу вводить відповіді на запитання, з метою проведення досліджень змінює значення параметрів завдання, аналізує результати обчислень, робить висновки.

Висновки

Під час виконання методу проектів за новою технологією зростає кількість елементів знань, якими оволодівають студенти. Студент набуває навичок порівняння експериментально одержаних залежностей з відомими прийнятими математичними моделями для цього процесу. Особливістю використання СКМ MATHCAD є те, що студент має можливість одержати результати застосування різних методів, співставити їх, оцінити похибки, дає можливість студентові відповісти на проблемне питання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Клочко В. І. Формування знань майбутніх інженерів з інформаційних технологій розв’язування диференціальних рівнянь : монографія / В. І. Клочко, З. В. Бондаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 216 с.
2. Клочко В. І. Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики у технічному вузі : Навчально-методичний посібник / Клочко В. І. – В.: ВДТУ, 1997. – 64 с.
3. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://pidruchniki.ws/11570718/informatika/metod_proektiv_tehnologiya_navchannya.

4. Бухтиярова И. Н. Метод проектов и индивидуальные программы в продуктивном обучении / И. Н. Бухтиярова // Школьные технологии. – 2001. – № 2. – С. 108 – 113.
5. Закутний А. С. Анализ систем автоматического управления металлообработкой / А. С. Закутний, В. С. Коцюбинский, Р. А. Романец // Праці науково-технічної конф. “Електромеханіка. Теорія і практика”. - Львів-Славськ: ДУ “Львівська політехніка”. - 1996. - С. 82 – 83.

Клочко Віталій Іванович – д. пед. н., професор кафедри вищої математики.

Коломієць Альона Анатоліївна – к. пед. н., доцент кафедри вищої математики.

Коцюбівська Катерина Іванівна – к. т. н., доцент кафедри вищої математики.

Вінницький національний технічний університет.