

ЗАДАЧІ НА ДОСЛІДЖЕННЯ У ФІЗИЦІ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОХІДНОЇ

¹ДНЗ «Вище професійне училище №7 м. Вінниці»

²Вінницький національний технічний університет. Кафедра загальної фізики

Анотація

Показано застосування поняття похідної функції під час розв'язування задач з фізики підвищеної складності. Наведено приклад.

Ключові слова: функція, похідна функції, зміна функції, задачі з фізики.

Abstract: The application of the concept of a derivative function during solving physics problems of increased complexity is shown. An example is given.

Key words: function, derivative of a function, change of a function, physics problems.

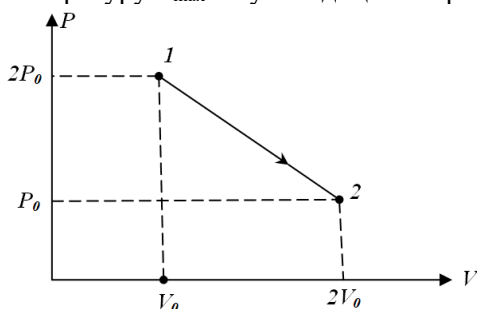
Вступ

Нині навчальний процес у середніх і вищих навчальних закладах України став більш складним за своїми завданнями, інтенсивнішим за його змістом. Однією з проблем залишається формування в учнів, студентів навичок дослідження фізичних явищ. Важливу роль у розв'язанні даної проблеми відіграють фізичні задачі на дослідження з використанням похідної. Задача на дослідження – це задача, в якій сформульована вимога встановити границі зміни тієї чи іншої величини, а також визначити її екстремальні значення, здійснимі на основі фізичних законів та методів дослідження функцій.

Результати дослідження

Існує велика кількість різноманітних задач підвищеної складності в різних розділах фізики, які можна розв'язувати використовуючи поняття похідної. Такі задачі часто зустрічаються під час проведення звичайних занять у профільних класах, під час підготовки учнів до олімпіади або ЗНО з фізики. Даний тип задач може бути використаний вчителем математики під час вивчення теми «Застосування похідної». Для прикладу покажемо використання поняття похідної під час розв'язання задачі з розділу молекулярної фізики.

Задача. Один моль ідеального газу переводять зі стану (1) у стан (2). Визначити максимальну температуру T_{\max} газу в ході цього процесу.



Дано:

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$T_{\max} - ?$$

Розв'язання:

Скористаємось рівнянням Менделєєва-Клапейрона :

$$pV = \nu RT$$

З нього слідує
$$T = \frac{pV}{\nu R}, \quad (1)$$

ν і R – це постійні, температура T буде максимальною, якщо добуток pV – максимальний. Процес відбувається вздовж прямої 1-2. Запишемо рівняння прямої:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

де $(x_1; y_1)$ – координати точки в стані 1, $(x_2; y_2)$ – в стані 2.

В нашому випадку:

$$\begin{aligned} x_1 &= V_0 & x_2 &= 2V_0 \\ y_1 &= 2p_0 & y_2 &= p_0 \end{aligned}$$

Наші змінні – V і P , підставивши в рівняння прямої, отримаємо:

$$\frac{V - V_0}{2V_0 - V_0} = \frac{p - 2p_0}{p_0 - 2p_0}, \text{ або } \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{p - 2p_0}{-p_0}, \quad -p_0(V - V_0) = (p - 2p_0)V_0$$

Зробивши перетворення, дістанемо:

$$p = 2p_0 - \frac{p_0}{V_0}(V - V_0), \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1):

$$T = \frac{V}{\nu p} \cdot \left(2p_0 - \frac{p_0}{V_0}(V - V_0) \right) = \frac{1}{\nu R} \left(2p_0V - \frac{p_0V^2}{V_0} + p_0V \right) = \frac{1}{\nu R} \left(3p_0V - \frac{p_0V^2}{V_0} \right)$$

Отже:

$$T = \frac{1}{\nu R} \left(3p_0V - \frac{p_0V^2}{V_0} \right), \quad (3)$$

Наша функція $T=T(V)$ має вигляд (3). Це рівняння параболи відносно V . Точка максимуму – вершина параболи.

Дослідимо нашу функцію на екстремуми (беремо похідну)

$$\frac{1}{\nu R} \left(3p_0V - \frac{p_0V^2}{V_0} \right)' = \frac{1}{\nu R} \left(3p_0 - \frac{2p_0V}{V_0} \right)$$

Прирівнявши до нуля, отримаємо:

$$3p_0 - \frac{2p_0V}{V_0} = 0, \text{ тоді } V = \frac{3}{2}V_0$$

Критична точка (вершина параболи) належить проміжку $[V_0, 2V_0]$

$$T = \frac{1}{\nu R} \left(3p_0 \cdot V - \frac{p_0V^2}{V_0} \right), \text{ при } V^2 - \text{від'ємний коефіцієнт } V = \frac{3V_0}{2}, \text{ маємо максимум}$$

З рівняння (2) визначасмо P .

$$p = 2p_0 - \frac{p_0}{V_0} \left(\frac{3V_0}{2} - V_0 \right) = 2p_0 - \frac{p_0}{2} = \frac{3}{2} p_0,$$

$$p = \frac{3}{2} p_0,$$

Тоді максимум значень в точці: $\left(\frac{3V_0}{2}; \frac{3}{2} p_0 \right)$

А максимальна температура:
$$T_{max} = \frac{\frac{3}{2} p_0 \cdot \frac{3}{2} V_0}{\nu R} = \frac{9}{4} \cdot \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

Висновки

Розв'язування задач на дослідження функції з використанням похідної сприяє забезпеченню міцного і свідомого оволодіння учнями, студентами системою фізичних знань, практичних умінь і навичок, усвідомленню того, як фізичні теорії, закони, закономірності застосовуються на практиці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Олена Стадник Розв'язування задач з фізики «ФІЗИКА», газета для вчителів фізики, N13, вкладка, 2014.
2. В.Д. Шарко «Сучасний урок», Київ, 200, 23 с.
3. Розв'язування навчальних задач з фізики: питання теорії методики/С.У.Гончаренко, Є.В.Коршак, А.І.Павленко та ін.: за заг. ред. Є.В. Коршака.-К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2004.-185 с.

Лиса Галина Василівна – викладач фізики вищої категорії, викладач-методист Державного навчального закладу «Вище професійне училище №7 м. Вінниці».

Лисий Михайло Вікторович. – доцент кафедри фізики, кандидат фізико-математичних наук, ВНТУ, E-mail: m.lysyi64@gmail.com.