

## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ ЗАСОБАМИ СИСТЕМИ MATHCAD

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет;

<sup>2</sup>Вінницький національний аграрний університет

### **Анотація**

У статті викладено матеріал використання математичного пакету MathCAD при виконанні лабораторних робіт з фізики та розв'язуванні задач з розділу «Змінний електричний струм».

**Ключові слова:** MathCAD, фізика, електрика, змінний струм, векторні діаграми, похибки.

### **Abstract**

The article describes the use of the MathCAD mathematical package when performing laboratory work in physics and solving problems from the section «Alternating electric current».

**Keywords:** MathCAD, physics, electricity, alternating current, vector diagrams, errors.

### **Вступ**

З переходом ЗВО на дистанційну форму навчання в початкових закладах особливої актуальності набуває вдосконалення процесу навчання. Від якості навчання на перших курсах фундаментальних дисциплін фізика та математика повністю залежить якість спеціальної підготовки майбутніх фахівців з вищою технічною освітою. Перед викладачами постало питання удосконалення методів викладання навчального матеріалу, розширення можливостей його отримання та самостійного опрацювання. Збільшення кількості годин на самостійне опрацювання навчального матеріалу при дистанційній формі навчання призводить до перегляду методичного забезпечення навчального процесу, модернізації лекційних, лабораторних та практичних занять з активним впровадженням інформаційних технологій [2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 12]. Однією з умов вдосконалення фізико-математичної освіти в ЗВО є активне використання систем комп'ютерної математики. Цифровізація освіти виділяється як один з найбільш перспективних трендів університетської освіти в Україні.

До програмних засобів, які призначені не тільки для математичних розрахунків, але й для візуалізації фізичних явищ, процесів, їх моделювання відносяться системи комп'ютерної математики: Mathematica, Derive, MathCAD, MatLab, Maple, та інші. Найдоступнішою для студентів є система MathCAD [1, 2, 8, 9, 10, 11, 12].

Основні переваги системи MathCAD над іншими системами [1, 2, 8, 9, 10, 12]:

- використовується загально прийнята форма запису математичних символів, операцій, формул та графіків;
- не існує прихованої інформації, все відображається на екрані, результати виводу на друк мають такий вигляд, як і на екрані дисплею;
- для введення простих математичних виразів достатньо їх просто надрукувати на робочому листі системи. Запис рівнянь спрощується за допомогою спеціальних панелей інструментів, які містять різні математичні оператори, операнди та шаблони;
- володіє широкими графічними можливостями;
- вбудовано фізичні константи;
- вбудовано власну мову програмування;
- пакет має можливість проводити обчислення з розмірними фізичними одиницями в міжнародній системі одиниць (SI).

Метою роботи є розробка методичного матеріалу для оптимізації процесу навчання фізики, що допомагає студентам подолати бар'єри, пов'язані з недосконалими навчальними вміннями та навиками в галузі математики, спростити математичні розрахунки.



ORIGIN := 1

Активні опори, Ом	$R := \begin{pmatrix} 12 \\ 17 \\ 20 \end{pmatrix}$	Абсолютні похибки, Ом	$\Delta R := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.7 \\ 1 \end{pmatrix}$
Індуктивності, Гн	$L := \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.09 \end{pmatrix}$	Абсолютні похибки, Гн	$\Delta L := \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.02 \end{pmatrix}$
Електричні ємності конденсаторів, Ф	$C := \begin{pmatrix} 120 \\ 350 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6}$	Абсолютні похибки, Ф	$\Delta C := \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6}$
Напруга, В	$U := 220$	Абсолютна похибка, В	$\Delta U := 5$
Частота, Гц	$\nu := 50$	Абсолютна похибка, Гц	$\Delta \nu := 0.4$

Функція для обчислення повного опору к електричного кола

$$F1(R1, R2, R3, L1, L2, C1, C2, \nu) := \sqrt{(R1 + R2 + R3)^2 + \left[ 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot (L1 + L2) - \frac{1}{2\pi \nu} \left( \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} \right) \right]^2}$$

