

## ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА ПЕРЕМЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЖЕСТКОСТИ ОСНОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ СООРУЖЕНИЙ НА ПОДАТЛИВОМ ОСНОВАНИИ

Я. И. Червинский

*Наведені основні принципи методу розрахунку споруд, враховуючи змінну жорсткість ґрунтової основи. Метод змінних коефіцієнтів жорсткості основи дозволяє при розрахунках враховувати нелінійно-непружні деформування ґрунтів і вільні зміщення контактної поверхні основи, а також дозволяє виконувати розрахунок системи "споруда-основа", враховуючи особливості деформування ґрунтів, які мають особливі властивості.*

*Приведены основные принципы метода расчета сооружений, учитывающие переменную жесткость грунтового основания. Метод переменных коэффициентов жесткости основания позволяет при расчетах учитывать нелинейно-неупругую деформируемость грунта и произвольные смещения контактной поверхности основания, а также позволяет выполнять расчет системы "сооружение-основание", при которых можно учитывать особенности деформирования грунтов, обладающих особыми свойствами.*

*Described main principles of structure calculation method, that includes variable stiffness of foundation bed. Method of variable stiffness coefficients allows to take into account nonlinear-nonelastic deformation of soil and free deformations of contact surface of foundation bed, and also allow to execute calculation of "building-foundation" installation. This allow to take into account deformation features of soils, that have special characteristics.*

### Введение

Расчет конструкций с учетом деформативных свойств основания предполагает соответствующую идеализацию многообразия механических свойств грунтов, представляющих его. Уровень абстракции при этом зависит от требований, предъявляемых к расчетной схеме системы "конструкция–основание". В общем случае можно выделить три основные группы методов расчетов: метод местных упругих деформаций; метод общих упругих деформаций; комбинированные методы. Как это ни парадоксально, но основными недостатками указанных выше методов являются их основополагающие концепции: игнорирование распределительной способности основания в случае винклеровского основания и чрезмерная распределительная способность упругого полупространства. Поэтому, совершенно естественными были разработки комбинированных методов моделирования основания, в которых эти недостатки сглаживались за счет введения дополнительных условий при математическом формулировании задачи.

**Цель работы:** рассмотреть метод переменных коэффициентов жесткости основания (МПКЖ) [1-6].

### Основная часть

Основополагающей концепцией МПКЖ является аппроксимация непрерывной величины, жесткостных характеристик основания, множеством кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей – контактных узлов основания.

Взаимодействие сооружения и основания можно рассматривать как взаимодействие их контактных узлов. На рисунке 1 приведена расчетная схема системы "сооружение-основание", которая состоит из двух подобластей верхнего уровня дискретизации:  $G$  – сооружение и  $H$  – основание. Области  $G$  и  $H$  имеют сетку дискретизации на элементарные подобласти, построенную на узлах  $I$ ,  $J$ ,  $S$  и  $T$ , для которых множества  $I$  и  $J$ , также как и  $S$  и  $T$  – непересекающиеся, а  $J$  и  $T$  имеют общие узлы:

$$I \cap J = \emptyset; \quad S \cap T = \emptyset; \quad (I \cup J) \cap (S \cup T) \neq \emptyset,$$

где  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_{N_i}\}$  – множество внутренних узлов сооружения;

$J = \{j_1, j_2, \dots, j_{N_j}\}$  – множество контактных узлов сооружения;  
 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{N_s}\}$  – множество внутренних узлов основания;  
 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{N_t}\}$  – множество контактных узлов основания;  
 $N_i, N_j$  – соответственно количество внутренних и контактных узлов сооружения;  
 $N_s, N_t$  – соответственно количество внутренних и контактных узлов основания.

