

Ю. Г. Ведміцький
 К. С. Ковтун
 М. О. Сліденко
 О. Ю. Тіслін
 В. Б. Ластівка

КОЕФІЦІЄНТ ВІДБИТТЯ ЗА ПОТУЖНІСТЮ В ФУНКЦІЇ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ХВИЛЬОВОЮ ПРОВІДНІСТЮ ДОВГОЇ ЛІНІЇ ТА ПРОВІДНІСТЮ СПОЖИВАЧА

Вінницький національний технічний університет

Анотація

В роботі проведено математичну (аналітичну) ідентифікацію функціональної залежності між коефіцієнтом відбиття за потужністю та співвідношенням між модулями хвильової провідності довгої лінії та комплексної провідності споживача з урахуванням їх аргументів.

Поставлена задача закладає необхідне теоретичне підґрунтя щодо проведення оптимізації (за зазначеним критерієм енергетичної ефективності) поточного режиму роботи електроенергетичної системи типу "довга лінія + споживач".

Ключові слова: теоретична електротехніка, електричне коло з розподіленими параметрами, двопровідна довга лінія, електромагнітна хвиля, простір, час, диференціальні рівняння в частинних похідних, телеграфні рівняння, миттєві напруги, струми

Abstract

In the article, a mathematical (analytical) identification of the functional dependence between the reflection coefficient by power and the ratio between the modules of the wave conductivity of the long line and the complex conductivity of the consumer is carried out, taking into account their arguments.

The set task lays the necessary theoretical basis for optimization (according to the specified energy efficiency criterion) of the current mode of operation of the power system of the "long line + consumer" type.

Keywords: theoretical electrical engineering, electric circuit with distributed parameters, three-wire long line, electromagnetic wave, space, time, differential equations in partial derivatives, telegraph equations, instantaneous voltages, currents

Вступ

В одновимірних направлених системах з розподіленими параметрами, прикладом яких є довга лінія, домінують хвильові процеси електромагнітної природи [1-6]. В таких електротехнічних системах, а до них відносять і мережеві лінії електропередачі в електроенергетиці та силовій електроніці, і провідні канали зв'язку в інформаційній техніці, енергія від джерела до споживача поширюється в просторі-часі у вигляді електромагнітної хвилі.

Зазначене виявляє себе в розв'язках інтегрування диференціальних рівнянь в частинних похідних, які і описують просторово розподілені динамічні процеси, розкриваючи водночас доволі складний характер їх фізичної сутності.

Зокрема розв'язки системи телеграфних рівнянь двопровідної довгої лінії

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

виявляють суперпозицію двох електромагнітних хвиль – прямої та зворотної

$$\begin{cases} u(x,t) = u_{np}(x,t) + u_{zv}(x,t); \\ i(x,t) = i_{np}(x,t) - i_{zv}(x,t), \end{cases} \quad (2)$$

які незалежно і зустрічно одна до одної поширюються ділянками розподіленого електричного кола, переносять електромагнітну енергію і розкривають в просторі-часі енергетичну активність як силових процесів у разі електроенергетичних систем, так і електричних сигналів в інформаційних системах.

Водночас залежність параметрів кожної із таких хвиль обумовлена дією спільних чинників – найперше електричних та магнітних властивостей довгої лінії як середовища, яким поширюються електромагнітні хвилі, та характеристик споживачів і джерел електричної енергії (або інформації), які взаємодіють з довгою лінією.

Наразі зосередимо нашу увагу на електроенергетичній сутності вияву фізичних процесів, оскільки енергетичним та інформаційним електричним колам властиве якісно різне призначення, а отже, і різні критерії оцінки ефективності роботи таких систем.

З-поміж показників ефективності роботи довгої лінії зупинимося на *коефіцієнті відбиття за потужністю*, який визначимо як відношення двох активних потужностей – зворотної та прямої електромагнітних хвиль в кінці лінії

$$\eta = \frac{P_{ze}}{P_{np}}, \quad (3)$$

де

$$\begin{cases} P_{ze} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{ze}(y, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_{ze}(y, t) i_{ze}(y, t) dt, \\ P_{np} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{np}(y, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_{np}(y, t) i_{np}(y, t) dt \end{cases} \quad (4)$$

за умови

$$y = l - x = 0. \quad (5)$$

В розв'язуванні поставленої задачі доцільно перейти до системи координат, початок якої збігається з кінцем довгої лінії, а вісь спрямована до джерела електричної енергії (початку лінії). Тому в співвідношенні (5) параметр l – це довжина довгої лінії, а y є просторовою координатою в новій системі координат.

