



УДК 519.6

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЦЕПТУРНОГО СКЛАДУ НОВИХ СОРТІВ МОРОЗИВА НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Котлик С.В.¹, Романюк О.Н.², Соколова О.П.³^{1,3} Odessa National University of Technology, Odessa, Ukraine² Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, UkraineORCID: ¹<https://orcid.org/0000-0001-5365-1200>, ²<https://orcid.org/0000-0002-2245-3364>,³<https://orcid.org/0000-0001-9224-6734>E-mail: ¹sergknet@gmail.com, ²rom8591@gmail.com, ³okspetr@ukr.net

Copyright © 2021 by author and the journal "Automation of technological and business – processes".

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

DOI: 10.15673/atbp.v15i3.2627

Анотація. У цьому дослідженні показано приклад програмної реалізації розроблених раніше математичних моделей [1] для розрахунків характеристик нового виду морозива. Застосування такого комп'ютерного моделювання дозволяє виключити натурні експерименти, зменшити час на розробку нового продукту, підвищити конкурентноздатність одержуваного виробу, врахувати переваги та потреби споживачів, сприяє інноваційному розвитку в галузі харчової промисловості. Створений додаток «Купаж», розроблений у середовищі Visual C++ для персональних комп'ютерів, що працюють в операційній системі Windows, дає користувачеві ефективний інструмент, яким він може користуватися для розрахунку рецептури нових сортів морозива.

У додатку передбачено два режими розрахунку - прямий та зворотний. У режимі прямого розрахунку користувач може підбирати рецептуру вхідних інгредієнтів нового морозива та аналізувати отримані характеристики продукту. У зворотному розрахунку користувач задає необхідні характеристики продукту та їх вагові коефіцієнти, а комп'ютер розраховує оптимальні співвідношення вхідних інгредієнтів. В якості алгоритму оптимізації у цьому підході запропонована модифікація методу випадкового пошуку Монте-Карло. В якості керуючого параметра у програмі використовується кількість невдалих спроб генерації чисел, тому в процесі декількох експериментальних прогонів програми знайдено оптимальне значення цієї кількості.

Практичні результати дослідження полягають у тому, що розроблена програма "Купаж" дає в руки користувача-технолога інструмент, яким він може користуватися для розрахунку рецептури нових сортів морозива з додаванням синього чаю і шипшини, досліджуючи властивості продукту на комп'ютері на підставі комп'ютерного моделювання.

Abstract. This study shows an example of software implementation of previously developed mathematical models [1] for calculating the characteristics of a new type of ice cream. The use of such computer modeling makes it possible to eliminate full-scale experiments, reduce the time for developing a new product, increase the competitiveness of the resulting product, take into account the advantages and needs of consumers, and promote innovative development in the food industry. The "Blending" application has been created, developed in the Visual C++ environment for personal computers running on the Windows operating system, giving the user an effective tool that he can use to calculate the recipes for new varieties of ice cream.

The application provides two calculation modes - direct and reverse. In direct calculation, the user can select the recipe for the input ingredients of a new ice cream and analyze the resulting product characteristics. In reverse calculation, the user sets the required product characteristics and their weighting coefficients, and the computer calculates the optimal ratios of input ingredients. As an optimization method in this approach, a modification of the Monte Carlo random search method is proposed. The program uses the number of unsuccessful attempts to generate numbers as a control parameter, so in the process of several experimental runs of the program, the optimal value of this number was found.

The practical results of the study are that the developed "Blending" program puts in the hands of the user-technologist a tool that he can use to calculate the recipe for new varieties of ice cream with the addition of blue tea and rose hips, examining the properties of the product on a computer based on computer modeling.

Ключові слова: комп'ютерна програма, математична модель, новий продукт, оптимізація, програмування

Key words: computer program, mathematical model, new product, optimization, programming

Постановка проблеми. Комп'ютерне моделювання грає важливу роль у процесі створення нових типів продуктів. Воно використовується для аналізу, проектування та оптимізації різних аспектів продукту, що дозволяє скоротити час та витрати на його розробку, а також підвищити його якість та функціональність. За допомогою такого моделювання можна створювати віртуальні моделі продуктів та аналізувати їх властивості,



такі, як міцність, гнучкість, теплопровідність, аеродинамічні характеристики та ін. [2, 3, 5, 8]. Це дозволяє передбачити, як продукт поводитиметься в різних умовах експлуатації та взаємодітиме з навколишнім середовищем. Так само воно дозволяє виявляти потенційні проблеми та дефекти продукту на ранніх стадіях розробки, що дає можливість своєчасно внести коригування та знизити ризики виникнення відмов чи непередбачених ситуацій у майбутньому, ще до створення фізичного прототипу. Зрештою це допомагає скоротити витрати на створення фізичного продукту та проведення реальних випробувань [5, 8, 9].