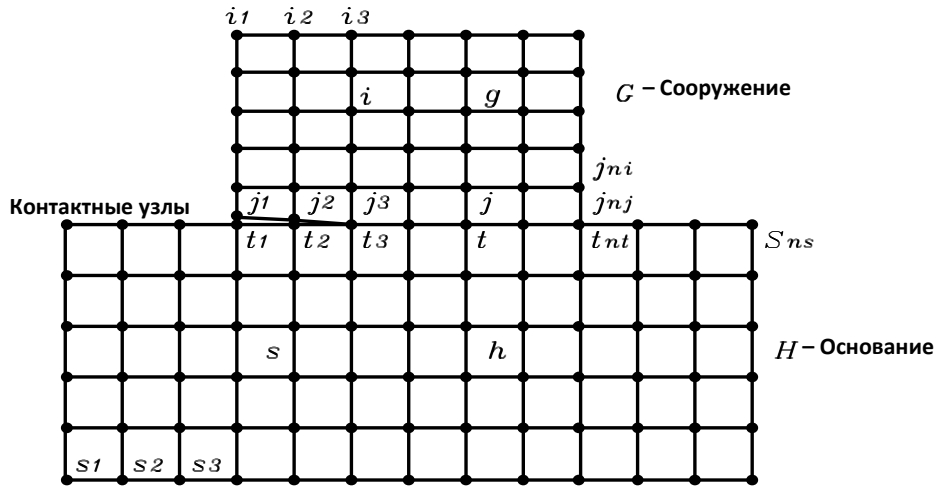


Рис. 1. Схема дискретизации системы "сооружение – основание"

Уравнение равновесия для системы "сооружение-основание" имеет вид [7]:

$$\begin{aligned}
 & \left( [K_{jj}] - [K_{ji}] [K_{ii}]^{-1} [K_{ij}] \right) \{w_j\} + [K_{ji}] [K_{ii}]^{-1} \{F_i\} - \{F_j\} = \\
 & = \{F_t\} - \left( [K_{tt}] - [K_{ts}] [K_{ss}]^{-1} [K_{st}] \right) \{w_t\} - [K_{ts}] [K_{ss}]^{-1} \{F_s\}.
 \end{aligned}$$

Из структуры этого уравнения можно сделать следующие выводы:

1. Решение задачи взаимодействия сооружения и основания можно существенно упростить, рассматривая только взаимодействие их контактных поверхностей (контактных узлов).

2. Решение задачи взаимодействия сооружения и основания можно выполнять в виде двухшагового итерационного процесса, когда последовательно рассматриваются сооружение и основание. При расчете сооружения основание задается коэффициентами жесткости в контактных узлах сооружения. При расчете основания сооружение задается нагрузками от него в контактных узлах основания. Итерационный процесс решения контактной задачи завершается после сходимости одного из параметров контактных узлов расчетной схемы, например, коэффициентов жесткости основания.

3. В левой и правой частях уравнения фигурируют два вектора – вектор перемещений контактных узлов сооружения  $\{w_j\}$  и вектор перемещений контактных узлов основания  $\{w_t\}$ . Это позволяет в процессе итераций при решении контактной задачи выполнять анализ деформирования контактных поверхностей сооружения и основания. Рассматривая решение контактной задачи как взаимодействие отдельных пар контактных узлов сооружения и основания можно моделировать такие процессы как отрыв сооружения от основания, подработку, просадку, набухание, усадку и другие особенности деформирования грунтов, обладающих особыми свойствами.

В процессе сложного нагружения этой системы возможны два состояния работы контактных узлов: 1-е состояние – соответствующие контактные узлы сооружения и основания вступили в контакт; 2-е – контакта нет. Каждый контактный узел является математической моделью элементарной площадки контактной поверхности, которому присваиваются все ее

свойства, поэтому, говоря о взаимодействии контактных узлов, следует рассматривать взаимодействие этих площадок с присущими им свойствами. На рис. 2 показана схема моделирования взаимодействия элементарных контактных площадок контактными узлами.

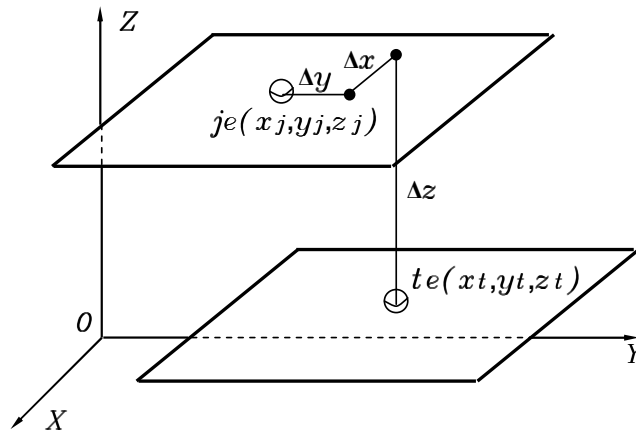


Рис. 2. Схема моделирования контактных площадок узлами

При описании жесткостных свойств основания в МПКЖ можно выделить три основных иерархических уровня:

1. Жесткостные свойства основания разделяются по виду его деформирования: коэффициенты жесткости основания при сжатии –  $K_{cm} = p/w$ ; коэффициенты жесткости основания при сдвиге –  $K_{dt} = t/u$ .
2. Каждый вид коэффициента жесткости зависит от геометрических характеристик контактной поверхности, в частности от координат контактных узлов на контактной поверхности, геологического строения основания, взаимного начального положения контактных поверхностей конструкции и основания;
3. Коэффициент жесткости в контактном узле, в общем случае, является величиной переменной, в связи с нелинейной работой грунта основания и зависит от свойств грунта, которые учитываются в конкретном расчете. Деформационные свойства основания в контактном узле описываются комплексными характеристиками – функциями "перемещение-усилие", которые для нелинейно-неупругого основания в общем виде можно записать:

– при сжатии:

$$w = f_1(p); p = \psi_1(w) \text{ – активные деформации сжатия (увеличение сжимающих усилий);}$$

$$w = f_2(p); p = \psi_2(w) \text{ – пассивные деформации сжатия (уменьшение сжимающих усилий);}$$

$$w = f_3(p); p = \psi_3(w) \text{ – активные деформации растяжения (увеличение растягивающих усилий);}$$

$$w = f_4(p); p = \psi_4(w) \text{ – пассивные деформации растяжения (уменьшение растягивающих усилий);}$$

здесь  $w$  – перемещение контактного узла по нормали к контактной поверхности;  $p$  – усилие в контактном узле в этом направлении;  $\psi = f^{-1}$  – обратные функции.

– при сдвиге:

$$u = g_1(t); t = \zeta_1(u) \text{ – активные деформации при сдвиге в положительном направлении перемещения;}$$

$$u = g_2(t); t = \zeta_2(u) \text{ – пассивные деформации при сдвиге в положительном направлении перемещения;}$$

$$u = g_3(t); t = \zeta_3(u) \text{ – активные деформации при сдвиге в отрицательном направлении перемещения;}$$

$$u = g_4(t); t = \zeta_4(u) \text{ – пассивные деформации при сдвиге в отрицательном направлении перемещения;}$$

перемещения;

где  $u$  – перемещение контактного узла по касательной к контактной поверхности в направлении рассматриваемой координатной оси;  $t$  – усилие в контактном узле в этом

направлении;  $\zeta = g^{-1}$  – обратные функции.

Функциональная зависимость  $\{V\}=[K]\{F\}$  почти всегда имеет нелинейный характер, поэтому расчет системы "сооружение–основание" возможен только итерационными методами. При расчете на сложное нагружение производится разделение истории нагружения на ряд простых нагружений. Сначала расчет выполняется на первое нагружение. Затем с учетом полученных результатов выполняется расчет на дополнительное следующее нагружение и так далее. На каждом шаге нагружения решается линейно-упругая контактная задача. Определение нагрузок от сооружения на контактные узла основания выполняется каким-либо численным методом. Наиболее совместимым численным методом с МПКЖ является метод конечных элементов (МКЭ) так как здесь можно при расчете сооружения учитывать жесткость основания прямым суммированием матриц жесткостей соответствующих контактных узлов сооружения и основания.

Учет нелинейно-неупругих свойств деформирования основания в контактном узле при сложном нагружении требует разрешения нелинейности двух видов: первый обусловлен физической нелинейностью деформирования основания под нагрузкой; второй обусловлен сложной траекторией нагружения основания. Поэтому при моделировании работы контактного узла при действии сжимающих усилий обычно применяется двухуровневая схема:

1. Внутри простого нагружения, на которое разбивается сложное нагружение, используется процедура метода переменных параметров, когда в процессе итерации производится корректировка текущих коэффициентов жесткости основания при сжатии.
2. Для разрешения второго вида нелинейности используется методика перенастройки схем, описывающих деформационные свойства контактного узла при сжатии, в соответствии с достигнутым в предыстории нагружения уровнем обжатия основания.