Функція для розрахунку значення сили струму

$$F2(R1, R2, R3, L1, L2, C1, C2, \nu, U) := \frac{U}{F1(R1, R2, R3, L1, L2, C1, C2, \nu)}$$

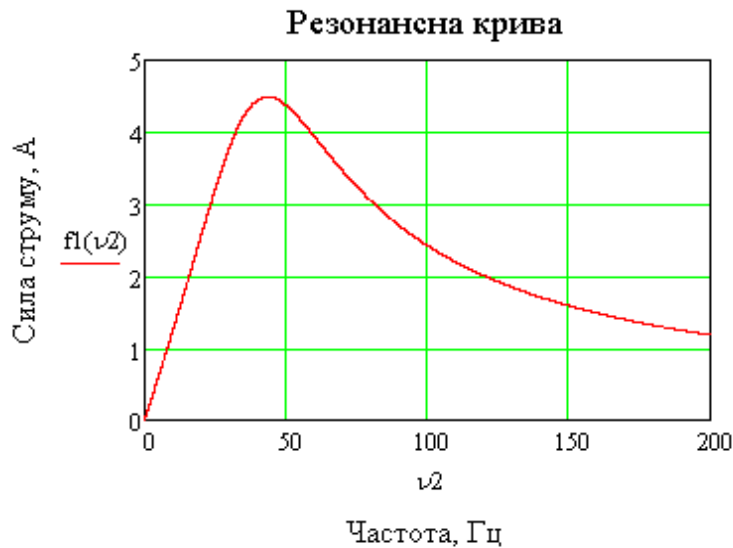
$$I := F2(R1, R2, R3, L1, L2, C1, C2, \nu, U) = 4.371 \quad \leftarrow \text{Значення сили струму без врахування похибки, А}$$

$$\begin{pmatrix} U_{L1} \\ U_{R1} \\ U_{C1} \\ U_{R2} \\ U_{L2} \\ U_{R3} \\ U_{C2} \end{pmatrix} = I \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L1 \\ R1 \\ 1 \\ 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C1 \\ R2 \\ 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L2 \\ R3 \\ 1 \\ 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 82.4 \\ 52.5 \\ 115.9 \\ 74.3 \\ 123.6 \\ 87.4 \\ 39.8 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \text{Матриця значень напруги на елементах електричного кола, В}$$

Побудова резонансної кривої

$$f1(\nu) := \frac{U}{F1(R1, R2, R3, L1, L2, C1, C2, \nu)} \quad \leftarrow \text{Функція залежності сили струму від частоти}$$

$$\nu 2 := 0.1, 0.11 \dots 200 \quad \leftarrow \text{Інтервал частот для побудови резонансної кривої}$$



Визначення резонансної частоти

Перше наближення  $\nu_{1p} := 40$ 

Given

 $0.1 \leq \nu_{1p} \leq 200$ 

Уточнене значення резонансної частоти

 $\nu_p := \text{Maximize}\{f1, \nu_{1p}\} = 43.47$ 

Побудова потенціальної векторної діаграми струму та напруги

Функції для обчислення координат, напрямку та розмірів стрілки вектора

$$fk(X, Y) := \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad fa(X, Y) := \frac{Y_1 \cdot X_2 - Y_2 \cdot X_1}{X_2 - X_1} \quad FA(k) := 1 + k^2$$

$$Q(z1, z2, z3, q) := \frac{-z2 - q \cdot \sqrt{z2^2 - 4 \cdot z1 \cdot z3}}{2 \cdot z1}$$

$$FB(a, k, xt, yt) := 2 \cdot a \cdot k - 2xt - 2k \cdot yt \quad FC(a, xt, yt, \sigma) := xt^2 + yt^2 + a^2 - 2yt \cdot a - \sigma$$