Слід наголосити на важливості такого продукту, як морозиво, для раціону людини [4]. Морозиво не тільки є привабливим десертом, яке приносить задоволення і радість, воно містить безліч корисних поживних речовин, таких, як білки, вуглеводи, жири, вітаміни і мінерали. Воно є джерелом енергії, допомагає підтримувати нормальний рівень цукру в крові та забезпечує організм необхідними поживними речовинами. Проте всі люди різні, різняться їхні смаки та переваги. Це спричиняє постійне оновлення асортименту цього популярного десерту. Наприклад, зараз все більшої популярності набирають морозиво без лактози, без цукру або з використанням натуральних та екологічно чистих інгредієнтів. Створення нових сортів морозива вимагає дослідження та використання нових технологій та нових корисних інгредієнтів. Це сприяє інноваційному розвитку в галузі харчової промисловості, допомагає покращити якість та стабільність продукту, а також розвиває нові методи його виробництва [3, 4, 6, 7].

У статті [1] показаний приклад розробки математичної моделі створення нового сорту морозива з додаванням екстракту шипшини та синього чаю, що зумовлено їх унікальними властивостями та корисними характеристиками. Такий похід ґрунтується на проведенні необхідних натурних експериментів, обробці результатів за допомогою методів регресійно-кореляційного аналізу та побудові адекватної математичної моделі [2, 8, 9]. Докладно описано схему знаходження математичних моделей з використанням програмного продукту Design-Expert. За побудованим планом експерименту були виконані реальні фізичні експерименти, в них залежно від співвідношення вхідних інгредієнтів "синій чай – шипшина" оцінювалися характеристики нового виду морозива (в якості яких приймалися параметри, що істотно впливають на властивості цього харчового продукту - фенольні речовини та БАВ (біологічно активні речовини)). Після аналізу цих даних було обрано клас шуканої математичної моделі. Опрацьовано експериментальні дані, знайдено числові коефіцієнти математичної моделі, яка найкраще визначає реальні процеси в цьому продукті. Побудовані математичні моделі [1] залежностей відгуків "Ціна" (3), "Біологічно активні речовини" (4-5), "Фенольні речовини" (4), (6) від кількісного співвідношення факторів "синій чай – шипшина" дозволяють створити комп'ютерний додаток для розрахунків характеристик одержуваного сорту морозива за вхідними параметрами, що змінюються.

Розроблені раніше [1] формули (3) - (6) задають алгоритм обчислення відгуків при заданому значенні факторів. Стосовно комп'ютера алгоритм визначає обчислювальний процес, що починається з обробки деякої сукупності вихідних даних і спрямований на отримання результатів, визначених цими вихідними даними.

Методи і матеріали досліджень. Для реалізації знайдених математичних моделей на практиці був створений програмний продукт "Купаж" алгоритмічною мовою C++ (ця мова була обрана в силу своєї поширеності та універсальності [10, 11]). C++ надає можливість безпосереднього керування пам'яттю, що дозволяє програмісту оптимізувати код та досягти високої продуктивності. Він має потужні інструменти для роботи з ресурсами комп'ютера, такими, як маніпуляції з покажчиками, багатопоточність та оптимізація часу виконання. C++ дозволяє створювати модульні та масштабовані програми. Багата бібліотека цієї алгоритмічної мови надає широкі можливості для вирішення різних завдань та інтеграції з іншими технологіями. C++ підтримує основні принципи об'єктно-орієнтованого програмування, що дозволяє розробляти структурований та модульний код, підвищує його читання, зрозумілість та повторне використання. Ця мова є крос-платформною, що означає, що програми, написані на C++, можуть виконуватися на різних операційних системах без значних змін. Також необхідно відзначити його широке поширення, він використовується в різних галузях, таких як розробка ігор, системне програмування, наукові та інженерні розрахунки, фінансові програми та багато іншого.