В качестве примера применения изложенных выше принципов МПКЖ рассмотрим алгоритм расчета свай ограждения котлована. На рис. 3 приведена расчетная схема конструкций ограждения котлована.

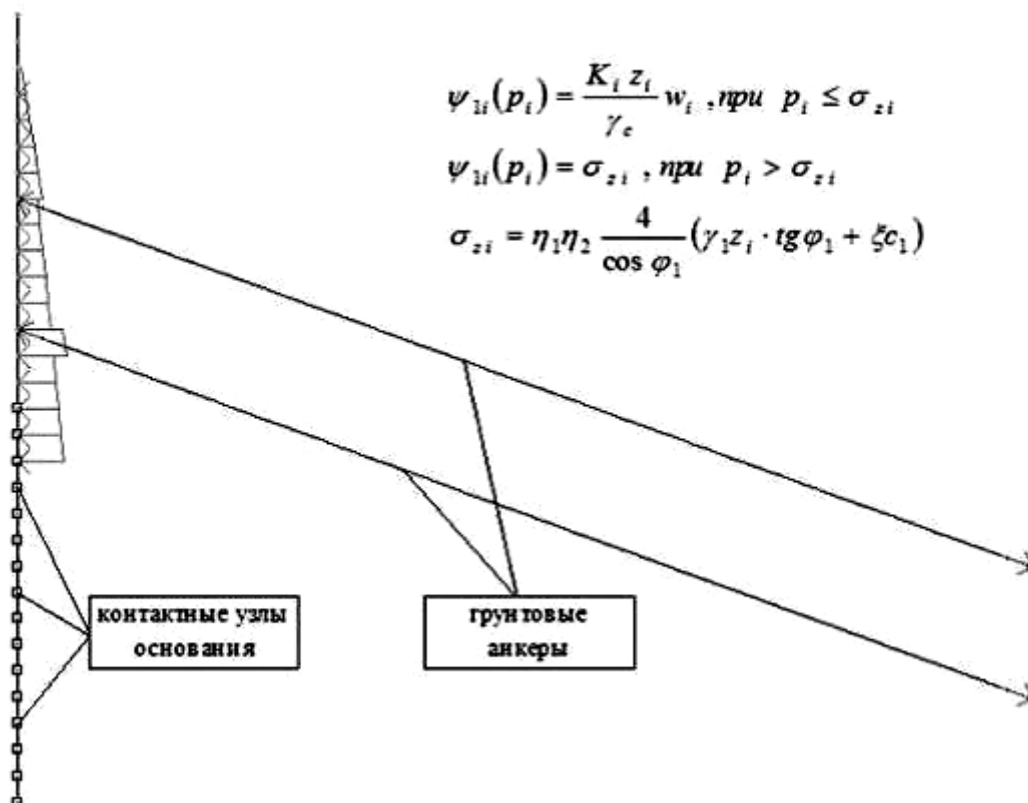


Рис. 3. Расчетная схема конструкций ограждения котлована

Расчетные значения коэффициентов жесткости  $c_z$  грунта на боковой поверхности свай в горизонтальном направлении определялись по формуле:

$$K_{сж\ i} = \frac{K_i z_i}{\gamma_c},$$

где  $K_i$  – коэффициент пропорциональности, принимаемый в зависимости от вида грунта, окружающего сваю;

$z_i$  – глубина расположения сечения сваи в грунте, для которой определяется коэффициент постели, по отношению к поверхности грунта при высоком ростверке или к подошве ростверка при низком ростверке;

$\gamma_c$  – коэффициент условий работы.

Для обеспечения устойчивости ограждения при действии горизонтальных нагрузок необходимо, чтобы давление свай по боковой поверхности не превышало несущей способности грунта в горизонтальном направлении. Расчет устойчивости основания, окружающего сваю должен производиться из условия ограничения расчетного давления  $\sigma_z$ , оказываемого на грунт боковыми поверхностями свай

$$\sigma_z \leq \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \varphi_1} (\gamma_1 z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + \xi c_1),$$

где  $\sigma_z$  – расчетное давление на грунт боковой поверхностью свай;

$\gamma_1$  – плотность грунта ненарушенной структуры, определяемая в водонасыщенных грунтах с учетом взвешивания в воде;

$\varphi_1, c_1$  – расчетные значения грунта соответственно угол внутреннего трения и удельное сцепление;

$\xi$  – коэффициент,  $\xi = 0,3$ ;

$\eta_1$  – коэффициент, равный единице;

$\eta_2$  – коэффициент, учитывающий долю постоянной нагрузки в суммарной нагрузке.