Функції для побудови вектора

$$S1(X, Y, \sigma) := \begin{cases} \text{if } X_1 \neq X_2 \wedge Y_1 \neq Y_2 & \sigma - \text{довжина стрілки вектора} \\ \quad k \leftarrow fk(X, Y) \\ \quad a \leftarrow fa(X, Y) \\ \quad A \leftarrow FA(k) \\ \quad B \leftarrow FB(a, k, X_2, Y_2) \\ \quad C \leftarrow FC(a, X_2, Y_2, \sigma) \\ \quad D1 \leftarrow \left( Q(A, B, C, 1) \quad a + k \cdot Q(A, B, C, 1) \quad \frac{-1}{k} \right) \\ \quad D1 \leftarrow (X_2 \quad Y_2 - \sigma \quad 0) \text{ if } X_2 = X_1 \wedge Y_1 \neq Y_2 \\ \quad D1 \leftarrow (X_2 - \sigma \quad Y_2 \quad \infty) \text{ if } X_2 \neq X_1 \wedge Y_2 = Y_1 \\ \quad \begin{pmatrix} D1_{1,1} \\ D1_{1,2} \\ D1_{1,3} \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$S2(X, Y, \sigma, \delta) := \begin{pmatrix} xs1 \\ ys1 \leftarrow S1(X, Y, \sigma) \\ k2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \delta - \text{ширина стрілки} \\ \text{вектора} \end{array}$$

$$\text{if } X_1 \neq X_2 \wedge Y_1 \neq Y_2$$

$$\begin{array}{l} a2 \leftarrow ys1 - k2 \cdot xs1 \\ U \leftarrow FA(k2) \\ P \leftarrow FB(a2, k2, xs1, ys1) \\ W \leftarrow FC(a2, xs1, ys1, \delta) \\ D \leftarrow (Q(U, P, W, 1) \quad Q(U, P, W, -1) \quad a2 + k2 \cdot Q(U, P, W, 1) \quad a2 + k2 \cdot Q(U, P, W, -1)) \end{array}$$

$$D \leftarrow (X_2 - \delta \quad X_2 + \delta \quad Y_2 - \sigma \quad Y_2 + \sigma) \quad \text{if } X_2 = X_1 \wedge Y_2 > Y_1$$

$$D \leftarrow (X_2 - \delta \quad X_2 + \delta \quad Y_2 + \sigma \quad Y_2 + \sigma) \quad \text{if } X_2 = X_1 \wedge Y_2 < Y_1$$

$$D \leftarrow (X_2 - \sigma \quad X_2 - \sigma \quad Y_2 - \delta \quad Y_2 + \delta) \quad \text{if } X_2 \neq X_1 \wedge Y_1 = Y_2$$

$$\begin{pmatrix} D_{1,1} & D_{1,3} \\ X_2 & Y_2 \\ D_{1,2} & D_{1,4} \end{pmatrix}$$

Формування матриці координат векторів напруги

$$KL1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & UL1 \end{pmatrix} \quad KR1 := \begin{pmatrix} 0 & UL1 \\ UR1 & UL1 \end{pmatrix} \quad KR2 := \begin{pmatrix} UR1 & UL1 - UC1 \\ UR1 + UR2 & UL1 - UC1 \end{pmatrix}$$

$$KC1 := \begin{pmatrix} UR1 & UL1 \\ UR1 & UL1 - UC1 \end{pmatrix} \quad KC2 := \begin{pmatrix} UR1 + UR2 + UR3 & UL1 - UC1 + UL2 \\ UR1 + UR2 + UR3 & UL1 - UC1 + UL2 - UC2 \end{pmatrix}$$

$$KR3 := \begin{pmatrix} UR1 + UR2 & UL1 - UC1 + UL2 \\ UR1 + UR2 + UR3 & UL1 - UC1 + UL2 \end{pmatrix} \quad KL2 := \begin{pmatrix} UR1 + UR2 & UL1 - UC1 \\ UR1 + UR2 & UL1 - UC1 + UL2 \end{pmatrix}$$

$$KU := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ UR1 + UR2 + UR3 & UL1 - UC1 + UL2 - UC2 \end{pmatrix} \quad KI := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1.40 & 0 \end{pmatrix}$$