Весь програмний продукт "Купаж" розроблено у середовищі Visual C++[12]. Visual C++ надає потужне і зручне середовище розробки, що поєднує редактор коду, компілятор, відладчик та інші інструменти. Інтегроване середовище дозволяє розробнику ефективно створювати, налагоджувати та підтримувати проекти на C++. Це середовище надає широкі можливості для налагодження, дозволяючи розробнику досліджувати та виправляти помилки в коді. Visual C++ поставляється з багатою бібліотекою та фреймворками, що надаються Microsoft, такі як бібліотека STL (Standard Template Library), фреймворки MFC (Microsoft Foundation Classes) та ATL (Active Template Library), що спрощують створення Windows-додатків. Середовище Visual C++ щільно інтегроване з іншими інструментами та технологіями Microsoft, такими як .NET Framework, Azure, Windows API та багатьма іншими. Це забезпечує можливості для розробки різних типів програм, включаючи веб-програми, програми для хмари та програми Windows.

Підключення додатка до бази даних здійснюється за технологією ADO, що дає можливість забезпечити базу даних від несанкціонованої зміни інформації, що зберігається в ній. ADO є прикладним об'єктним інтерфейсом вищого рівня, що спрощує доступ до засобів OLE DB розробникам, що використовують мови високого рівня.

Для прямого розрахунку за знайденими формулами необхідно було зробити програму, що дозволяє за заданими факторами (синій чай та шипшина) розрахувати значення відгуків (біологічно активні речовини БАВ, фенольні речовини, ціна). Програма повинна передбачати можливість запровадження дробових величин факторів та перевірку їх на сумісність (сума їх має дорівнювати 10).



Формули розрахунку відповідають позначенням, які введени в [1], та узгоджуються зі знайденими у цій статті залежностям (x_1 – «Синій чай», x_2 - «Шипшина»):

1. Відгук «Біологічно активні речовини»

$$B = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5x_1^3 + a_6x_2^3 + a_7x_1x_2 + a_8x_1^2x_2 + a_9x_1x_2^2 + a_{10}x_1^3x_2^2 + a_{11}x_1^2x_2^3 + a_{12}x_1^4 + a_{13}x_2^4 + a_{14}, \quad (1)$$

де

a_1	0,64902694
a_2	-0,14875945
a_3	5,23784779
a_4	-2,74340543
a_5	26,0533102
a_6	-13,6277928
a_7	1,25162776
a_8	26,3248457
a_9	-13,8063313
a_{10}	-1,95328848
a_{11}	1,77571392
a_{12}	-2,73300387
a_{13}	1,76763284
a_{14}	0,04997897

3. Відгук "Фенольні речовини"

$$F = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5x_1^3 + a_6x_2^3 + a_7x_1x_2 + a_8x_1^2x_2 + a_9x_1x_2^2 + a_{10}x_1^3x_2^2 + a_{11}x_1^2x_2^3 + a_{12}x_1^4 + a_{13}x_2^4 + a_{14}, \quad (2)$$

де

a_1	-0,0407452
a_2	0,1283058
a_3	-0,6261878
a_4	1,06383942
a_5	-3,1045798
a_6	5,2910523
a_7	0,2190119
a_8	-3,1570496
a_9	5,3476192
a_{10}	0,4055332
a_{11}	-0,2860911
a_{12}	0,5366423
a_{13}	-0,5537441
a_{14}	0,0087713

3. Відгук "Ціна з 1 л."

$$C = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5, \quad (3)$$

де

a_1	1,715334971
a_2	1,69603351
a_3	0,091460878
a_4	0,091308965
a_5	0,363905772

Формули розрахунку були запрограмовані в додатку "Купаж", екран для прямого розрахунку має такий вигляд (рис.1).

У прикладі наведено значення факторів 8,5 і 1,5, програми прорахувала значення відгуків 2312; 1120,28; 23,89. Другий приклад (рис.2) показує результати подібного розрахунку для значень факторів 2,25 і 7,75.



У разі невідповідності вихідних даних (не збігається сума вхідних інгредієнтів, яка повинна дорівнювати 10) програма видає про це відповідне повідомлення (рис.3). Призначення на екрані кнопок «Розрахунок» і «Вихід» визначається їх найменуванням.