Необхідність дослідження коефіцієнта відбиття за потужністю обумовлена наявною залежністю ефективності роботи досліджуваної електроенергетичної системи і від параметрів довгої лінії, і від електричних властивостей споживача.

Зазначене найперше стосується зворотної електромагнітної хвилі. Як відомо, в *узгодженому режимі* роботи довгої лінії така хвиля взагалі відсутня.

Умовою узгодженого режиму роботи є відповідність між хвильовим опором власне довгої лінії Z_{xe} та комплексним опором споживача електричної енергії Z_n (або відповідність між їх комплексними провідностями):

$$\begin{aligned} Z_{xe} &= Z_n \\ & \left(\text{або } Y_{xe} = Y_n \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Відсутність узгодження поміж зазначеними параметрами породжує зворотну електромагнітну хвилю.

Фізично (з енергетичної точки зору) це означає, що електрична енергія, яка з прямою електромагнітною хвилею надходить до споживача, через зазначену неузгодженість споживається споживачем лише частково. Інша ж частина цієї енергії, котра неспожита, внаслідок віддзеркалення на межі розділу в кінці довгої лінії розпочинає свій рух назворот, відповідно породжуючи зворотну електромагнітну хвилю.

Відтак *метою роботи* є аналітичне визначення функціональної залежності між коефіцієнтом відбиття за потужністю та співвідношенням між модулями зазначених в (6) комплексних опорів (або провідностей) з урахуванням їх аргументів.

Поставлена задача закладає необхідне теоретичне підґрунтя щодо проведення оптимізації (за зазначеним критерієм енергетичної ефективності) поточного режиму роботи електроенергетичної системи типу “довга лінія + споживач”.

Математична ідентифікація залежності коефіцієнта відбиття за потужністю в залежності від хвильової провідності довгої лінії та комплексної провідності споживача

Поставлену задачу розв'яжемо в термінах *комплексної повної потужності*, дійсна частина якої, як відомо, є *активною* потужністю, споживаною двополюсником, а уявна частина – *реактивною*.

1) Відтак комплексна повна потужність, що споживається споживачем

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \bar{I}_2 = \underline{U}_2 (\bar{I}_{2_{np}} - \bar{I}_{2_{зв}}) = \underline{U}_2 \bar{I}_{2_{np}} - \underline{U}_2 \bar{I}_{2_{зв}} = \underline{S}_{2_{np}} - \underline{S}_{2_{зв}}, \quad (7)$$

де

$$\begin{cases} \underline{S}_{2_{np}} = P_{2_{np}} + jQ_{2_{np}}; \\ \underline{S}_{2_{зв}} = P_{2_{зв}} + jQ_{2_{зв}}, \end{cases} \quad (8)$$

відповідно до (7) та (8) – фізична суть різниці двох комплексних повних потужностей – прямої і зворотної.

2) Оскільки $\underline{I}(y) = \underline{I}_{np}(y) - \underline{I}_{зв}(y) = \frac{\underline{B}_{np}}{\underline{Z}_{хв}} e^{\gamma y} - \frac{\underline{B}_{зв}}{\underline{Z}_{хв}} e^{-\gamma y}$, то комплекс діючого значення струму

$$\underline{I}_2 = \underline{I}(0) = \underline{I}_{np}(0) - \underline{I}_{зв}(0) = \frac{\underline{B}_{np}}{\underline{Z}_{хв}} - \frac{\underline{B}_{зв}}{\underline{Z}_{хв}}, \quad (9)$$

де відповідно до (9) комплекс діючого значення струму прямої хвилі

$$\underline{I}_{2_{np}} = \frac{\underline{B}_{np}}{\underline{Z}_{хв}}, \quad (10)$$

а зворотної

$$\underline{I}_{2_{зв}} = \frac{\underline{B}_{зв}}{\underline{Z}_{хв}}, \quad (11)$$