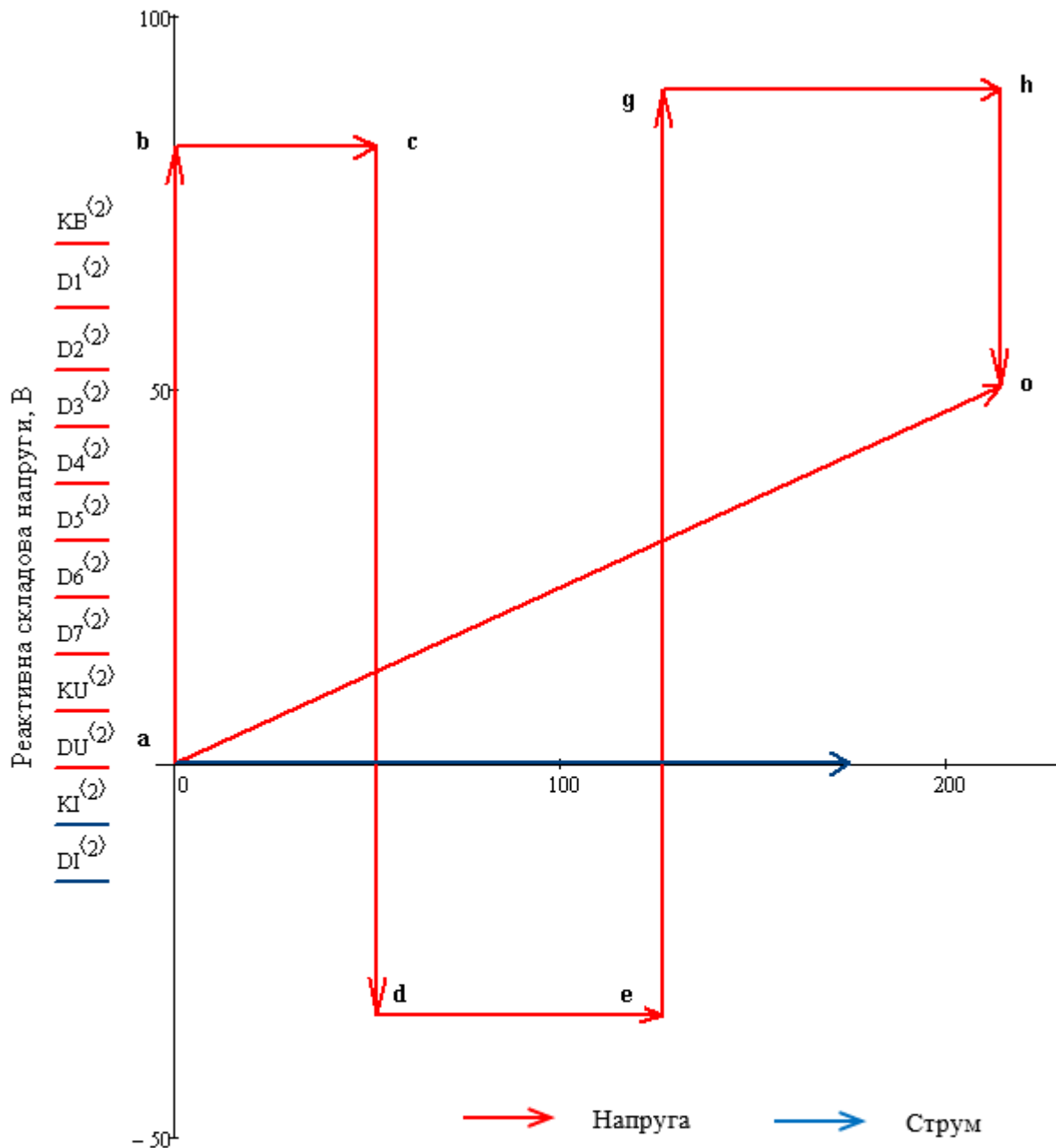
KB := stack(KL1, KR1, KC1, KR2, KL2, KR3, KC2)