Решение задачи выполнялось методом последовательных итераций, на каждом шаге которой производилась проверка несущей способности грунта и давления по боковой поверхности свай. Итерационный процесс выполнялся до тех пор, пока не было достигнуто условие обеспечения устойчивости грунта в горизонтальном направлении по всей длине свай. После достижения сходимости итерационного процесса определялись усилия в конструктивных элементах ограждения котлована. На рисунке 4 приведены мозаики перемещений узлов свай ограждения при начальном значении коэффициентов жесткости контактных узлов основания (а) и их значениях после завершения итерационного процесса (б). На рисунках 5 и 6 приведены эпюры усилий в свае ограждения при начальном значении коэффициентов жесткости контактных узлов основания (а) и их значениях после завершения итерационного процесса (б).

Из приведенного примера можно сделать один основной вывод – неучет пластических деформаций грунтов основания приводит к неправильному решению, и, как следствие к неправильному конструированию ограждения котлована.

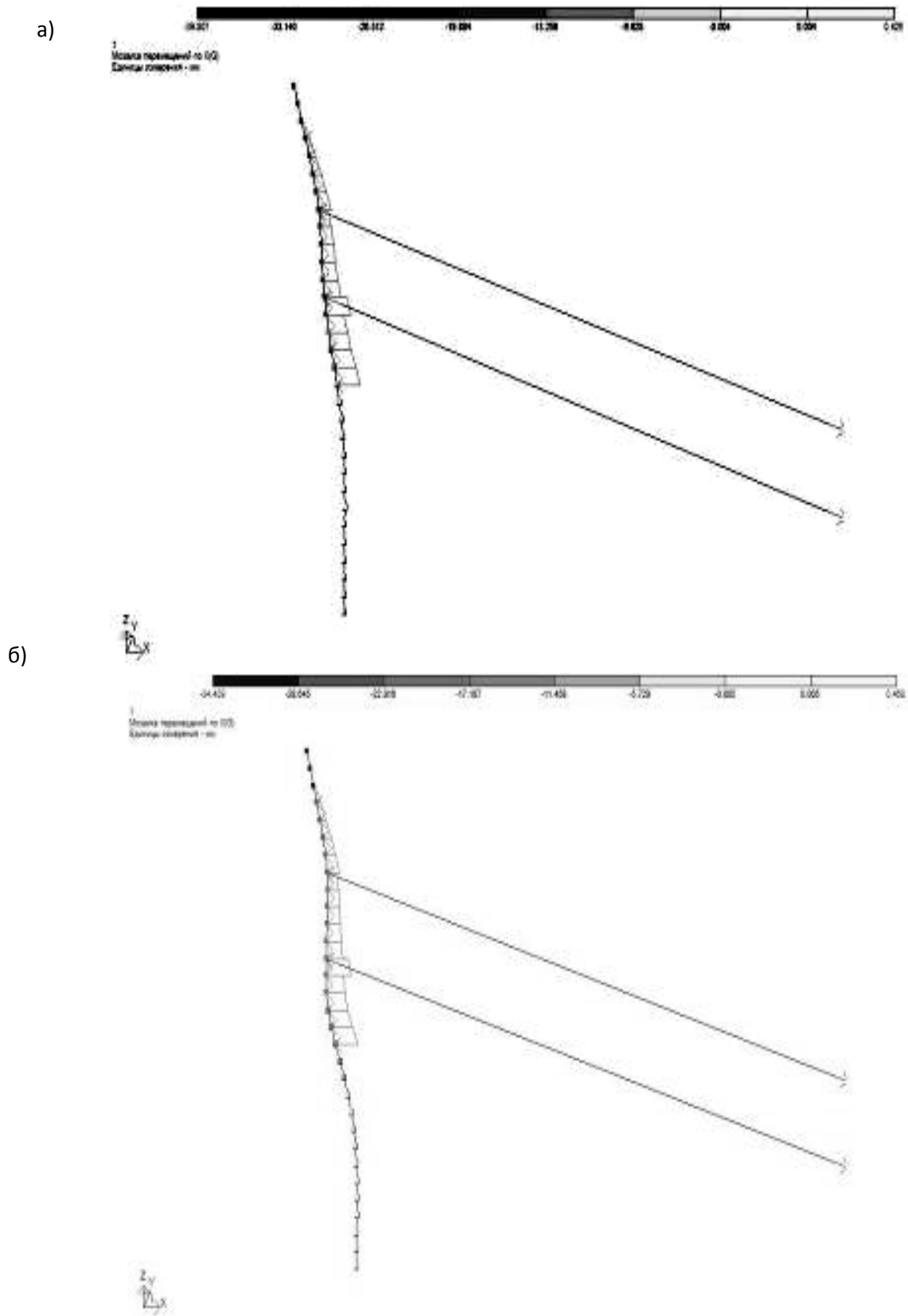


Рис. 4. Мозаика перемещений узлов сваи  
 а) – при начальных коэффициентах жесткости основания;  
 б) – после завершения итерационного процесса

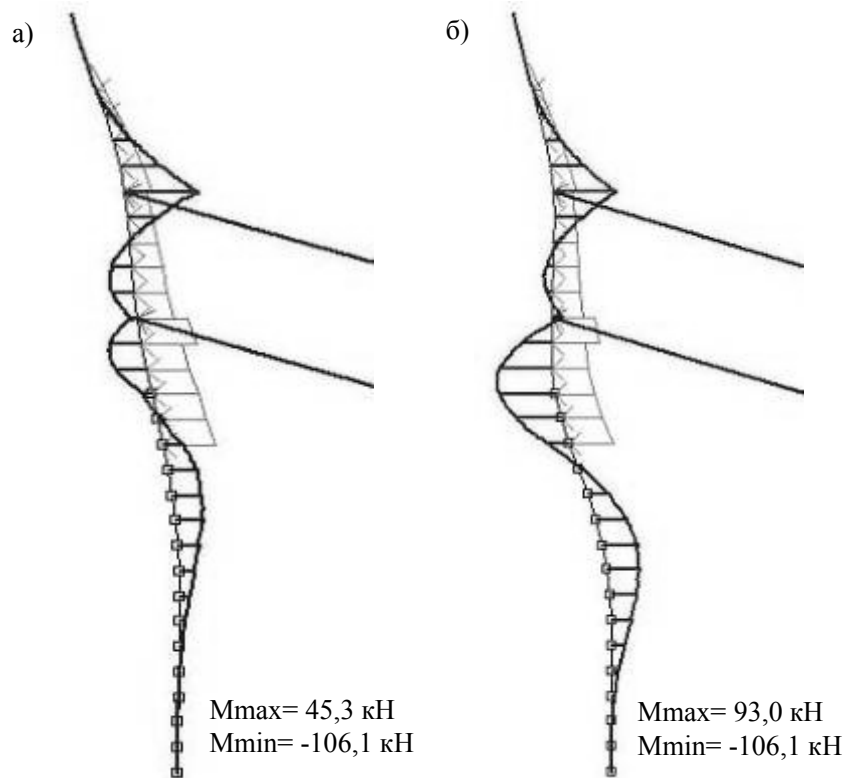


Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов

а) – при начальных коэффициентах жесткости основания;  
б) – после завершения итерационного процесса