3) Для сталих інтегрування прямої та зворотної електромагнітних хвиль у разі визначення їх через крайові умови в кінці довгої лінії запишемо

$$\begin{cases} \underline{B}_{np} = \frac{1}{2} (\underline{U}_2 + \underline{Z}_{хв} \underline{I}_2) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_{хв}}{\underline{Z}_н} \right); \\ \underline{B}_{зв} = \frac{1}{2} (\underline{U}_2 - \underline{Z}_{хв} \underline{I}_2) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \left(1 - \frac{\underline{Z}_{хв}}{\underline{Z}_н} \right). \end{cases} \quad (12)$$

4) З урахуванням (10)-(12) маємо

$$\begin{cases} \underline{I}_{2_{np}} = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \left(\frac{1}{\underline{Z}_{хв}} + \frac{1}{\underline{Z}_н} \right) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 (\underline{Y}_{хв} + \underline{Y}_н) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \underline{Y}_{np}; \\ \underline{I}_{2_{зв}} = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \left(\frac{1}{\underline{Z}_{хв}} - \frac{1}{\underline{Z}_н} \right) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 (\underline{Y}_{хв} - \underline{Y}_н) = \frac{1}{2} \underline{U}_2 \underline{Y}_{зв}, \end{cases} \quad (13)$$

де $\underline{Y}_{хв} = Y_{хв} e^{j\psi_{Y_{хв}}}$ – хвильова провідність довгої лінії;

$\underline{Y}_н = Y_н e^{j\psi_{Y_н}}$ – комплексна провідність споживача.

5) З урахуванням (7) та (13) для комплексних повних потужностей прямої і зворотної хвиль в кінці довгої лінії маємо

$$\begin{cases} \underline{S}_{2_{np}} = \underline{U}_2 \bar{I}_{2_{np}} = \underline{U}_2 \cdot \frac{1}{2} \bar{U}_2 \bar{Y}_{np} = \frac{1}{2} \underline{U}_2^2 (\bar{Y}_{хв} + \bar{Y}_н); \\ \underline{S}_{2_{зв}} = \underline{U}_2 \bar{I}_{2_{зв}} = \underline{U}_2 \cdot \frac{1}{2} \bar{U}_2 \bar{Y}_{зв} = \frac{1}{2} \underline{U}_2^2 (\bar{Y}_{хв} - \bar{Y}_н). \end{cases} \quad (14)$$

6) Тоді з урахуванням (8) для активних потужностей прямої і зворотної хвиль в кінці довгої лінії можемо записати

$$\begin{cases} P_{2_{np}} = Re\{S_{2_{np}}\} = \frac{1}{2}U_2^2 \cdot Re\{\bar{Y}_{xg} + \bar{Y}_n\}; \\ P_{2_{zg}} = Re\{S_{2_{zg}}\} = \frac{1}{2}U_2^2 \cdot Re\{\bar{Y}_{xg} - \bar{Y}_n\}. \end{cases} \quad (15)$$

7) В співвідношеннях (15)

$$\begin{cases} Re\{\bar{Y}_{xg} + \bar{Y}_n\} = Re\{Y_{xg} e^{-j\psi_{y_{xg}}} + Y_n e^{-j\psi_{y_n}}\} = Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} + Y_n \cos\psi_{y_n}; \\ Re\{\bar{Y}_{xg} - \bar{Y}_n\} = Re\{Y_{xg} e^{-j\psi_{y_{xg}}} - Y_n e^{-j\psi_{y_n}}\} = Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} - Y_n \cos\psi_{y_n}. \end{cases} \quad (16)$$

8) З урахуванням співвідношень (15) і (16) для вищезазначених активних потужностей маємо

$$\begin{cases} P_{2_{np}} = \frac{1}{2}U_2^2 \cdot (Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} + Y_n \cos\psi_{y_n}) = \frac{1}{2}U_2^2 Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} \left(1 + \frac{Y_n}{Y_{xg}} \cdot \frac{\cos\psi_{y_n}}{\cos\psi_{y_{xg}}}\right); \\ P_{2_{zg}} = \frac{1}{2}U_2^2 \cdot (Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} - Y_n \cos\psi_{y_n}) = \frac{1}{2}U_2^2 Y_{xg} \cos\psi_{y_{xg}} \left(1 - \frac{Y_n}{Y_{xg}} \cdot \frac{\cos\psi_{y_n}}{\cos\psi_{y_{xg}}}\right). \end{cases} \quad (17)$$