Перевірка результатів прямого розрахунку за допомогою розробленої комп'ютерної програми показала її велику ефективність, точність при збігу значень відгуків з таблицею 1 результатів натурних експериментів [1].

Купаж вхідних інгредієнтів		Результати розрахунку (відгуки)		
Синій чай	Шипшина	БАР	Фенольні речовини	Ціна
8,5	1,5	2312	1120,28	23,89

Buttons: Розрахунок, Вихід

Рис. 1 - Приклад прямого розрахунку при значеннях факторів 8,5 і 1,5

Купаж вхідних інгредієнтів		Результати розрахунку (відгуки)		
Синій чай	Шипшина	БАР	Фенольні речовини	Ціна
2,25	7,75	2159	711	12,35

Buttons: Розрахунок, Вихід

Рис. 2 - Приклад прямого розрахунку при значеннях факторів 2,25 і 7,75

Сума інгредієнтів не дорівнює 10

Рис. 3 - Повідомлення про помилки у вхідних даних

Однак більш цікавим видається випадок зворотного розрахунку, коли користувач, навпаки, задає значення відгуків, а комп'ютер підбирає до них прийнятні значення факторів. Тобто можна задати числові значення показників «Біологічно активні Речовини», «Фенольні Речовини», "Ціна з 1 л.", а комп'ютерна програма розрахує для них значення "Синій чай" і "Шипшина". Завдання далеко не просте, тому що немає однозначних відповідностей відгуки -> фактори.

Для вирішення поставленого завдання пропонується задіяти алгоритм оптимізації, при цьому необхідно ввести в розгляд коефіцієнти $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - показники вагомості кожного з трьох відгуків, тобто в якій мірі користувач віддає перевагу кожному показнику. Звичайно, що ці коефіцієнти повинні бути приведені, їх сума повинна дорівнювати 1. Якщо користувач не вводить коефіцієнти вагомості, вони призначаються комп'ютером рівними 0,333 (тобто розподіляються рівномірно).

Нехай користувач ввів в програму значення відгуків A_1, A_2, A_3 і значення коефіцієнтів вагомості $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Тоді завдання зворотного розрахунку може бути поставлено у вигляді:

Знайти значення змінних x_1, x_2 (фактори), при яких цільова функція буде мінімальна

$$\alpha_1(A_1 - B(x_1, x_2))^2 + \alpha_2(A_2 - F(x_1, x_2))^2 + \alpha_3(A_3 - C(x_1, x_2))^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

за умов

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \quad (5)$$

$$x_1 + x_2 = 10 \quad (6)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \quad (7)$$

а функції $B(x_1, x_2), F(x_1, x_2), C(x_1, x_2)$ визначається формулами (1), (2), (3). Зведення в квадрат у формулі (4) необхідно в силу того, що різниця між розрахованими і введеними в програму значеннями відгуків може бути негативна, а необхідно враховувати сумарні відхилення.

Поставлена задача (4) - (7) відноситься до класу задач умовної нелінійної оптимізації, для її вирішення пропонується застосовувати метод випадкового пошуку, який легко може бути реалізований в сучасних



комп'ютерах з високою продуктивністю [13, 14, 15]. В якості алгоритму оптимізації запропонована модифікація методу випадкового пошуку Монте-Карло, який, хоча і вимагає великих тимчасових комп'ютерних ресурсів, проте є досить універсальним і стійким до вхідних даних.

Метод випадкового пошуку Монте-Карло ґрунтується на статистичному моделюванні та використовує випадкові числа для вирішення складних завдань. Він дозволяє апроксимувати складні функції, знаходити оптимальні рішення, моделювати випадкові процеси, проводити статистичні аналізи та багато іншого. Перевага методу Монте-Карло у його універсальності та простоті реалізації. Він вимагає знання аналітичних формул і дозволяє отримувати чисельні результати із заданою точністю. Завдяки використанню випадкових чисел, метод Монте-Карло також має властивість стохастичної збіжності, що означає, що зі збільшенням числа випробувань точність рішення покращується.

Основна ідея алгоритму Монте-Карло полягає у генерації великої кількості випадкових вибірок та використання їх для отримання чисельних оцінок чи апроксимацій розв'язання задачі [13, 14].