$$D1 := S2(KL1^{(1)}, KL1^{(2)}, 5, 2) \quad D2 := S2(KR1^{(1)}, KR1^{(2)}, 6, 1.5) \quad D3 := S2(KC1^{(1)}, KC1^{(2)}, 5, 2)$$

$$D4 := S2(KR2^{(1)}, KR2^{(2)}, 6, 1) \quad D5 := S2(KL2^{(1)}, KL2^{(2)}, 5, 2) \quad D6 := S2(KR3^{(1)}, KR3^{(2)}, 5, 1.5)$$

$$D7 := S2(KC2^{(1)}, KC2^{(2)}, 5, 2) \quad DU := S2(KU^{(1)}, KU^{(2)}, 20, 2) \quad D1 := S2(KI^{(1)}, KI^{(2)}, 5, 1.5)$$

### Потенційна векторна діаграма



$KV^{(1)}, D1^{(1)}, D2^{(1)}, D3^{(1)}, D4^{(1)}, D5^{(1)}, D6^{(1)}, D7^{(1)}, KU^{(1)}, DU^{(1)}, KI^{(1)}, DI^{(1)}$

Активна складова напруги, В. Сила струму ( $\Gamma \cdot 40$ ), А

Оцінка похибок

Логарифмування функції струму

$$LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu_1, U_1) := \ln(F_2(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu_1, U_1))$$

Частинні похідні від логарифму функції струму

$$PR1(R_1) := \frac{\partial}{\partial R_1} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U) \quad PR2(R_2) := \frac{\partial}{\partial R_2} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U)$$

$$PR3(R3) := \frac{\partial}{\partial R3} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U) \quad PL1(L1) := \frac{\partial}{\partial L1} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U)$$

$$PL2(L2) := \frac{\partial}{\partial L2} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U) \quad PC1(C1) := \frac{\partial}{\partial C1} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U)$$

$$PC2(C2) := \frac{\partial}{\partial C2} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U) \quad P\nu(\nu1) := \frac{\partial}{\partial \nu1} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu1, U)$$

$$PU(U1) := \frac{\partial}{\partial U1} LF(R_1, R_2, R_3, L_1, L_2, C_1, C_2, \nu, U1)$$

Матриця складових відносної похибки, %

$$\Delta \varepsilon := \begin{pmatrix} |PR1(R_1) \cdot \Delta R_1| \\ |PR2(R_2) \cdot \Delta R_2| \\ |PR3(R_3) \cdot \Delta R_3| \\ |PL1(L_1) \cdot \Delta L_1| \\ |PL2(L_2) \cdot \Delta L_2| \\ |PC1(C_1) \cdot \Delta C_1| \\ |PC2(C_2) \cdot \Delta C_2| \\ |P\nu(\nu) \cdot \Delta \nu| \\ |PU(U) \cdot \Delta U| \end{pmatrix} \cdot 100 = \begin{pmatrix} 0.967 \\ 1.354 \\ 1.934 \\ 1.427 \\ 2.853 \\ 2.008 \\ 0.472 \\ 0.301 \\ 2.273 \end{pmatrix}$$

Абсолютна гранична похибка сили струму, А

Граничне значення відносної похибки сили струму, %

$$\varepsilon_{\text{max}} := \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{rows}(\Delta \varepsilon)} (\Delta \varepsilon_i)^2} = 5.1$$

