

В. М. Михалевич
Д. Б. Рогачевський
Д. Ю. Желнитський
Б. А. Балух

НАВЧАЛЬНИЙ MAPLE-ТРЕНАЖЕР З ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ЕЙЛЕРА

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано варіант навчального програмного тренажера розробленого в середовищі системи комп'ютерної математики Maple. Тренажер призначено для опанування студентами обчислень значень функції Ейлера на основі використання властивостей цієї функції. Наведено приклади роботи цього тренажера у вигляді покрокового виведення результатів обчислень, що супроводжуються текстовими поясненнями.

Ключові слова: навчальний Maple-тренажер, функція Ейлера та її властивості, натуральні, прості та складені числа, канонічний розклад.

Abstract

A variant of the training software simulator developed in the environment of the Maple computer mathematics system is offered. The simulator is designed for students to master the calculations of the values of the Euler function based on the use of the properties of this function. Examples of the work of this simulator in the form of step-by-step derivation of the results of calculations, accompanied by textual explanations.

Keywords: educational Maple-simulator, Euler function and its properties, natural, prime and compound numbers, canonical decomposition

Вступ

Незважаючи на суттєві складності впровадження систем комп'ютерної математики (СКМ) у процесі навчання вищої математики з кожним роком зростає не просто кількість наукових та навчально-методичних праць, що присвячені цим питанням – зростає швидкість накопичення подібних праць [1-5]. Досвід впровадження та використання СКМ у процесі навчання вищої математики показує, що серед основних проблем, що утруднюють отримання позитивного ефекту слід відзначити додаткове інформаційне навантаження на студента, що пов'язане з необхідністю освоєння студентами правил роботи в середовищі відповідної СКМ та потрібних команд і операторів.

Власний досвід впровадження та використання СКМ у процесі навчання вищої математики [6-15] показує, що одним з найефективніших шляхів підвищення ефективності використання СКМ у процесі навчання вищої математики полягає в розробці MAPLE-тренажерів.

Результати дослідження

Постановка задачі

Функція Ейлера широко застосовується в теорії чисел та криптографії. Зокрема є невід'ємною складовою одного з найпопулярніших алгоритмів шифрування RSA.

Запропонована процедура призначена для висвітлення покрокового ходу обчислення значення функції Ейлера для будь-якого додатного цілого значення аргументу.

Обчислення значень функції Ейлера базується на таких її властивостях:

- 1) Для простого p : $j(p) = p - 1$.

2) Функція Ейлера є мультиплікативною функцією, що означає

$$m, n \in \mathbb{N}, \text{НСД}(m, n) = 1 \Rightarrow j(m \times n) = j(m) \times j(n).$$

$$3) j(p^a) = p^a - p^{a-1} = p^a \times \left(1 - \frac{1}{p}\right) = p^{a-1} \times (p-1),$$

$$q \in \mathbb{N}, 1 \leq q \leq p^{a-1}.$$

4) В найбільш загальному випадку

$$j(n) = n \times \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{1}{p_i}\right) \quad n > 1$$

В процедурі передбачено отримання за допомогою стандартних засобів Maple канонічного представлення аргументу функції. На основі аналізу цього представлення вибирається одна з наведених формул для обчислення значення функції Ейлера. Всі вказані дії супроводжуються текстовим коментарем.

Під час створення навчального тренажера були здійснені такі види робіт:

Види робіт для співавторів по двох темах:

1. Розробка технічного завдання для комп'ютерної програми.
2. Розробка програмного коду.
3. Створення текстових коментарів
4. Тестування програми
5. Удосконалення програмного коду та текстових коментарів на основі результатів тестування.
6. Підготовка документації для реєстрації авторського права та тез доповіді на конференцію.

Приклади застосування тренажера

Тренажер реалізовано у вигляді процедури в середовищі СКМ Maple. В процедурі передбачено отримання за допомогою стандартних засобів Maple канонічного представлення аргументу функції. На основі аналізу цього представлення вибирається одна з наведених формул для обчислення значення функції Ейлера. Всі вказані дії супроводжуються текстовим коментарем.