В даному випадку за допомогою датчика псевдовипадкових чисел, реалізованому в алгоритмічній мові C++, генеруються значення x_1 і x_2 , що задовольняють обмеженням (6), (7), обчислюється функція (4) та запам'ятовується її найменше значення. При досить великій кількості випадкових точок, що згенеруються, можна досягти прийнятних результатів у вирішенні задачі (4-7).

В якості керуючого параметра алгоритму використовується кількість невдалих спроб генерації чисел x_1 , x_2 , пов'язаних співвідношеннями (6), (7). Рекомендоване значення кількості невдалих спроб встановлювалося в процесі декількох експериментальних прогонів програми. В результаті проведення відповідних експериментів число невдалих спроб рекомендується приймати рівним 100000, яке забезпечує необхідну точність і прийнятну швидкість роботи програми (рис.4).

Задані значення відгуків		
БАР	Фенольні речовини	Ціна
1550	1000	20

коефіцієнти вагомості		
0,4	0,5	0,1

Результати розрахунків

Співвідношення інгредієнтів купажу

Шипшина	Синій чай
3,24	6,86

Рису. 4 - Приклад зворотного розрахунку при значеннях показників вагомості 0,4; 0,5; 0,1.

Результати пробного прогону програми зворотного розрахунку купажу нового сорту морозива наведені на рис.4. У разі невідповідності введених вхідних коефіцієнтів (5) видається повідомлення, представлене на рис.5.

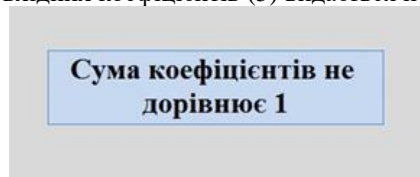


Рис.5 - Повідомлення про помилку у вхідних даних

У разі, якщо алгоритм за прийнятний час не зміг знайти рішення поставленого завдання (4) - (7), видається повідомлення, представлене на рис.6. Це означає, що обчислення необхідно повторити, дещо змінивши вхідні дані.

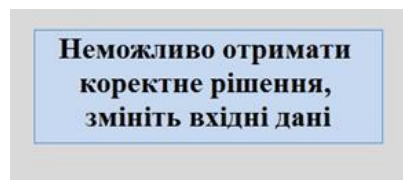


Рис. 6 - Повідомлення про неможливість знайти правильне рішення при введених вхідних даних.

Рекомендації щодо впровадження та використання. Використання розробленої програми "Купаж" під силу непідготовленому користувачеві-технологу, який може, змінюючи деякі вхідні дані, аналізувати властивості нового сорту морозива, не проводячи натурні експерименти.

Для знаходження важливих значень характеристик нового сорту морозива, тобто - відгуків (біологічно активні речовини БАР, фенольні речовини, ціна за 1л.), змінюється його рецептура у вигляді нового



співвідношення "Синій чай" - "Шипшина". Приклади таких розрахунків представлені на рис.1, 2. Програма прямого розрахунку також перевіряє правильність введених даних, в разі їх невідповідності співвідношенню (6) видається відповідне повідомлення (рис.3).

Можливо також використання програми "Купаж" в режимі зворотного розрахунку, коли користувач задає числові значення показників «Біологічно активні Речовини», «Фенольні Речовини», "Ціна з 1 л.", а комп'ютерна програма розраховує для них значення "Синій чай" і "Шипшина". При цьому вирішується оптимізаційна задача (4) - (7), яка вимагає завдання коефіцієнтів вагомості $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ кожного відгуку. Конкретні значення цих коефіцієнтів залежить від досвідченості користувача-технолога, поставленої мети і коректності введених раніше вхідних даних. Приклад такого розрахунку представлений на рис.4. У режимі зворотного розрахунку комп'ютер також перевіряє коректність даних, що вводяться в вигляді (5), в разі їх невідповідності видається повідомлення про помилку (рис.5), і робота програми припиняється. Якщо при роботі оптимізаційного алгоритму не вдається знайти потрібного рішення (тобто рішення задачі (4) - (7)), видається відповідне повідомлення (рис.6), після чого необхідно змінити вхідні дані (показники відгуків або коефіцієнти вагомості).