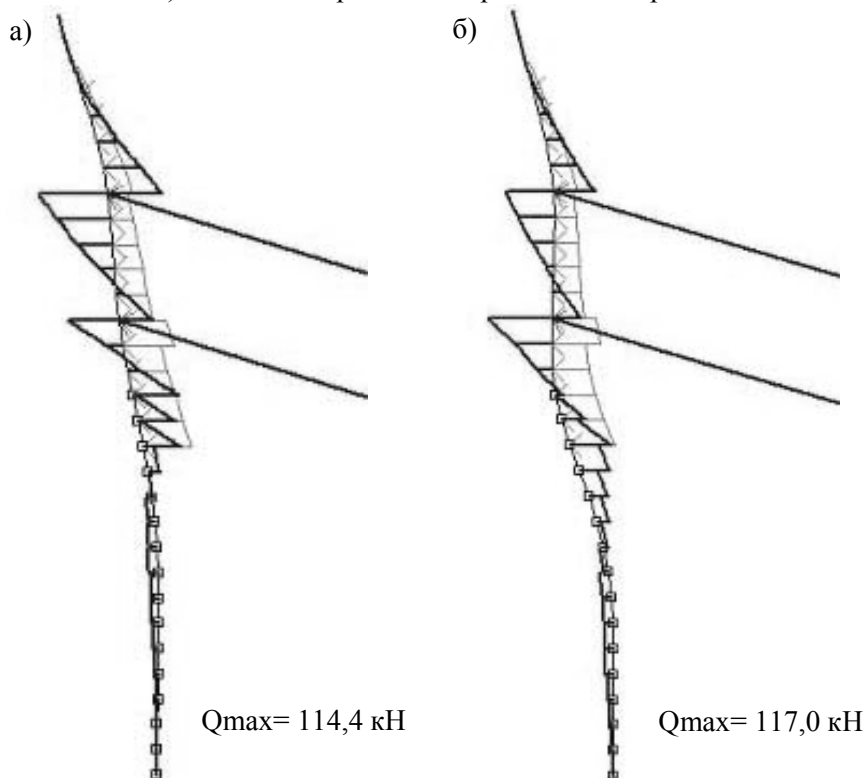


Рис. 6. Эпюры поперечных сил

а) – при начальных коэффициентах жесткости основания;  
б) – после завершения итерационного процесса

**Выводы**

Применение метода переменных коэффициентов жесткости основания позволяет выполнять расчет системы "сооружение–основание", при которых можно учитывать:

- Особенности деформирования оснований, при наличии в них грунтов, обладающих особыми свойствами (просадочные, мерзлые, набухающие и др.).
- Оседания и поднятия поверхности основания при подработках, оползаниях и выпорах грунтов из под фундаментов, карстовых провалах.
- Знакопеременные горизонтальные деформации при прохождении мурды сдвижения на подрабатываемых территориях.
- Реологические свойства грунтов основания.

**Список литературы**

1. Клепиков С. Н. Расчет конструкций на упругом основании. / С. Н. Клепиков – Киев: Будівельник, 1967. – 184 с.
2. Клепиков С. Н. Эффективный метод решения задачи взаимодействия фундамента с надфундаментной конструкцией / С. Н. Клепиков, Г. М. Бобрицкий. – Основания, фундаменты и механика грунтов. 1975, № 1. – С. 9-12.
3. Клепиков С. Н. Расчет конструкций на неупругом основании при совместном применении метода конечных элементов и метода переменных коэффициентов жесткости основания / С. Н. Клепиков, Я. И. Червинский. – Киев, 1984. – 8 с. – Рукопись представлена НИИСК Госстроя СССР. Деп. в ВНИИИС 4 мая 1984, № 5027.
4. Клепиков С. Н. Экспериментальные исследования взаимодействия жесткого штампа и грунтового основания при сложном воздействии сдвигающего усилия / С. Н. Клепиков, Я. И. Червинский. – Киев, 1984. – 13 с. – Рукопись представлена НИИСК Госстроя СССР. Деп. в ВНИИИС 25 января 1985, № 5535.
5. Клепиков С. Н. Расчет сооружений на деформируемом основании. / С. Н. Клепиков – К. : НИИСК, 1996.
6. P. Krivosheev. Development of calculation methods of foundations on the pliable basis in Ukraine / P. Krivosheev, Y. Slyusarenko, J. Chervinsky. – 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Alexandria, Egypt, 5–9 October 2009. Published by IOS Press under the imprint Mill press. ISBN 978-1-60750-031-5 (print). www.iospress.nl. P. 1818-1821
7. Червинский Я. И. Совместный расчет системы «сооружение-основание» с применением метода переменных коэффициентов жесткости основания. – Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. Випуск 3 (28). Присвячений пам'яті доктора технічних наук, професора Олександра Григоровича Онищенка. / Я. И. Червинский – Полтава: ПолтНТУ, 2010. – С. 278-285.

**Червинский Яков Иосифович** – кандидат технических наук, заведующий отделением исследований технического состояния зданий и гидротехнических сооружений.