Значення сили струму, А

$$I = 4.4$$

$$\Delta I := \frac{1 \cdot \varepsilon}{100} = 0.05$$

### Висновки

Використання математичного пакету MathCAD при розв'язанні фізичних задач підвищує продуктивність роботи студента. Розв'язання подібних задач засобами системи MathCAD вимагає від студента більш поглибленого знання фізики та створення власної програми для проведення розрахунків. Для розробки програми студент повинен детально проаналізувати фізичну суть поставленої задачі. При цьому він набуває нових знань, умінь та навичок. Таким чином, розв'язування фізичних задач у поєднанні з ІКТ, а в даному випадку із програмним середовищем MathCAD, сприяють формуванню самостійної роботи студента, а також підвищує його математичний рівень підготовки. Крім того, використання системи MathCAD надає можливість студентам активізувати організацію самостійної роботи з закріплення навчального матеріалу. Очевидно, що система MathCAD, може бути однаково ефективним засобом як під час традиційного так і дистанційного навчання.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Лисенко В. П., Болбот І. М. Комп'ютери та комп'ютерні технології: навч. посіб. Ч.1. Програмування в математичному пакеті MathCAD. Київ: Аграрна освіта, 2010. 229 с.
- Мілюкова І. Р. Застосування математичного пакету MathCAD при розв'язанні задач з фізики. *Фізико-математична освіта*. 2019. Вип. 2. С. 99–106. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo\\_2019\\_2\\_18](http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo_2019_2_18) (дата звернення: 04.03.2023).

2. Одновол Д. Г. Практика використання прикладних математичних пакетів програм під час лабораторних робіт з фізики. *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету ім. І. Огієнка. Сер. педагогічна*. 2009. Вип. 15. С. 155–157.

3. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : навчальний посібник для студ. техн. і пед. спец. вищ. навч. закладів: У 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм. Київ : Техніка, 2006. 452 с.

4. Петрук В. А., Клеопа І. А. Дистанційне навчання вищої математики в технічних ЗВО. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : збірник наукових праць*. Вінниця : ТОВ «Друк плюс», 2021. Вип. 60. 290-299 с.

5. Розводюк М. П., Блінкін Є. Я., Ткач В. С., Електротехніка. Частина І. Дослідження електричних кіл : навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2006. 206 с.

6. Кучерук І. М., Андріанов В. М. Обробка результатів фізичних досліджень. К.: Вища школа, 1981. 216 с.

7. Сосницька Н. Л., Назарова О. П., Рожкова О. П. Комп'ютерне моделювання фізичних задач засобами Mathcad. *Науково-освітній інноваційний центр суспільних трансформацій*. 2022. С. 223–242. URL: [https://reicst.com.ua/asp/article/view/monograph\\_paradigmatic](https://reicst.com.ua/asp/article/view/monograph_paradigmatic) (дата звернення: 05.03.2023).

8. Кравченко І. В., Микитенко В. І. Інформаційні технології. Системи комп'ютерної математики [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів спеціальності «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 243 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/22913> (дата звернення: 05.03.2023).

9. Herhagel M., Parthol H. (2000) *MathCAD-2000. Polnoe rukovodstvo* [MathCAD-2000. Complete guide]. Kyiv. 412 p. (in Ukrainian)

10. Дзісь В. Г. Автоматизована інформаційна система для апроксимації економічних показників. *Економіка, фінанси, менеджмент: актуальні питання науки і практики*. 2019. № 8 (48). С. 31-39.

11. Фізика і комп'ютерні технології. Навчальний посібник / Зачек І. Р., Лопатинський І. Є., Юр'єв С. О., Рибак О. В., Дубельт С. П. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2019. 360 с.

12. Дзісь В. Г., Левчук О. В., Дячинська О. М. Прикладна математика на основі MathCAD: навч. посіб. Вінниця: ВНАУ, 2020. 378 с.

**Дзісь Віктор Григорович** – канд. техн. наук, доцент кафедри загальної фізики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: dzisvg@gmail.com

**Дячинська Олена Миколаївна** – асистент кафедри математики, фізики та комп'ютерних технологій, Вінницький національний аграрний університет, Вінниця, e-mail: olena.diachynska@gmail.com

**Dzis Viktor G.** – Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Department of General Physics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: dzisvg@gmail.com

**Diachynska Olena M.** – Assistant of the Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies, Vinnytsia National Agrarian University, Vinnytsia, e-mail: olena.diachynska@gmail.com