В цілому програма "Купаж" дає в руки користувача-технолога інструмент, яким він може користуватися для розрахунку рецептури нових сортів морозива з додаванням синього чаю і шипшини, не проводячи фізичних експериментів, досліджуючи властивості продукту на комп'ютері на підставі розроблених математичних моделей.

Результати досліджень. У цій статті показано результати побудови комп'ютерної програми «Купаж» для розрахунку співвідношення інгредієнтів для отримання заданих властивостей морозива на основі розробленої математичної моделі [1]. У програмі передбачено два режими розрахунку - прямий та зворотній. У режимі прямого розрахунку користувач може підбирати рецептуру вхідних інгредієнтів нового морозива, шляхом завдання співвідношення "Синій чай" і "Шипшина" і аналізу розрахованих характеристик продукту (біологічно активні речовини БАР, фенольні речовини, ціна за 1л.).

Також у роботі розроблена математична модель зворотного розрахунку за знайденими раніше формулами, в якій користувач задає значення відгуків, а комп'ютер підбирає до них прийнятні значення вхідних факторів. В якості алгоритму оптимізації у цьому підході запропонована модифікація методу випадкового пошуку Монте-Карло, який, хоча і вимагає великих тимчасових комп'ютерних ресурсів, проте є досить універсальним і стійким до вхідних даних. В якості керуючого параметра у програмі використовується кількість невдалих спроб генерації чисел, тому в процесі декількох експериментальних прогонів програми знайдено рекомендоване оптимальне значення цієї кількості.

Розроблено практичні рекомендації користувачеві для використання програми "Купаж" при розробці рецептури нового типу морозива.

References

1. Kotlyk S.V., Sokolova O.P., Sharakhmatova T.E. Development of mathematical models for creating a new variety of ice cream, Automation of Technological and Business Processes, Volume 15, Issue 2 /2023, p.92-100, DOI: <https://doi.org/10.15673/atbp.v15i2.2530>.
2. S. Gao, Y. Zhou, J. Lu, X. Zhang, "Mathematical modeling and simulation of food processing and bio-processing", Food Engineering Reviews, vol. 10, no. 2, pp. 65-81, 2018.
3. Wu, Y., & Chen, S. A comprehensive review of experimental design and optimization methods in food science and technology, Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety, 17(3), pp. 763-789.
4. Pokhrel, P. R., & O'Mahony, J. A. Mathematical modeling of ice cream texture with recent applications. Journal of Food Engineering, 2018, 236, pp. 251-259.
5. Jaroslaw Korczyński, Zygmunt Kowalski, and Łukasz Rydzkowski. Computer Models in Food Technology: From Elementary Principles to Complex Applications, CRC Press, 2020, ISBN: 9780367353137. - 350 p.
6. Iorgachova K., Sokolova N., Kotlyk S. Optimization of recipe for bakery products with low-moisture content for reducing the glycemic index// Food science and technology. Vol. 13, Issue 2, pp. 4-14, 2019.
7. New information technologies, simulation and automation: Monograph / Velychko V., Voinova S., Kotlyk S. Sokolova O., et al; Editor-in-Chief Kotlyk S. Iowa State University Digital Press. ISBN 978-1-958291-01-6, 2022.-724p.
8. Journal of Food Engineering. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <https://www.journals.elsevier.com/journal-of-food-engineering>
9. European Food Research and Technology. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <https://www.springer.com/journal/217>
10. C++ Reference. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <https://en.cppreference.com/>
11. Marius Bancila. Modern C++ Programming, Packt Publishing, 2017. - 552 p.
12. Visual C++ How to Program by Harvey M. Deitel, Paul J. Deitel, and Abbey Deitel, Pearson, 2016. – 1005 p.
13. Li, G., & Chen, Y. A novel bi-level optimization method based on the augmented Lagrangian and Monte Carlo method, Journal of Computational Physics, 2019, 394, p. 100-122.
14. D.P. Kroese, T. Taimre, Z.I. Botev. Handbook of Monte Carlo Methods, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley and Sons, New York, 2017. – 772 p.
15. Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. Simulation and the Monte Carlo Method, John Wiley & Sons, 2016. – 432 p.

Отримана в редакції 12.08.2023. Прийнята до друку 12.09.2023. Received 12 August 2023. Approved 12 September 2023. Available in Internet 13 September 2023