9) Відтак підставляємо співвідношення (17) в формулу (3) і для коефіцієнта відбиття за потужністю в термінах комплексних провідностей остаточно запишемо

$$\eta = \frac{1 - \frac{Y_n}{Y_{xg}} \cdot \frac{\cos\psi_{y_n}}{\cos\psi_{y_{xg}}}}{1 + \frac{Y_n}{Y_{xg}} \cdot \frac{\cos\psi_{y_n}}{\cos\psi_{y_{xg}}}}. \quad (18)$$

10) Відповідно до формули (18) значення коефіцієнта відбиття за потужністю, як і, до слова, коефіцієнтів відбиття за напругою та струмом, лежить в межах від -1 до +1. Перше значення межі відповідає режиму *короткого замикання* в кінці довгої лінії, а друге – *режиму холостого ходу*.

В обидвох крайніх випадках електрична енергія, яка надходить до споживача з прямою електромагнітною хвилею, ним (споживачем) *взагалі не споживається* – миттєва потужність дорівнює нулю. Відтак внаслідок крайньої ступені неузгодження поміж лінією та споживачем вся електрична енергія, що надходить, віддзеркалюється назворот, породжуючи зворотну електромагнітну хвилю. Як результат маємо вкрай енергетично неефективний режим роботи, який до того ж посилюється і втратами електричної енергії, що спостерігаються під час руху електромагнітної хвилі – як прямої, так і зворотної.

В режимі короткого замикання зворотна електромагнітна хвиля перебуває в протифазі до прямої, про що свідчить знак вищезазначених коефіцієнтів. В режимі холостого ходу електромагнітні хвилі синфазні.

За узгодженого режиму роботи коефіцієнт відбиття за потужністю дорівнює нулю – зворотна хвиля відсутня. Як відомо, такий режим роботи є енергетично найбільш ефективним і бажаним.

Висновки

В роботі проведено математичну (аналітичну) ідентифікацію функціональної залежності між коефіцієнтом відбиття за потужністю та співвідношенням між модулями хвильової провідності довгої лінії та комплексної провідності споживача з урахуванням їх аргументів.

Розв'язання поставленої задачі закладає необхідне теоретичне підґрунтя щодо проведення оптимізації (за зазначеним критерієм енергетичної ефективності) поточного режиму роботи електроенергетичної системи типу “довга лінія + споживач”.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник / В. С. Бойко, В. В. Бойко. – К.: ІВЦ “Політехніка”, 2004. – 272 с.
2. ТОЕ. Електромагнітне поле : підручник /. Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 392 с.
3. ТОЕ. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Каців, В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький ; під ред. проф. Ю. О. Карпова – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 377 с.
4. ТОЕ. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола: підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Каців, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. – 456 с.
5. ТОЕ. Методи розрахунку нелінійних електричних і магнітних кіл в прикладах та задачах : навч. посібник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. – 262 с.
6. Ведміцький Ю. Г. Тектологія динамічних систем і явище гіперсилової взаємодії в структурних рівняннях узагальненого електричного кола / Ю. Г. Ведміцький // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2018. – №2. – С. 1-11.

Юрій Григорович Ведміцький — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп’ютеризованих електромеханічних систем і комплексів, ВНТУ, м. Вінниця, wjg@ukr.net

Yury Hryhorovych Vedmitskyi — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor of Department of Computerized Electromechanical Systems and Complexes, FPEEM, VNTU, Vinnytsia, wjg@ukr.net

Кирило Сергійович Ковтун — студент, гр. ЕМСА-23мс, ФЕЕЕМ, ВНТУ, м. Вінниця

Kyrylo Serhiyovych Kovtun — student, gr. EMSA-23mc, FPEEM, VNTU, Vinnytsia

Микола Олегович Сліденко — студент, гр. ЕС-21, ФЕЕЕМ, ВНТУ, м. Вінниця

Mykola Olegovich Slidenko — student, gr. ES-21, FPEEM, VNTU, Vinnytsia

Олексій Юрійович Тіслін — студент, гр. 4ПІ-21, ФІТКІ, ВНТУ, м. Вінниця

Oleksiy Yuriyovych Tislin — student, gr. 4PI-21, FITSE, VNTU, Vinnytsia

Вікторія Богданівна Ластівка — студентка, гр. 1ЕСМ-21, ФЕЕЕМ, ВНТУ, м. Вінниця

Victoria Bohdanivna Lastivka — student, gr. 1ESN-21, FPEEM, VNTU, Vinnytsia