

## ЗАСТОСУВАННЯ ПРИНЦИПУ Д'АЛАМБЕРА ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ТЕХНІЧНОЇ ЗАДАЧІ

Вінницький національний технічний університет

### Анотація

В роботі представлено застосування принципу Д'Аламбера для зрівноваженості системи сил, що діють на систему матеріальних точок. Розглянуто приклад вирішення технічної задачі.

**Ключові слова:** система сил, принцип Д'Аламбера, сила інерції.

### Abstract

The work presents the application of D'Alembert's principle for the balance of the system of forces acting on the system of material points. An example of solving a technical problem is considered.

**Keywords:** system of forces, D'Alembert's principle, force of inertia.

Свій знаменитий принцип Д'Аламбер сформував у «Трактаті при динаміку» у 1743р. Застосування принципу Д'Аламбера перетворює будь-яку динамічну задачу на статичну: доповнення сил, що діяли на матеріальну точку, силами інерції перетворює систему на взаємно врівноважену [1].

На практиці, принцип Д'Аламбера допомагає інженерам та фізикам аналізувати різноманітні інженерні конструкції та механічні системи. Він може бути використаний для розрахунків мостів, будівель, машин, транспортних засобів тощо. Ідея полягає в тому, щоб розглядати різні сили, які діють на тіло, та враховувати їх вплив на його статичний рівновагу, щоб забезпечити безпеку та ефективність конструкції [2,3].

З розвитком науково-технічного прогресу швидкість обертання деталей машин зросли до декількох десятків, а в деяких випадках – до сотень тисяч обертів в хвилину. При таких швидкостях навіть незначна незрівноважена маса може призвести до виходу зі строю та поломки механізму.

Зрівноваження частин механізмів, що обертаються (ротора турбіни або електродвигуна, колінчастого валу, шківів та ін.) є важливою технічною задачею.

Метою роботи є застосування принципу Д'Аламбера для вирішення проблеми врівноваження колінчастого валу (рис. 1).

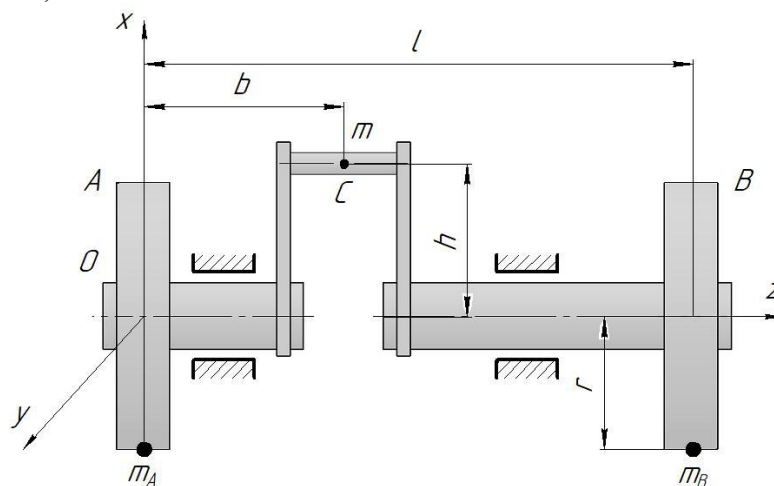


Рис. 1. Колінчастий вал одноциліндрового двигуна

На колінчастому валу одноциліндрового двигуна розміщені два однакових маховика А та В радіусом  $r = 0,5\text{м}$ . Шийка коліна валу масою  $m = 21\text{кг}$ , знаходиться на відстані  $h = 0,2\text{м}$  від осі. Необхідно визначити маси  $m_A$  та  $m_B$  вантажів, які потрібно розмістити на обідах маховиків, щоб зрівноважити систему при  $b = 0,6\text{м}$ ,  $l = 1,4\text{м}$ .

Для визначення точкових мас використаємо рівняння (1):

$$\begin{aligned} Mx_C + m_Ax_A + m_Bx_B &= 0, \\ My_C + m_Ay_A + m_By_B &= 0, \\ J_{xz} + m_Ax_Az_A + m_Bx_Bz_B &= 0, \\ J_{yz} + m_Ay_Az_A + m_By_Bz_B &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Проведемо координатні вісі так, щоб коліно валу знаходилося в площині  $O_{xz}$ . Відтак,  $y_C = 0$ , і так як при цьому вісь  $O_y$  для точки  $O$  буде головною віссю інерції, то  $J_{yz} = 0$ . Крім того, якщо позначити масу всієї системи через  $M$ , то для неї  $x_C = mh/M$  і  $J_{xz} = mhb$ . Для вантажів координати  $y_A = y_B = 0$ .

З врахуванням цього, маємо:

$$\begin{aligned} Mx_C + m_Ax_A + m_Bx_B &= 0, \\ J_{xz} + m_Ax_Az_A + m_Bx_Bz_B &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Так як вантажі розташовуються на обідах маховиків, то  $z_A = 0$ ,  $z_B = l$ ,  $x_A = x_B = -r$ . Підставимо значення координат в (2), отримаємо:

$$M \frac{mh}{M} - m_A r - m_B r = 0, \quad (3)$$

$$mhb - m_A r \cdot 0 - m_B r \cdot l = 0. \quad (4)$$

Вирішуючи рівняння, знайдемо:

з (4)

$$m_B = \frac{bhm}{rl} = 3,6 \text{ кг},$$

з (3)

$$m_A = \frac{(l-b)hm}{rl} = 4,8 \text{ кг}.$$

Розміщення цих вантажів на обідах маховиків зробить систему зрівноваженою, чим вирішить проблему представленого колінчастого валу одноциліндрового двигуна.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Лобас Л.Г. Теоретична механіка: Підручник для студентів вищих технічних навчальних закладів / Л.Г. Лобас, Люд.Г. Лобас. – К.: ДЕТУТ, 2008. – 406 с.

2. Огородніков В.А. Теоретична механіка. Динаміка. Самостійна та індивідуальна робота студентів: конспект лекцій / В.А. Огородніков, В.О. Федотов, І.Ю. Кириця – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 84 с.

3. Федотов В.О. Теоретична та прикладна механіка. (Технічна механіка) Самостійна та індивідуальна робота студентів. Частина 1: навчальний посібник / В. О. Федотов, І. В. Віштак, Т. І. Молодецька – Вінниця: ВНТУ, 2018. – 107 с

**Молодецька Тетяна Ігорівна к.т.н., доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, [molodetska\\_tanya@ukr.net](mailto:molodetska_tanya@ukr.net)**

**Онищук Тарас Андрійович, студент гр.ТЕ-22б, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.**

**Molodetska Tatyana Igorivna, candidate of engineering sciences, docent, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, [molodetska\\_tanya@ukr.net](mailto:molodetska_tanya@ukr.net).**

**Onyshchuk Taras Andriyovych, student of TE-22b group, faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.**