My_phi(11);

Число $p=11$ є простим, отже значення функції Ейлера обчислюємо за формулою

$$f(p) = p - 1$$

$$[f(11) = (11) - 1] = 10$$

My_phi(13*11);

Задане число є добутком простих чисел

$$143 = (11) (13)$$

Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо властивість мультиплікативності цієї функції:

$$[[f((11) (13)) = f(11) f(13)] = ((11) - 1) ((13) - 1)] = 120$$

My_phi(243);

В канонічній формі задане число має вигляд

$$243 = (3)^5$$

Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо формулу

$$f(p^q) = p^{(q-1)} (p - 1)$$

$$[f((3)^5) = (3)^{(5-1)} (3 - (1))] = 162$$

My_phi(54);

В канонічній формі задане число має вигляд

$$54 = (2) (3)^3$$

Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо найбільш загальну формулу

$$f((2) (3)^3) = (54) \prod_{p_k \neq 1} \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) = (54) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 18$$

My_phi(1054053);

В канонічній формі задане число має вигляд

$$1054053 = (3)^4 (7) (11) (13)^2$$

Отже, для обчислення функції Ейлера використовуємо найбільш загальну формулу

$$f((3)^4 (7) (11) (13)^2) = (1054053) \prod_{p_k \neq 1} \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) = (1054053) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{11}\right) \left(1 - \frac{1}{13}\right) = 505440$$

Висновки

Запропонований тренажер пройшов перші випробування під час лекційних, лабораторних занять та самостійної роботи і отримав схвальні відгуки від студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
2. Михалевич В. М. Курс математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple. Алгебраїчні рівняння і системи рівнянь: Електронний освітній ресурс / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клеопа – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 64 с.
3. Михалевич В. М. Електронний освітній ресурс з курсу математики для слухачів-іноземців в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Н. Б. Дубова, І. А. Клеопа // Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті XXI сторіччя», м. Краматорськ, 15–16 травня 2019 р. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – С. 193-195.
4. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017.- С. 69-72.

5. Тютюнник О. І. Застосування системи Maple для знаходження дотичної до функції [Текст] / О. І. Тютюнник, М. С. Сичова, М. Ю. Дунський // <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15009/12678>
6. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
7. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с. ISBN. — 978-966-641-539-7.
8. Михалевич В.М. Елементарна математика. Алгебра. Новітні інформаційні технології навчання (Maple). Ч. 2. : практикум / В. М. Михалевич, А. Ф. Дода. - Вінниця : ВНТУ, 2010. - 160 с. (надрукований в 2011 р.)
9. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2011. - Т. 21 - № 1. - Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
10. Михалевич В. М. Організація самостійної роботи студентів шляхом використання системи комп'ютерної математики Maple / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, О. І. Тютюнник // Вісник Вінницького політехнічного інституту. - 2014. - № 3. - С. 114-118.
11. Михалевич В. М. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. - Вінниця: ВНТУ, 2016. - 279 с. ISBN 978-966-641-670-7.
12. Михалевич В. М. Проектування навчальних задач з лінійного програмування з використанням систем комп'ютерної математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, О.І. Тютюнник // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2013. - Т. 38 - № 6. - Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>.
13. Тютюнник О. І. Реалізація принципу наочності за допомогою засобів СКМ у процесі навчання лінійного програмування / О. І. Тютюнник, В. М. Михалевич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. - Випуск 36 / Редкол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. - Київ-Вінниця : ТОВ фірма "Планер", 2013, - С.434-440.
14. Михалевич В. М. Розробка електронних освітніх ресурсів в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, Ю. В. Добранюк // Математика та інформатика у вищій школі: виклики сучасності : зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. - Вінниця : ФОП Рогальська І. О., 2017. - С. 69-72. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/index/pages/view/zbirn2018> Дата звернення: Черв. 2018
15. Михалевич В. М. Фрагменти електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних в середовищі СКМ Maple [Текст] / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Я. В. Крупський // <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/15474>

Дмитро Богданович Рогачевський – студент групи ІБС-20Б, факультет інформаційних технологій і комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: dimonrogach@gmail.com

Дмитро Юрійович Желнитський – студентка групи ІБС-20Б, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії. Вінницький національний технічний університет, Вінниця, email: dromgar1code@gmail.com

Богдан Анатолійович Балух – студент групи ІСП-20Б, факультет інформаційних технологій і комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: bohdan.baluh@gmail.com

Науковий керівник: **Володимир Маркусович Михалевич** — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: vmykhal@gmail.com

Rogachevskiy Dmitro B. – student of group 1BS-20B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dimonrogach@gmail.com

Zhelniyskiy Dmitro Yu. — student of group 1BS-20B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dromgar1code@gmail.com

Balukh Bohdan A. – student of group ISP-20B, Faculty of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: bohdan.baluh@gmail.com

Supervisor: **Mykhalevych Volodymyr M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, vmykhal@gmail.com.