

ІТЕРАТИВНЕ ДЕКОДУВАННЯ КОСМІЧНИХ КОДІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Проведено дослідження кодів Голя на основі автоматно-графової моделі циклічних кодів. Запропоновано використати для цих кодів ітеративне декодування за допомогою циклічних перестановок. Показано, що виправлення поодиноких та подвійних помилок вимагає не більше двох ітерацій.

Ключові слова: коди Голя; ітеративне декодування; перестановки.

Abstract

The study of Golay codes based on the automaton-graph model of cyclic codes is carried out. It is proposed to use iterative decoding for these codes using cyclic permutations. It is shown that the correction of single and double errors requires no more than two iterations.

Keywords: Golay codes; iterative decoding; permutations

Розробка завадостійких кодів тісно пов'язана з історією польотів в далекий космос [1]. Дефіцит енергії на борту космічних зондів та ослаблення потужності сигналів на міжпланетних відстанях змусив інженерів звернутись до використання спеціальних кодів, які давали можливість виявляти та виправляти помилки в інформаційних повідомленнях. Майже два десятиліття теорія завадостійкого кодування, що була заснована в роботах К. Шеннона [2], не мала серйозного використання на практиці.

Першим випробуванням нової науки став космічний зв'язок. В 70-х роках минулого століття американські космічні кораблі "Марінер" та два "Вояджери" відправились досліджувати найближчі планети [3]. Завадостійкі коди, що були використані в системах передачі даних цих кораблів, дали суттєву економію енергії, що дозволило повністю виконати поставлені завдання. До речі, політ "Вояджерів" продовжується до цього часу.

Розглянемо детальніше коди, яку були використані в космічному зв'язку. Безумовно, спеціалісти дуже прискіпливо аналізували відомі на той час коди з метою вибору найкращого кандидата. Можливо, що не вся інформація сьогодні відома, але в числі таких перших космічних кодів називають коди Ріда-Малера, коди Ріда-Соломона, згорткові коди і коди Голя [4]. Важливо, що для кожного космічного корабля було обрано свій код. Тобто, змагання між кодами продовжується і в космосі.

Цікаво, а чому коди Голя також включили до когорти найкращих кодів?

Навіть поверхневий аналіз свідчить про гарні математичні властивості зазначених кодів. Параметри кодів Голя дозволяють віднести їх до групи досконалих кодів, а серед досконалих кодів – до кодів з високою коректувальною здатністю. Недоліком цих кодів можна вважати лише їх малу довжину. Обмежимість двійковими (23,12)-кодами, інші коди Голя мають аналогічні властивості.

Дослідження кодів Голя, як і інших циклічних кодів, найкраще провести за допомогою автоматних моделей [5]. Автоматно-графова модель (23,12)-коду складається з основного нульового циклу (НЦ), 11 НЦ другого рівня та 77 НЦ третього рівня. Кількість рівнів графа однозначно визначає кількість помилок t , які може виправити код (тобто, $t=3$). Кількість N_i вершин на i -му рівні графа точно дорівнює кількості синдромів помилок кратності i , які виправляються:

$$N_i = \binom{n}{i}, \quad (1)$$

де $\binom{n}{i}$ – число комбінацій із n по i ($i=0, 1, 2, 3$), $n=23$.

Рівність (1) дозволяє віднести такий код до досконалих кодів. Окрім підтвердження загальновідомих характеристик, можна отримати ще ряд важливих характеристик коду Голя.

Для практичного застосування будь-якого коду важливим є складність процедури декодування. Відомі методи декодування (наприклад, алгебраїчний метод Берлекемпа-Мессі [4]) були створені для всіх лінійних кодів, але для окремих підкласів лінійних кодів алгебраїчний підхід є складним і неоптимальним. Для кодів Голя пропонуються неалгебраїчні методи декодування:

- метод регулярних станів,
- метод циклічних перестановок.

Останній метод в загальному вигляді можна описати формулою [6]:

$$i \rightarrow (i + v) \bmod n, \quad GF(2), \quad v = 2, 3, 4, \dots$$

Процедура декодування складається з двох етапів:

- обчислення синдрому помилки S_{err} ,
- знаходження помилкових розрядів в кодовому слові Z_{err} , яке поступає з каналу зв'язку.

Нульове значення синдрому S_{err} свідчить про відсутність помилок в отриманій інформації, на цьому декодування завершується. В протилежному випадку розпочинається виявлення параметрів помилок в циклічному (n,k) -коді.

Основний сенс розроблених неалгебраїчних методів декодування полягає у поступовому (ітеративному) переміщенні всіх помилкових розрядів отриманого кодового слова Z_{err} в $(n-k)$ -розрядне перевіряльне вікно. Швидкість знаходження помилок залежить від того, в який НЦ (регулярний чи нерегулярний) попав синдром помилки S_{err} . Якщо синдром S_{err} попав в регулярний НЦ, тоді всі помилки визначаються відразу протягом поточної ітерації. Якщо синдром S_{err} попав в єдиний нерегулярний НЦ другого рівня, тоді помилка подвійної кратності визначаються за дві ітерації. І лише при попаданні синдрому S_{err} в нерегулярний НЦ третього рівня може знадобитись декілька ітерацій. Загальний період перестановок складає 11 ітерацій і є достатнім для виправлення потрійних помилок.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Costello D. J., Jr., Hagenauer J., Imai H., Wicker S. B. Applications of Error-Control Coding. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Vol. 44. No. 6. PP. 2531–2560. 1998.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М. : Изд-во иностр. лит., 1963. 829 с.
3. Режим доступу до ресурсу: <https://korrespondent.net/tech/space/3884176-voiadzher-40-let-v-kosmose-hlavnye-dostyazheniya>
4. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М. : Мир, 1986. 576 с.
5. Семеренко В. П. Теория циклических кодов на основе автоматных моделей : монография. Вінниця : ВНТУ, 2015. – 444 с.
6. Semerenko, V. P. Iterative hard-decision decoding of combined cyclic codes. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 1. Issue 9 (91). PP. 61–72, 2018.

Василь Петрович Семеренко – канд. техн. наук, доцент кафедри обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: vasilsemerenko@gmail.com

Олександр Юрійович Войналович – аспірант кафедри обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: sashavoinalovich@gmail.com

Vasyl P. Semerenko – PhD, Associate Professor, Department of computer technique, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: vasilsemerenko@gmail.com

Oleksandr Y. Voinalovich – Postgraduate student, Department of computer technique, Vinnytsia National Technical University Vinnytsia, e-mail: sashavoinalovich@gmail.com